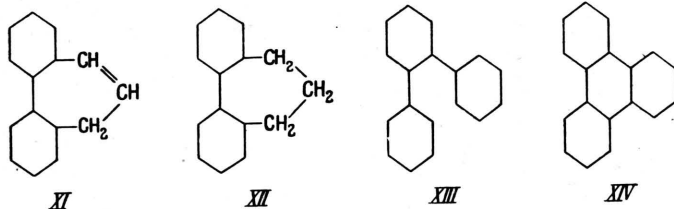


wohl die konjugierte Doppelbindung zwischen den beiden Benzolringen vorhanden ist².

Anm. b. d. Korrr.: Bei 9.10-Dihydrophenanthren tritt gegenüber Fluoren eine schwache Verwaschung der längstwelligen Bande auf (Askew, J. chem. Soc. [London] 1935, 512) entsprechend einer nur geringen Verdrehung aus der komplanaren Lage durch den mittelständigen Ring.

Erweitert man den mittelständigen Ring zu einem 7-Ring, etwa zu *Dibenzo-cycloheptatrien* (XI), das aus sterischen Gründen nicht eben sein kann⁹, so zeigt die Absorptionskurve wieder den strukturlosen Verlauf, der einem nichtebenen Molekülbau entspricht. Ebenso verhält sich *Dibenzo-cycloheptadien* (XII)⁹.

Schließlich seien noch die Absorptionskurven von *o*-Diphenylbenzol (XIII, Abb. 6) und 9.10-Benzophenanthren (XIV, Abb. 7) verglichen:



Die Verbindung XIII erweist sich dem Absorptionsverhalten nach als nichteben, XIV als

⁹ Die Präparate verdanken wir Hrn. Dr. Wichmann, Elberfeld.

¹⁰ Weigert, Optische Methoden der Chemie, 1927, S. 205.

eben, in Übereinstimmung mit sterischen Überlegungen. Auf theoretische Zusammenhänge soll hier nicht eingegangen werden.

Die Absorptionsbilder sind nach dem Hartley-Baly-Verfahren hergestellt¹⁰. Dieses bietet den Vorteil, daß man Feinstrukturen mit ihren charakteristischen Unterschieden schnell und einfach erkennen und durch Anbringen von Schwärzungsmarken auch quantitativ auswerten kann. Alle Aufnahmen haben als Abszissen Wellenlängen in mμ, wiedergegeben durch das Quecksilber-Linienspektrum, als Ordinaten in logarithmischem Maßstabe die Dicke der absorbierenden Schicht bei gleicher molarer Konzentration (3 Millimol), zunehmend von oben nach unten. Um den störenden Einfluß von Dipolmomenten der Lösemittel (Verwaschung der Feinstrukturen¹¹)

zu vermeiden, wurden alle Lösungen mit Hexan, das das Dipolmoment Null hat, hergestellt. Diejenigen Verbindungen, die in Hexanlösung keine Feinstruktur zeigten, wurden zur Kontrolle auch in dampfförmigem Zustand untersucht. Denn in dieser Form sind zwischenmolekulare Störungen, die eine auf Grund des un-

beeinflussten Baues etwa vorhandene Struktur verwischen könnten, am geringsten.

Wir danken Hrn. W. Völker für seine geschickte Hilfe bei den Aufnahmen.

¹¹ Scheibe u. Frömel, Hand- u. Jahrbuch der chem. Physik 9/III (1937).

Zur graphischen Analyse von Häufigkeitsverteilungen

Von ARTUR KOHAUT*

(Z. Naturforschg. 3b, 95—99 [1948]; eingegangen am 15. März 1948)

Die graphische Analyse von Häufigkeitsverteilungen wird in den Naturwissenschaften noch wenig angewandt; z. Tl. weil sie noch wenig bekannt ist, z. Tl. auch weil das Verfahren schwierig erscheint. Es wird hier gezeigt, daß man zur graphischen Analyse nur ein Netz nötig hat; dadurch gewinnt man noch weitere Vorteile, wodurch die zeichnerische Analyse von Häufigkeitsverteilungen einfacher und leichter gemacht wird.

Auf allen Gebieten der Naturwissenschaften und der Technik bedient man sich heute, neben anderen, auch statistischer Untersuchungsmethoden. Folgende Aufgabe tritt besonders häufig auf: ein Kollektiv hinsichtlich eines interessierenden Merkmals möglichst einfach und vollständig zu beschreiben. Dabei sind grundsätzlich 2 Fälle zu

unterscheiden: 1. Die Verteilung des Merkmals über die einzelnen Individuen des Kollektivs entspricht dem Gaußschen Fehlerintegral, 2. sie tut es nicht.

Die erste Aufgabe besteht darin, zu entscheiden, ob der Fall 1 oder der Fall 2 vorliegt. Dazu errechnet man bekanntlich die Summenhäufigkeiten und trägt sie in ein Wahrscheinlichkeitsnetz

* Z. Zt. (13a) Astheim a. Main, Post Volkach.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
g	f_U	f_I	f_{II}	Σf_U	Σf_I	Σf_{II}	$\Sigma(\%)_U$	$\Sigma(\%)_I$	$\Sigma(\%)_{II}$
20	2	2	—	2	2	—	0,9	2,8	—
21	6	6	—	8	8	—	3,6	11,1	—
22	20	19	1	28	27	1	12,7	37,5	0,7
23	31	26	5	59	53	6	26,8	73,6	4,1
24	29	13	16	88	66	22	40,0	91,7	14,9
25	33	5	28	121	71	50	55,0	98,6	33,8
26	36	1	35	157	72	85	71,4	100,0	57,5
27	31	—	31	188	—	116	85,5	—	78,4
28	20	—	20	208	—	136	94,5	—	91,9
29	8	—	8	216	—	144	98,2	—	97,3
30	4	—	4	220	—	148	100,0	—	100,0

Tab.1. Ein Beispiel einer Mischverteilung: Die Frachtabschlüsse bei der Rundreise eines Frachtschiffes.

- Spalte 1: Obere Merkmalsgrenze g der Klasse.
 Spalte 2: Klassenhäufigkeit f_U der Urverteilung.
 Spalte 3: Klassenhäufigkeit f_I des Teilkollektivs I.
 Spalte 4: Klassenhäufigkeit f_{II} des Teilkollektivs II.
 Spalte 5: Summenhäufigkeit Σf_U der Urverteilung.
 Spalte 6: Summenhäufigkeit Σf_I des Teilkollektivs I.
 Spalte 7: Summenhäufigkeit Σf_{II} des Teilkollektivs II.
 Spalte 8: Prozentsummenhäufigkeit $\Sigma(\%)_U$ der Urverteilung.
 Spalte 9: Prozentsummenhäufigkeit $\Sigma(\%)_I$ des Teilkollektivs I.
 Spalte 10: Prozentsummenhäufigkeit $\Sigma(\%)_{II}$ des Teilkollektivs II.

ein; liegt der Fall 1 vor, hat man es also mit einer sogenannten Normalverteilung zu tun, dann ergibt sich als Summenhäufigkeitskurve eine gerade Linie. Diese Gerade erlaubt es, auf einfache Weise den Mittenwert und z. B. die T-90-Grundspanne abzulesen, wodurch das Kollektiv eindeutig gekennzeichnet ist. Solchen Normalverteilungen, die man auch einfache oder Gaußsche Kollektive nennt, begegnet man selten; meist hat man es mit Mischverteilungen zu tun.

Eine Mischverteilung, als Summenhäufigkeitskurve im Wahrscheinlichkeitsnetz dargestellt, ergibt eine von der Geraden abweichende Linie, und man steht dann vor der Aufgabe, diese Mischverteilung möglichst einfach und vollständig zu beschreiben. Dies gelingt dann, wenn man mit Daeves und Beckel¹ die Hypothese aufstellt, daß jede Mischverteilung, die uns Natur und Technik liefert, aus (wenigen) Normalverteilungen aufgebaut ist. Denn wenn man die einzelnen Teilkollektive gefunden hat, kann man sie genau so, wie oben beschrieben, im Wahrscheinlichkeits-

netz durch je eine Gerade darstellen und Mittenwert und Grundspanne für jedes Teilkollektiv unmittelbar ablesen; gibt man noch den Prozentanteil eines jeden Teilkollektivs an, dann hat man das gegebene Kollektiv (die Urverteilung) vollständig und eindeutig beschrieben.

Während sich nun die Darstellung einer Häufigkeitsverteilung im Wahrscheinlichkeitsnetz schon einigermaßen eingebürgert hat, findet man noch wenige Arbeiten, in denen eine Verteilung auch zeichnerisch analysiert wird. Vielleicht erscheint diese Analyse zu schwierig oder zu mühsam; es mag auch unbequem sein, dazu in zwei

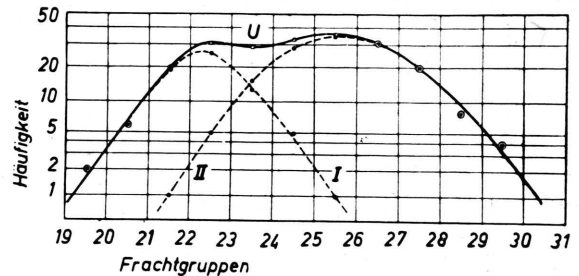


Abb. 1. Die Mischverteilung der Tab. 1, im Häufigkeitsnetz dargestellt. Die gegebene Häufigkeitsverteilung U läßt sich in die beiden Normalverteilungen I und II zerlegen.

Netzen zeichnen zu müssen. Ich will an einem Beispiel zunächst zeigen, wie eine Häufigkeitsverteilung nach dem Vorgang von Daeves und Beckel¹ analysiert wird, und an dem gleichen Beispiel schließlich dartun, daß zur Analyse nur ein Netz notwendig ist, wodurch man noch weitere Vorteile gewinnt; gleichzeitig will ich damit eine leistungsfähige Untersuchungsmethode empfehlen.

Das Beispiel ist der bereits angeführten Arbeit¹ entnommen und bezieht sich auf die Frachtabschlüsse eines Frachtschiffes. Die Tab. 1 gibt in Spalte 1 an, über welche Frachtgruppen sich die Abschlüsse verteilen, ausgedrückt in RM je Tonne Frachtgut; in der Spalte 2, wie oft die betreffende Frachtgruppe vorkommt. Mit diesen beiden Angaben läßt sich bereits die Häufigkeitsverteilung zeichnen, was in dem Häufigkeitsnetz geschieht (s. die voll ausgezogene Kurve der Abb. 1, die mit U bezeichnet ist). Wie man sieht, handelt es sich um eine Mischverteilung, die sich in die beiden Normalverteilungen I und II zerlegen läßt. Dazu geht man von den gestreckten Endstücken der Urkurve aus und sucht ihre symmetrische Ergän-

¹ K. Daeves u. A. Beckel, Auswertung durch Großzahlforschung, Berlin 1942.

zung nach innen zu; dabei ist zu beachten, daß die Summe der Teilhäufigkeiten f_I und f_{II} , die zu den Teilkurven I und II gehören, für jede Ordinate die Klassenhäufigkeit f_U der Urkurve ergeben muß. Die Teilhäufigkeiten f_I und f_{II} sind in den Spalten 3 und 4 eingetragen, ihre Summen ergeben jeweils f_U . Durch Aufzählen der f -Werte der Spalten 2 bis 4 ergeben sich die Summenhäufigkeiten Σf_U , Σf_I und Σf_{II} der Spalten 5 bis 7; die Endzahlen dieser Spalten geben den Um-

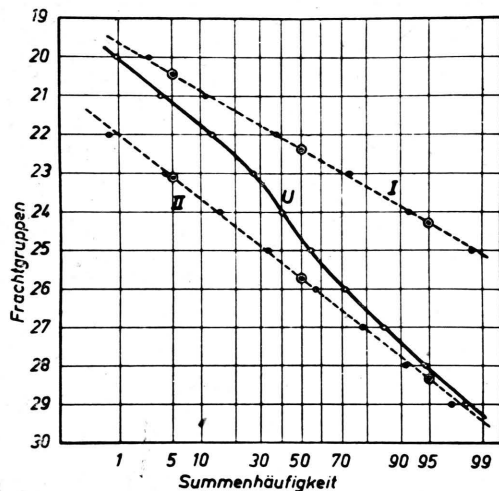


Abb. 2. Die Mischverteilung der Tab. 1, im Wahrscheinlichkeitsnetz dargestellt. Hier liest man Mittenwert und Grundspanne der beiden Teilkollektive I und II ab; dazu sucht man die Schnittpunkte der gestrichelten Geraden I. und II mit der 50-, der 5- bzw. der 95 Σ (%) - Linie des Netzes.

fang der Urverteilung bzw. der Teilkollektive an: das Gesamtkollektiv umfaßt 220 Frachtraten; davon entfallen 72 oder 32,7 % auf das Teilkollektiv I und der Rest, also 67,3%, auf das Teilkollektiv II.

Ob die so ermittelten Teilkollektive auch wirklich Normalverteilungen sind, prüft man nun im Wahrscheinlichkeitsnetz. Dazu bildet man aus den Summenhäufigkeiten Σf der Spalten 5 bis 7 die Prozentsummenhäufigkeiten der Spalten 8 bis 10 und trägt sie in das Wahrscheinlichkeitsnetz ein (s. Abb. 2). Die Kurve für die Urverteilung ist gekrümmt, ein Zeichen, daß es sich um eine Mischverteilung handelt; den beiden Teilkollektiven entsprechen gerade Linien, sie sind demnach tatsächlich Gaußsche Kollektive. Um sie zu kennzeichnen, sucht man ihre Schnittpunkte mit der 50(%) - Geraden des Netzes und liest so den Mitten-

wert ab; die Schnittpunkte mit der 5- bzw. 95(%) - Geraden ergeben die Grundspanne, innerhalb deren 90 % aller Werte liegen. Die Frachtabschlüsse zerfallen demnach in einen kleineren Anteil von einem Drittel mit einem mittleren Frachtertrag von 22,35 RM für die Tonne und einer Streuung von $\pm 1,95$ RM, innerhalb welcher

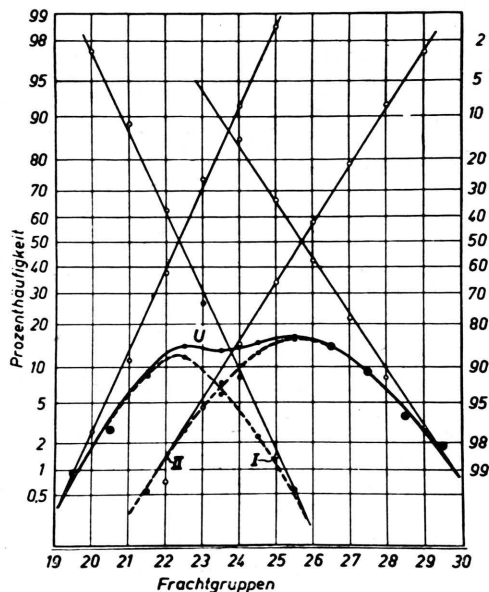


Abb. 3. Die zeichnerische Analyse der Abb. 1 u. 2 läßt sich besser in einer einzigen Darstellung im Wahrscheinlichkeitsnetz ausführen. Um den Anschluß an die Abb. 2 zu erleichtern, ist hier das Wahrscheinlichkeitsnetz bis zu 99(%) gezeichnet; man sieht aber sofort, daß man aus Symmetriegründen die obere Netzhälfte auch weglassen kann.

90% dieses Anteils liegen, ferner in einen größeren Anteil von zwei Dritteln aller Abschlüsse, deren mittlerer Ertrag $25,7 \pm 2,6$ RM beträgt.

Das geschilderte Analysierverfahren läßt sich noch wesentlich bequemer gestalten, was ich nun an dem gleichen Beispiel zeigen will. Wir stellen zunächst wieder die Zahlentafel auf (s. Tab. 2). Die Spalten 1 und 2 übernehmen wir unverändert, denn sie enthalten die Angaben; die Spalte 2 summieren wir und rechnen mit Hilfe der Summe 220 die Häufigkeiten der Spalte 2 um in die Prozenzhäufigkeiten der Spalte 3. Die Werte der Spalte 3 tragen wir in das Wahrscheinlichkeitsnetz ein (s. Abb. 3) und erhalten die voll ausgezogene Linie U. Diese wird, genau wie oben, in zwei Normalverteilungen I und II zerlegt (in der Abb. 3 gestrichelt gezeichnet). Nun liest man die Ordinaten der Teilkollektive ab, die man hier

1	2	3	4	5	6	7	8	9
g	f_U	$f^{(0/o)}_U$	$f^{(0/o)}_I$	$f^{(0/o)}_{II}$	$\Sigma f_I^{(0/o)}$	$\Sigma f_{II}^{(0/o)}$	$\Sigma^{(0/o)} f_I$	$\Sigma^{(0/o)} f_{II}$
20	2	0,91	0,91	—	0,91	—	2,8	—
21	6	2,73	2,73	—	3,64	—	11,1	—
22	20	9,10	8,55	0,55	12,19	0,55	37,5	0,7
23	31	14,1	11,83	2,27	24,02	2,82	73,6	4,1
24	29	13,2	6,0	7,2	30,02	10,02	91,7	14,9
25	33	15,0	2,20	12,7	32,22	22,72	98,6	33,8
26	36	16,3	0,55	15,9	32,77	38,62	100,0	57,5
27	31	14,1	—	14,1	—	52,72	—	78,4
28	20	9,1	—	9,1	—	61,82	—	91,9
29	8	3,64	—	3,64	—	65,46	—	97,3
30	4	1,82	—	1,82	—	67,28	—	100,0
$\Sigma = 220$		$\Sigma = 100$	32,7	67,3				
			$\Sigma = 100$					

Tab. 2. Das Beispiel der Tab. 1, für die Analyse in nur einem Netz abgeändert.

Spalte 1: Obere Merkmalsgrenze der Klasse.

Spalte 2: Klassenhäufigkeit der Urverteilung.

Spalte 3: Prozenzhäufigkeit der Urverteilung.

Spalte 4: Prozenzhäufigkeit des Teilkollektivs I.

Spalte 5: Prozenzhäufigkeit des Teilkollektivs II.

Spalte 6: Summenhäufigkeit aus Spalte 4.

Spalte 7: Summenhäufigkeit aus Spalte 5.

Spalte 8: Prozentsummenhäufigkeit aus Spalte 6.

Spalte 9: Prozentsummenhäufigkeit aus Spalte 7.

gleich in Häufigkeitsprozenten erhält, und trägt sie in die Tab. 2 ein (s. die Spalten 4 und 5). Die Summe jeder Spalte gibt sofort den Prozentanteil jedes Teilkollektivs an. Um nun die Prozentsummenkurven zeichnen zu können, setzen wir jede der Summen der Spalten 4 und 5 gleich 100% und errechnen zunächst die Summenhäufigkeiten der Spalten 6 und 7 und daraus die Summenprozentwerte der Spalten 8 und 9; die Punkte, die den Werten der letzten beiden Spalten entsprechen, werden in dasselbe Netz eingetragen (s. Abb. 3); sie liegen praktisch auf geraden Linien, die gefundenen Teilkollektive sind demnach Gaußsche Normalverteilungen. Die Kennwerte liest man so ab, wie es oben beschrieben wurde.

Wie man sieht, genügt also ein einziges Netz zur zeichnerischen Analyse von Häufigkeitsverteilungen². Dies ist aber nicht der einzige Vorteil, den man dabei gewinnt. Wenn man die rechte Seite des Netzes gegenläufig beziffert, wie in Abb. 3, und auch für diese Netzteilung die Prozentsummengeraden einzeichnet, dann erhält man so beide Tangenten an die Teilkurven, wie schon ein Blick auf die Abb. 3 zeigt. Man kann sich aber auch ohne Zeichnung überlegen, daß dies so sein muß. Zunächst weiß man, daß die Prozentsum-

mengerade einer Normalverteilung die 50%-Teilung des Netzes dort schneidet, wo das Teilkollektiv seinen Mittelwert hat; da jedes Teilkollektiv durch eine symmetrische Kurve dargestellt wird, muß demnach der Scheitel dieser Kurven unter jenem Schnittpunkt liegen. Denkt man sich nun die Klassenteilung auf der Abszisse beliebig fein ausgeführt, dann erkennt man weiter, daß die Prozentsummengeraden niemals kleinere Ordinaten haben können als die zugehörigen Kurven der Häufigkeitsverteilungen. Bei sehr kleinen Ordinatenwerten muß ferner der Ordinatenunterschied zwischen Prozentsummengeraden und Häufigkeitskurve verschwinden; die Prozentsummengerade muß demnach die Häufigkeitskurve (praktisch) tangieren. Diese letztere Erkenntnis ist für die praktische Analyse besonders wichtig, denn gerade an den Enden der Häufigkeitskurven hat man meist mit größeren Fehlern zu rechnen. Kennt man aber den Verlauf der Tangenten, dann lassen sich die Urkurve und damit auch die Teilkurven viel leichter einzeichnen. (Die Prozentsummenkurve der Urverteilung wird man im allgemeinen nicht einzeichnen, denn eine Mischverteilung erkennt man meist schon an dem Verlauf der Urkurve.)

Beim praktischen Auswerten arbeitet man öfters mit einer verhältnismäßig kleinen Zahl von Klassen; in diesen Fällen wird es vorkommen, daß die

² S. a. A. Beckel u. K. Daevies, Die Häufigkeitsanalyse von Lautdauer-messungen, Z. Phonetik 1, 41—47 [1947] (Anm. b. d. Korr.).

Teilkurven von den Wahrscheinlichkeitsgeraden geschnitten werden; das bedeutet, daß man eben nur näherungsweise auswertet und daher auch den Begriff Tangente entsprechend weitherzig zu fassen hat.

Dieses vereinfachte Analysierverfahren hat somit folgende Vorteile: man braucht nur ein Netz, statt bisher deren zwei; man erhält die Äste der Häufigkeitskurven sehr genau, wodurch man die Teilkurven einer Mischverteilung viel leichter findet; durch Spiegelung an der 50%-Geraden des

Netzes erhält man auch die jeweils zweite Tangente an die Teilkurven. Schließlich kontrollieren sich bei dieser Darstellung die Lagen der Prozentsummengeraden und jene der Häufigkeitskurven gegenseitig. Durch diese Umstände wird die zeichnerische Analyse von Häufigkeitsverteilungen wesentlich einfacher und leichter gemacht³.

³ Das Verfahren von Lorenz ist mir erst später bekannt geworden (P. Lorenz, Über die Analyse von Verteilungskurven, Technik 2, 83—88 [1947]). Es dürfte kaum einfacher sein als das oben beschriebene. (Anm. b. d. Korr.)

Die Aufstellung von Koppelungsgruppen unter Verwendung der Korrelationsrechnung

Von CORNELIA HARTE

Aus dem Botanischen Institut der Universität Freiburg i. Brg.

(Z. Naturforschg. 3b, 99—105 [1948]; eingegangen am 19. Februar 1948)

Die Korrelationsrechnung kann bei der Bearbeitung eines Kreuzungsmaterials, das für die üblichen statistischen Methoden der Koppelungsuntersuchung nicht zugänglich ist, bei der Untersuchung der genetischen Struktur und der Aufstellung von Koppelungsgruppen wertvolle Hilfe leisten.

I. Grundlagen der Koppelungsuntersuchungen bei *Oenothera*

Bei der statistischen Auswertung des an anderer Stelle beschriebenen Kreuzungsmaterials von *Oenothera*¹ ergaben sich einige Schwierigkeiten dadurch, daß die bisher vorliegenden Methoden für die Koppelungsuntersuchungen immer von der Voraussetzung ausgingen, daß für beide Eigenschaften, deren genetische Beziehungen zueinander näher untersucht werden sollen, der Erbgang bekannt ist und normale Spaltungsverhältnisse vorliegen. Es müssen also vor Beginn der Koppelungsuntersuchungen für beide Merkmale genaue Angaben darüber gemacht werden können, durch wie viele Gene sie beeinflusst werden und welche Wirkungsweise diese Gene und ihre Kombinationen untereinander auf die Merkmalsgestaltung ausüben, so daß von den beobachteten Phänotypen Rückschlüsse auf den Genotyp der betreffenden Individuen möglich sind. Weiter darf keines der beiden Merkmale durch mehr als zwei Gene bedingt werden, von denen jedes einzelne sowie ihre Kombinationen ungestörte Spaltungsverhältnisse ergeben müssen. Bei den *Oenothera*-Kreuzungen

sind alle diese Voraussetzungen nicht erfüllt. Über den Erbgang der einzelnen Merkmale ist nur bekannt, daß sie fast alle polymer bedingt sind. Die Wirkungsweise der einzelnen Gene konnte in vielen Fällen durch die F_2 -Untersuchungen erschlossen werden. Über die Wirkung der verschiedenen genotypisch möglichen Kombinationen von Allelen für ein bestimmtes Merkmal ist jedoch nur sehr wenig bekannt. Auch die zweite Grundvoraussetzung einer Koppelungsuntersuchung mit den bisherigen Mitteln, nämlich ungestörte Spaltungen, ist nicht gegeben, weil der Einfluß der Gonenkonkurrenz sowie von letal und subletal wirkenden Faktoren berücksichtigt werden muß. Hiermit vergleichbare Verhältnisse finden sich bei vielen anderen Art- und Rassenbastarden. Es mußte also eine neue Untersuchungsmethode gefunden werden, die dann angewendet werden kann, wenn durch die Komplikationen des Materials eine crossing-over-Analyse auf dem üblichen Wege nicht möglich ist. Diese wurde in der Anwendung der Korrelationsrechnung für die Koppelungsuntersuchungen gefunden.

Die Korrelationsrechnung wurde bereits früher ab und zu verwendet, um Kreuzungsergebnisse auszuwerten, so von Tedin², der mit ihrer Hilfe Pleio-

¹ C. Harte, Z. indukt. Abst. Vererbgs., im Druck.

² O. Tedin, Hereditas 6, 275 [1925].