BWL kompakt QR-Code-Aufgabe 7

QR-Code-Aufgabe 7: Preispolitik im Monopol
Ihnen werden folgende Daten eines monopolistischen Anbieters gegeben:

- Preisabsatzfunktion: $p(x) = a - b \cdot x$,
- Kostenfunktion: $K(x) = K_f + k_v \cdot x$,
- gewinnmaximale Menge: $x^* = 125$,
- maximaler Gewinn: $G(x^*) = 6.050$,
- Prohibitivpreis: $p_{max} = a = 120$,
- fixe Kosten: $K_f = 200$.

Ermitteln Sie die Preisabsatz- und Kostenfunktion für das gegebene Zahlenbeispiel!

Lösung zu QR-Code-Aufgabe 7
Nach dem Einsetzen der gegebenen Beispieldaten in die allgemeine Preisabsatzfunktion resultiert:

$$p(x) = a - b \cdot x = 120 - b \cdot x.$$

Zur Findung von b kann auf die Gewinnfunktion zurückgegriffen werden:

$$G(x) = U(x) - K(x).$$

$$U(x) = p \cdot x = (a - b \cdot x) \cdot x = a \cdot x - b \cdot x^2.$$

$$K(x) = K_f + k_v \cdot x.$$

$$G(x) = U(x) - K(x) = p \cdot x - (K_f + k_v \cdot x) = (a - b \cdot x) \cdot x - (K_f + k_v \cdot x)$$

$$= a \cdot x - b \cdot x^2 - K_f - k_v \cdot x.$$

Das Einsetzen von $x^* = 125$, $G(x^*) = 6.050$, $a = 120$ und $K_f = 200$ in die Gewinnfunktion liefert:

$$G(x) = 120 \cdot 125 - b \cdot 125^2 - 200 - k_v \cdot 125 = 6.050.$$

$$\Leftrightarrow 15.625 \cdot b + 125 \cdot k_v = 8.750.$$

Bei Gewinnmaximierung ist die Gewinnfunktion G(x) nach der Absatzmenge x zu differenzieren und gleich null zu setzen:

$$G'(x) = a - 2 \cdot b \cdot x - k_v = 0.$$

Das Umstellen nach den variablen Kosten k_v führt zu:

$$k_v = a - 2 \cdot b \cdot x^* = 120 - 2 \cdot b \cdot 125.$$

Setzt man nun $k_v = 120 - 2 \cdot b \cdot 125$ in die Gleichung $15.625 \cdot b + 125 \cdot k_v = 8.750$ ein, ergibt sich:

$$15.625 \cdot b + 125 \cdot (120 - 2 \cdot b \cdot 125) = 8.750.$$

$$15.625 \cdot b - 31.250 \cdot b + 15.000 = 8.750.$$

$$-15.625 \cdot b = -6.250.$$

$$b = 0{,}4.$$

Damit lautet die *Preisabsatzfunktion* für das gegebene Zahlenbeispiel wie folgt:

$$p(x) = 120 - 0{,}4 \cdot x.$$

Das Einsetzen der gegebenen Beispieldaten in die allgemeine Kostenfunktion führt zu:

$$K(x) = K_f + k_v \cdot x = 200 + k_v \cdot x.$$

Zur Ermittlung der variablen Kosten k_v ist $b = 0{,}4$ in die Gleichung $k_v = 120 - 2 \cdot b \cdot 125$ einzusetzen:

$$k_v = 120 - 2 \cdot 0{,}4 \cdot 125 = 20.$$

Im Ergebnis resultiert für das gegebene Zahlenbeispiel die folgende *Kostenfunktion*:

$$K(x) = 200 + 20 \cdot x.$$