1 Einführung

Definition 1.1

K_0	Anfangskapital
K_n	Endkapital nach n Jahren
n	Laufzeit in Jahren
p	Zinsfuß pro anno (bei 4% Jahreszinsen beträgt $p = 4$)
i	$= \frac{p}{100}$ Zinssatz pro anno (bei 4% Jahreszinsen beträgt $i = 0{,}04$)
q	$= 1 + \frac{p}{100}$ Zinsfaktor pro anno (bei 4% Jahreszinsen beträgt $q = 1{,}04$)

ISBN 978-3-486-73028-9

Mit dem Begriff **Aufzinsen** wird die Rechenoperation bezeichnet, die von K_0 zu K_n führt.

Mit dem Begriff **Abzinsen** wird hingegen die Rechenoperation bezeichnet, die von K_n zu K_0 führt.

ISBN 978-3-486-73028-9

2 Einfache Zinsen

2.1 Lineare Verzinsung

Definition 2.1

Lineare Verzinsung

Jahr	Zinsen am Ende des Jahres	Guthaben am Ende des Jahres
1	$K_0 \cdot i$	$K_1 = K_0\,(1+i)$
2	$K_0 \cdot i$	$K_2 = K_0\,(1+2\cdot i)$
3	$K_0 \cdot i$	$K_3 = K_0\,(1+3\cdot i)$
$\vdots$		
n	$K_0 \cdot i$	$K_n = K_0\,(1+n\cdot i)$

ISBN 978-3-486-73028-9

Lineare Verzinsung mit $n \in \mathbb{R}^+$:

Endkapital	$K_n = K_0(1 + n \cdot i)$
Barwert	$K_0 = \dfrac{K_n}{1 + n \cdot i}$

ISBN 978-3-486-73028-9

3 Zinseszinsen

3.1 Jährliche Verzinsung

Definition 3.1

Nachschüssige Verzinsung

J.	Zinsen a.E.d.J.	Guthaben am Ende des Jahres
1	$K_0 \cdot i$	$K_1 = K_0 + K_0 \cdot i = K_0(1+i)$
2	$K_1 \cdot i$	$K_2 = K_1 + K_1 \cdot i = K_1(1+i)$ $= K_0(1+i)^2$
3	$K_2 \cdot i$	$K_3 = K_2 + K_2 \cdot i = K_2(1+i)$ $= K_0(1+i)^3$
$\vdots$		
n	$K_{n-1} \cdot i$	$K_n = K_{n-1} + K_{n-1} \cdot i = K_0(1+i)^n$ $= K_0 \cdot q^n$

ISBN 978-3-486-73028-9

Nachschüssige Verzinsung mit $n \in \mathbb{N}$:

	nachschüssige Verzinsung
Endkapital	$K_n = K_0 \cdot q^n$
Barwert	$K_0 = \dfrac{K_n}{q^n}$
Zinsfaktor	$q = \sqrt[n]{\dfrac{K_n}{K_0}}$
Laufzeit	$n = \dfrac{\ln(\frac{K_n}{K_0})}{\ln(q)}$

ISBN 978-3-486-73028-9

Definition 3.9

Vorschüssige Verzinsung

Jahr	Zinsen zu Beginn des Jahres	Guthaben am Ende des Jahres
1	$K_1 \cdot i$	$K_1 = K_0 + K_1 \cdot i$
2	$K_2 \cdot i$	$K_2 = K_1 + K_2 \cdot i$
3	$K_3 \cdot i$	$K_3 = K_2 + K_3 \cdot i$
$\vdots$		
n	$K_n \cdot i$	$K_n = K_{n-1} + K_n \cdot i$

ISBN 978-3-486-73028-9

Vorschüssige Verzinsung mit $n \in \mathbb{N}$:

	vorschüssige Verzinsung
Endkapital	$K_n = \dfrac{K_0}{(1-i)^n}$
Barwert	$K_0 = K_n(1-i)^n$
Ersatzzins	$i' = \dfrac{i}{1-i}$
Laufzeit	$n = \dfrac{\ln(\frac{K_n}{K_0})}{\ln(1+i')}$

ISBN 978-3-486-73028-9

3.2 Unterjährliche Verzinsung

Definition 3.15

$m =$ Anzahl der Verzinsungen in einem Jahr

ISBN 978-3-486-73028-9

Definition 3.16

Unterjährliche Verzinsung zum relativen Zins

Zinsperiode	Guthaben am Ende der Zinsperiode
1	$K_0 \cdot \left(1 + \dfrac{i}{m}\right)$
2	$K_0 \cdot \left(1 + \dfrac{i}{m}\right) \cdot \left(1 + \dfrac{i}{m}\right)$ $= K_0 \cdot \left(1 + \frac{i}{m}\right)^2$
3	$K_0 \cdot \left(1 + \dfrac{i}{m}\right)^2 \cdot \left(1 + \dfrac{i}{m}\right)$ $= K_0 \cdot \left(1 + \frac{i}{m}\right)^3$
$\vdots$	
m	$K_1 = K_0 \cdot \left(1 + \dfrac{i}{m}\right)^m$

ISBN 978-3-486-73028-9

Unterjährliche Verzinsung zum relativen Zins mit $n \cdot m \in \mathbb{N}$:

	unterjährliche Verzinsung zum relativen Zins
unterjährlicher Zinssatz	$\frac{i}{m}$
Endkapital	$K_n = K_0 \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{m \cdot n}$
effektiver jährlicher Zinssatz	$j = \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{m} - 1$
nomineller jährlicher Zinssatz	$i = m \cdot \sqrt[m]{1+j} - m$

ISBN 978-3-486-73028-9

Definition 3.23

Unterjährliche Verzinsung zum konformen Zins

Zinsperiode	Guthaben am Ende der Zinsperiode
1	$K_0 \cdot (1+i)^{\frac{1}{m}}$
2	$K_0 \cdot (1+i)^{\frac{1}{m}} \cdot (1+i)^{\frac{1}{m}} = K_0 \cdot (1+i)^{\frac{2}{m}}$
3	$K_0 \cdot (1+i)^{\frac{2}{m}} \cdot (1+i)^{\frac{1}{m}} = K_0 \cdot (1+i)^{\frac{3}{m}}$
$\vdots$	
m	$K_1 = K_0 \cdot (1+i)^{\frac{m}{m}} = K_0 \cdot (1+i)$ $= K_0 \cdot q$

ISBN 978-3-486-73028-9

Konforme Verzinsung mit $n \in \mathbb{R}^+$:

	konforme Verzinsung
Endkapital	$K_n = K_0 \, (1+i)^n$

ISBN 978-3-486-73028-9

3.3 Gemischte Verzinsung

Definition 3.29

Relativ gemischte Verzinsung

Laufzeit	Guthaben am Ende der Laufzeit
k volle Jahre	$K_k = K_0 \cdot q^k$ nachschüssige Zinsen auf K_0
$k + \gamma$ Jahre	$K_{k+\gamma} = K_k \cdot (1 + \gamma \cdot i)$ $= K_0 \cdot q^k \cdot (1 + \gamma \cdot i)$ einfache Zinsen auf K_k

ISBN 978-3-486-73028-9

Relativ gemischte Verzinsung mit $k \in \mathbb{N}_0$ und $\gamma \in (0; 1)$:

	relativ gemischte Verzinsung
Endkapital	$K_{k+\gamma} = K_0 \cdot q^k \cdot (1 + \gamma \cdot i)$
Barwert	$K_0 = \dfrac{K_{k+\gamma}}{q^k \cdot (1 + \gamma \cdot i)}$

ISBN 978-3-486-73028-9

Definition 3.35

Bankmäßig gemischte Verzinsung

Laufzeit	Guthaben am Ende der Laufzeit
γ_1 Jahre	$K_{\gamma_1} = K_0 \, (1 + \gamma_1 \cdot i)$ einfache Zinsen auf K_0
$(\gamma_1 + k)$ Jahre	$K_{\gamma_1 + k} = K_{\gamma_1} \cdot q^k$ nachschüssige Zinsen auf K_{γ_1}
$(\gamma_1 + k + \gamma_2)$ Jahre	$K_{\gamma_1 + k + \gamma_2} = K_{\gamma_1 + k} \, (1 + \gamma_2 \cdot i)$ einfache Zinsen auf $K_{\gamma_1 + k}$
	$K_{\gamma_1 + k + \gamma_2} =$ $K_0 \cdot (1 + \gamma_1 \cdot i) \cdot q^k \cdot (1 + \gamma_2 \cdot i)$

ISBN 978-3-486-73028-9

Bankmäßig gemischte Verzinsung mit $k \in \mathbb{N}_0$ und $0 < \gamma_1, \gamma_2 < 1$:

	bankmäßig gemischte Verzinsung
Endkapital	$K_{\gamma_1+k+\gamma_2} = K_0\,(1+\gamma_1 \cdot i) \cdot q^k \cdot (1+\gamma_2 \cdot i)$

ISBN 978-3-486-73028-9

Definition 3.37

Stetige Verzinsung

$$K_n = K_0 \cdot e^{i \cdot n} \quad ; n \geq 0$$

Stetige Verzinsung mit $n \geq 0$:

	stetige Verzinsung
Endkapital	$K_n = K_0 \cdot e^{i \cdot n}$

ISBN 978-3-486-73028-9

4 Rentenrechnung

4.1 Jährliche Renten

Definition 4.1

r	jährlich nachschüssige Einzahlung (Rente)
r'	jährlich vorschüssige Einzahlung (Rente)
R_n	nachschüssiger Rentenendwert
R_0	Barwert der nachschüssigen Rente
R'_n	vorschüssiger Rentenendwert
R'_0	Barwert der vorschüssigen Rente

ISBN 978-3-486-73028-9

Definition 4.2

Nachschüssige Jahresrente r

Jahr	Einzahlung am Ende des Jahres	Guthaben am Ende des Jahres
1	r	r
2	r	$r + rq$
3	r	$r + rq + rq^2$
$\vdots$		
n	r	$r + rq + rq^2 + \ldots + rq^{n-1}$

ISBN 978-3-486-73028-9

	nachschüssige Jahresrente
Endwert	$R_n = r \cdot \dfrac{q^n - 1}{q - 1}$
Barwert	$R_0 = r \cdot \dfrac{q^n - 1}{q - 1} \cdot \dfrac{1}{q^n}$
Laufzeit	$n = \dfrac{\ln[1 + \frac{R_n}{r}(q - 1)]}{\ln\ q}$
Laufzeit	$n = -\dfrac{\ln[1 - \frac{R_0}{r}(q - 1)]}{\ln\ q}$

ISBN 978-3-486-73028-9

Definition 4.9

Vorschüssige Jahresrente r'

$$r = r' \cdot q = \text{ nachschüssige Jahresrente}$$

	vorschüssige Jahresrente
Endwert	$R'_n = r' \cdot q \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$
Barwert	$R'_0 = r' \cdot q \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} \cdot \frac{1}{q^n}$
Laufzeit	$n = \frac{\ln[1 + \frac{R'_n}{r' \cdot q}(q-1)]}{\ln q}$
Laufzeit	$n = -\frac{\ln[1 - \frac{R'_0}{r' \cdot q}(q-1)]}{\ln q}$

ISBN 978-3-486-73028-9

4.2 Unterjährliche Renten

Definition 4.15

m	Anzahl der unterjährlichen Zahlungen in <u>einem</u> Jahr
r_u	unterjährlich nachschüssige Einzahlung
r'_u	unterjährlich vorschüssige Einzahlung

ISBN 978-3-486-73028-9

Definition 4.16

Nachschüssige Monatsrente r_u (relativ gemischte Verzinsung)

1. Einzahlung am Ende des 1. Monats wird 11 Monate verzinst: $r_u(1 + \frac{11}{12} \cdot i)$

2. Einzahlung am Ende des 2. Monats wird 10 Monate verzinst: $r_u(1 + \frac{10}{12} \cdot i)$

3. Einzahlung am Ende des 3. Monats wird 9 Monate verzinst: $r_u(1 + \frac{9}{12} \cdot i)$

$\vdots$

12. Einzahlung am Ende des Jahres unverzinst: r_u

ISBN 978-3-486-73028-9

Unterjährlich nachschüssige Rente r_u bei relativ gemischter Verzinsung:

	r_u nachschüssig
nachschüssige Jahresrente	$r_J = r_u \left(m + \frac{m-1}{2} \cdot i \right)$
Endwert	$K_n = r_u \left(m + \frac{m-1}{2} \cdot i \right) \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$

ISBN 978-3-486-73028-9

Definition 4.21

Vorschüssige Monatsrente r'_u (relativ gemischte Verzinsung)

1. Einzahlung Anfang des 1. Monats wird
   12 Monate verzinst: $r'_u(1 + \frac{12}{12} \cdot i)$

2. Einzahlung Anfang des 2. Monats wird
   11 Monate verzinst: $r'_u(1 + \frac{11}{12} \cdot i)$

3. Einzahlung Anfang des 3. Monats wird
   10 Monate verzinst: $r'_u(1 + \frac{10}{12} \cdot i)$

$\vdots$

12. Einzahlung Anfang des 12. Monats wird
    einen Monat verzinst: $r'_u(1 + \frac{1}{12} \cdot i)$

ISBN 978-3-486-73028-9

Unterjährlich vorschüssige Rente r'_u bei relativ gemischter Verzinsung:

	r'_u vorschüssig
nachschüssige Jahresrente	$r_J = r'_u \left(m + \frac{m+1}{2} \cdot i \right)$
Endwert	$K_n = r'_u \left(m + \frac{m+1}{2} \cdot i \right) \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$

ISBN 978-3-486-73028-9

Definition 4.27

Nachschüssige Monatsrente r_u (Verzinsung zum relativen Zins)

1. Einzahlung am Ende des 1. Monats wird 11 Monate verzinst: $r_u \cdot \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{11}$

2. Einzahlung am Ende des 2. Monats wird 10 Monate verzinst: $r_u \cdot \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{10}$

3. Einzahlung am Ende des 3. Monats wird 9 Monate verzinst: $r_u \cdot \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{9}$

$\vdots$

12. Einzahlung am Ende des Jahres unverzinst: r_u

ISBN 978-3-486-73028-9

Unterjährlich nachschüssige Rente r_u bei unterjährlicher Verzinsung zum relativen Zins:

	r_u nachschüssig
Endwert	$K_n = r_u \cdot \dfrac{\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n \cdot m} - 1}{\frac{i}{m}}$

ISBN 978-3-486-73028-9

Definition 4.29

Vorschüssige Monatsrente r'_u (Verzinsung zum relativen Zins)

1. Einzahlung zu Beginn des 1. Monats wird 12 Monate verzinst: $r'_u \cdot \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12}$

2. Einzahlung zu Beginn des 2. Monats wird 11 Monate verzinst: $r'_u \cdot \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{11}$

3. Einzahlung zu Beginn des 3. Monats wird 10 Monate verzinst: $r'_u \cdot \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{10}$

$\vdots$

12. Einzahlung zu Beginn des 12. Monats wird einen Monat verzinst: $r'_u \cdot \left(1 + \frac{i}{12}\right)$

ISBN 978-3-486-73028-9

Unterjährlich vorschüssige Rente r'_u bei unterjährlicher Verzinsung zum relativen Zins:

	r'_u vorschüssig
Endwert	$K_n = r'_u \cdot \left(1 + \frac{i}{m}\right) \cdot \frac{\left(1 + \frac{i}{m}\right)^{n \cdot m} - 1}{\frac{i}{m}}$

ISBN 978-3-486-73028-9

4.3 Ewige Jahresrenten

	nachschüssig	vorschüssig
ewige Rente	$r = K_0 \cdot i$	$r' = \frac{K_0 \cdot i}{q}$
Barwert	$K_0 = \frac{r}{i}$	$K_0 = \frac{r' \cdot q}{i}$

ISBN 978-3-486-73028-9

5 Tilgungsrechnung

5.1 Raten-Tilgung

Definition 5.1

Raten-Tilgung

J.	Zinsen am Ende des Jahres	T. a.E. d.J.	Annuität am Ende des Jahres	Schuld am Ende des Jahres
1	$K_0 \cdot i$	T	$A_1 = \underbrace{K_0 \cdot i}_{Z_1} + T$	$K_0 - T$
2	$(K_0 - T) \cdot i$	T	$A_2 = Z_2 + T$	$K_0 - 2T$
3	$(K_0 - 2T) \cdot i$	T	$A_3 = Z_3 + T$	$K_0 - 3T$
4	$(K_0 - 3T) \cdot i$	T	$A_4 = Z_4 + T$	$K_0 - 4T$
$\vdots$				
n	$(K_0 - (n-1)T) \cdot i$	T	$A_n = Z_n + T$	$\underbrace{K_0 - nT}_{=0}$

ISBN 978-3-486-73028-9

	Raten-Tilgung
Tilgung am Ende des k-ten Jahres	$T = \dfrac{K_0}{n}$
Annuität am Ende des k-ten Jahres	$A_k = Z_k + T$
Schuld am Ende des k-ten Jahres	$K_k = (n-k) \cdot T$
Zinsen am Ende des k-ten Jahres	$Z_k = K_{k-1} \cdot i$
Barwert aller Zinszahlungen	$K_0 - T \cdot \dfrac{q^n - 1}{q-1} \cdot \dfrac{1}{q^n}$
Laufzeit	$n \in \mathbb{N}, \;\; n = \dfrac{K_0}{T}$

ISBN 978-3-486-73028-9

Definition 5.5

Annuitäten-Tilgung

J.	Zinsen am Ende des Jahres	Tilgung am Ende des Jahres	A. a.E. d.J.	Schuld am Ende des Jahres
1	$K_0 \cdot i$	$T_1 = A - K_0 \cdot i$	A	$K_0 - T_1$
2	$(K_0 - T_1) \cdot i$	T_2	A	$K_0 - T_1 - T_2$
3	$(K_0 - T_1 - T_2) \cdot i$	T_3	A	$K_0 - T_1 - T_2 - T_3$
4	$(K_0 - T_1 - T_2 - T_3) \cdot i$	T_4	A	$K_0 - T_1 - T_2 - T_3 - T_4$
$\vdots$				
n	$(K_0 - T_1 - \ldots - T_{n-1}) \cdot i$	T_n	A	$K_0 - T_1 - \ldots - T_n$

ISBN 978-3-486-73028-9

	Annuitäten-Tilgung
Tilgung	$T_1 = A - K_0 \cdot i$
am Ende des k-ten Jahres	$T_k = T_1 \cdot q^{k-1}$ für $k \geq 2$
Annuität am Ende des k-ten Jahres	$A = K_0 \cdot q^n \cdot \dfrac{q-1}{q^n - 1} = T_1 \cdot q^n$
Schuld am Ende des k-ten Jahres	$K_k = K_0 \cdot q^k - A \cdot \dfrac{q^k - 1}{q - 1}$
Zinsen a.E. des k-ten Jahres	$Z_k = A - T_k$
Barwert aller	$K_0 - n \cdot \dfrac{T_1}{q}, \quad n \in \mathbb{N}$
Zinszahlungen	$K_0 - \dfrac{K_{[\![n]\!]}}{q^{[\![n]\!]}} - [\![n]\!] \cdot \dfrac{T_1}{q}$
Laufzeit	$n = -\dfrac{\ln\left[1 - \frac{K_0}{A} \cdot (q-1)\right]}{\ln(q)}$

ISBN 978-3-486-73028-9

5.2.1 Prozentannitäten-Tilgung

Definition 5.9

Tilgungssatz des ersten Tilgungsbetrages

$$t = \frac{T_1}{K_0}$$

ISBN 978-3-486-73028-9

	Prozentannuitäten-Tilgung
Tilgung	$T_1 = K_0 \cdot t$
am Ende des k-ten Jahres	$T_k = T_1 \cdot q^{k-1}$
Annuität am Ende des k-ten Jahres	$A = K_0 \cdot (i + t)$
Schuld am Ende des k-ten Jahres	$K_k = K_0 \cdot q^k - A \cdot \dfrac{q^k - 1}{q - 1}$
Zinsen am Ende des k-ten Jahres	$Z_k = A - T_k$
Barwert aller Zinszahlungen	$K_0 - n \cdot \dfrac{T_1}{q}$
Laufzeit	$n = \dfrac{\ln(i + t) - \ln(t)}{\ln(q)}$

ISBN 978-3-486-73028-9

5.2.2 Zweimalige Prozentannuitäten-Tilgung

Definition 5.12

f	Laufzeit in Jahren der ersten Prozentannuität ($f \in \mathbb{N}$ und $f < n$)
t_1	Tilgungssatz für den Tilgungsbetrag T_1
t_2	Tilgungssatz für den Tilgungsbetrag T_{f+1}
A_1	Annuität (erste Prozentannuität) während der ersten f Jahre
A_2	Annuität (zweite Prozentannuität) nach Ablauf von f Jahren

ISBN 978-3-486-73028-9

Definition 5.13

Zweimalige Prozentannuitäten-Tilgung

Jahr	Z. a.E. d.J.	Tilgung am Ende des Jahres	Annuität am Ende des Jahres	Schuld am Ende des Jahres
1	$K_0 \cdot i$	$T_1 = K_0 \cdot t_1$	$A_1 = K_0(i + t_1)$	
2		$T_2 = T_1 \cdot q$	A_1	
$\vdots$				
f		$T_f = T_1 \cdot q^{f-1}$	A_1	$K_f = K_0 \cdot q^f - A_1 \cdot \frac{q^f - 1}{q - 1}$
$f+1$	$K_f \cdot i$	$T_{f+1} = K_0 \cdot t_2$	$A_2 = K_0(i + t_2)$	
$f+2$			A_2	
$\vdots$				
n			A_2	

ISBN 978-3-486-73028-9

	zweimalige Prozentannuitäten-Tilgung	
Zinsen a.E. des	$k \leq f$	$Z_k = A_1 - T_k$
k-ten Jahres	$k > f$	$Z_k = A_2 - T_k$
Tilgung am Ende des	$k \leq f$	$T_1 = K_0 \cdot t_1$ $T_k = T_1 \cdot q^{k-1}$
k-ten Jahres	$k > f$	$T_{f+1} = A_2 - K_f \cdot i$ $T_k = T_{f+1} \cdot q^{k-f-1}$
Annuität a.E. des	$k \leq f$	$A_1 = K_0 \cdot (i + t_1)$
k-ten Jahres	$k > f$	$A_2 = K_0 \cdot (i + t_2)$
Schuld	$k \leq f$	$K_k = K_0 \cdot q^k - A_1 \cdot \frac{q^k - 1}{q - 1}$
am Ende des k-ten Jahres	$k > f$	$K_k = K_0 \cdot q^k - A_1 \cdot \frac{q^k - 1}{q - 1}$ $-(A_2 - A_1) \cdot \frac{q^{k-f} - 1}{q - 1}$
Laufzeit	$n = \frac{\ln\left(\frac{(i+t_2)q^f}{t_1 q^f + (t_2 - t_1)}\right)}{\ln(q)}$	

ISBN 978-3-486-73028-9

6 Effektivzins

6.1 Jährliche Zahlungen

Abzinsungsfaktor von n-jährigen Jahresrenten:

$$a_n^* = \frac{q^{*^n} - 1}{q^* - 1} \cdot \frac{1}{q^{*^n}}$$

ISBN 978-3-486-73028-9

Für eine zu 95% ausgezahlte Darlehnssumme

Einmalige Zahlung zu 100%	$i^* = \sqrt[n]{\frac{1}{0{,}95}} - 1$
Einmalige Tilgung zu 100%	$0{,}95 = i \cdot a_n^* + \frac{1}{{q^*}^n}$
Raten-tilgung	$0{,}95 \cdot K_0 = \frac{A_1}{q^*} + \frac{A_2}{{q^*}^2} + \frac{A_3}{{q^*}^3} + \ldots + \frac{A_n}{{q^*}^n}$
Annui-täten-tilgung	$0{,}95 = \frac{a_n^*}{a_n}$

ISBN 978-3-486-73028-9

6.2 Unterjährliche Zahlungen

Konformer Effektivzins näherungsweise

m nachsch. Zahlungen pro Jahr	$K_0 = \text{Rate} \cdot \frac{(q^*)^{\frac{n \cdot m}{m}} - 1}{(q^*)^{\frac{1}{m}} - 1} \cdot \frac{1}{(q^*)^{\frac{n \cdot m}{m}}}$
m vorsch. Zahlungen pro Jahr	$K_0 = \text{Rate} \cdot (q^*)^{\frac{1}{m}} \cdot \frac{(q^*)^{\frac{n \cdot m}{m}} - 1}{(q^*)^{\frac{1}{m}} - 1} \cdot \frac{1}{(q^*)^{\frac{n \cdot m}{m}}}$

ISBN 978-3-486-73028-9

6.3 Wertpapiere

Definition 6.11

Die Zahlungen eines Schuldners einer **Kuponanleihe** des Nennwerts C Euro sowie eines Kuponzins i_K sind wie folgt festgelegt:

Jahr	Zahlungen
1	$i_K \cdot C$
2	$i_K \cdot C$
3	$i_K \cdot C$
$\vdots$	
n	$i_K \cdot C + C$

ISBN 978-3-486-73028-9

Effektivzins Kuponanleihe

Ausgabe pari	$i^* = i_K$
Ausgabe nicht pari	$\dfrac{C_0}{100} = \dfrac{i_K}{i^*} + \left(1 - \dfrac{i_K}{i^*}\right) \cdot \dfrac{1}{(1+i^*)^n}$

ISBN 978-3-486-73028-9

Effektivzins Nullkuponanleihe

$$\boxed{i^* = \sqrt[n]{\frac{100}{C_0}} - 1}$$

ISBN 978-3-486-73028-9

7 Investitionsrechnung

7.1 Kapitalwertmethode

Definition 7.2

Kapitalwert

$$K_0 = \frac{C_1}{1+i} + \frac{C_2}{(1+i)^2} + \frac{C_3}{(1+i)^3} + \ldots + \frac{C_n}{(1+i)^n} - C_0$$

ISBN 978-3-486-73028-9

7.2 Annuitätenmethode

Für diesen Spezialfall, dass die Periodenüberschüsse jedes Jahr gleich hoch sind, wird die Kapitalwertmethode auch als **Annuitätenmethode** bezeichnet.

ISBN 978-3-486-73028-9

7.3 Interner Zinsfuß

Definition 7.6

Der Zinsfuß, bei dem der Kapitalwert null ist, heißt **interner Zinsfuß**.

ISBN 978-3-486-73028-9

Methode	Projekt lohnt sich	Projekt A vorteilhafter als Projekt B
Kapital-wert-methode	Kapitalwert > 0	Kapitalwert von A $>$ Kapitalwert von B
interner Zinsfuß	interner Zinsfuß $>$ Kalkulations-zinsfuß	interner Zinsfuß von $A >$ interner Zinsfuß von B
Amor-tisa-tion	Amortisationsdauer $<$ vorgegebene Zeitgrenze	Amortisationsdauer von $A <$ Amorti-sationsdauer von B

ISBN 978-3-486-73028-9

8 Abschreibungsverfahren

Definition 8.1

n	Nutzungsdauer (in Jahren)
B_0	Anschaffungswert
B_k	Buchwert am Ende des k-ten Jahres
a	Abschreibungssatz

ISBN 978-3-486-73028-9

8.1 Lineare Abschreibung

Definition 8.2

Linearer Abschreibungsplan

Jahr k	A-betrag am Ende des k-ten Jahres	Buchwert B_k am Ende des k-ten Jahres
1	$\frac{B_0}{n}$	$B_1 = B_0 - \frac{B_0}{n}$
2	$\frac{B_0}{n}$	$B_2 = B_1 - \frac{B_0}{n} = B_0 - 2 \cdot \frac{B_0}{n}$
3	$\frac{B_0}{n}$	$B_3 = B_2 - \frac{B_0}{n} = B_0 - 3 \cdot \frac{B_0}{n}$
$\vdots$		
n	$\frac{B_0}{n}$	$B_n = 0$

ISBN 978-3-486-73028-9

8.2 Geometrisch-degressive Abschreibung

Definition 8.4

Geometrisch-degressive Abschreibung

Jahr k	Buchwert zu Beginn des k-ten Jahres	Abschreibungsbetrag am Ende des k-ten Jahres	Buchwert B_k am Ende des k-ten Jahres
1	B_0	$B_0 \cdot a$	$B_1 = B_0 - B_0 \cdot a = B_0(1-a)$
2	B_1	$B_1 \cdot a = B_0(1-a) \cdot a$	$B_2 = B_1 - B_1 \cdot a = B_0(1-a)^2$
3	B_2	$B_2 \cdot a = B_0(1-a)^2 \cdot a$	$B_3 = B_2 - B_2 \cdot a = B_0(1-a)^3$
$\vdots$			
n	B_{n-1}	$B_{n-1} \cdot a = B_0(1-a)^{n-1} \cdot a$	$B_n = B_0(1-a)^n$

ISBN 978-3-486-73028-9

8.3 Übergang von der geometrisch-degressiven Abschreibung zur linearen Abschreibung

Übergangszeitpunkt x:

$$x \geq n + 1 - \frac{1}{a} \tag{8.14}$$

ISBN 978-3-486-73028-9

y = Anzahl der letzten Jahre, in denen linear abgeschrieben wird:

$$y \leq \frac{100\%}{\text{Abschreibungssatz in } \%} \tag{8.19}$$

ISBN 978-3-486-73028-9

	Abschreibungsbetrag am Ende des k-ten Jahres	Buchwert B_k am Ende des k-ten Jahres
Lineare Abschreibung	$\dfrac{B_0}{n}$	$B_0 - \dfrac{B_0}{n} \cdot k$
geom. degr. Abschreibung	$B_0 \cdot (1-a)^{k-1} \cdot a$	$B_0\,(1-a)^k$

ISBN 978-3-486-73028-9