2022 30 1

MITTEILUNGEN DER DEUTSCHEN MATHEMATIKER-VEREINIGUNG

JOURNALISTEN- UND MEDIENPREIS DER DMV 2021

FACES OF FUNCTIONS

MATHEMATIK IST MODERN, WENN SIE MIT DER ZEIT GEHT

VON DER TAFELVORLESUNG ZUM MULTIMEDIA-ANGEBOT

Opportunities in Germany for mathematicians from Ukraine

We see the dramatic events in Ukraine with great concern and are shocked by the attack. Our sympathy goes out to the people of Ukraine who are enduring appalling suffering these days and to those who are now having to leave their country with only the bare necessities.

In cooperation with Mathematics Münster, the DMV is setting up a long-term project to support mathematicians from Ukraine. As a first step, we call on all mathematical institutions and individual scientists in Germany who want to help with stipends, temporary positions, etc. to register on the website

go.wwu.de/math-for-ukraine.

Mathematicians from Ukraine on all career levels are invited to send their applications to the same website, and we will then try to find the best mathematical and personal fit between offer and application.

Let us stand together to support our colleagues from the Ukraine!

Angebote in Deutschland für Mathematiker*innen aus der Ukraine

Mit großer Sorge sehen wir die dramatischen Ereignisse in der Ukraine und sind erschüttert über den Angriff. Unser Mitgefühl gilt den Menschen in der Ukraine, die in diesen Tagen entsetzliches Leid ertragen müssen sowie denjenigen, die ihr Land jetzt mit nur dem Notwendigsten verlassen müssen.

In Zusammenarbeit mit Mathematik Münster richtet die DMV ein langfristiges Projekt zur Unterstützung von Mathematikerinnen und Mathematikern aus der Ukraine ein. Als ersten Schritt rufen wir alle mathematischen Einrichtungen und einzelne Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftler in Deutschland auf, die mit Stipendien, befristeten Stellen etc. helfen wollen, sich auf der Website

go.wwu.de/math-for-ukraine

zu registrieren.

Mathematiker*innen aller Karrierestufen aus der Ukraine laden wir ein, ihre Bewerbungen an dieselbe Website zu senden. Wir werden dann versuchen, die beste mathematische und persönliche Passung zwischen Angebot und Bewerbung zu finden.

Lassen Sie uns zusammenstehen, um unsere Kolleginnen und Kollegen aus der Ukraine zu unterstützen!

Editorial

In der letzten Zeit fühlte ich mich oft wie in folgender Karikatur: Ein Paar schlendert durch die Stadt und die Frau sagt wie beiläufig: „Mein Bedürfnis, gut informiert zu sein, verträgt sich gerade eher schlecht mit dem Bedürfnis, nicht verrückt zu werden.“

Dieses Spannungsfeld war schon mit unzureichender Bekämpfung der Ursachen der Klimakrise und den Corona-Infektionszahlen im Winter hinreichend anstrengend und wird nun zusätzlich von einem Krieg befeuert. Er hat viele Auswirkungen – eine davon findet sich eher unscheinbar unter den Terminen im Heft: Natürlich wird der ICM im Juli 2022 nicht in St. Petersburg stattfinden.

Statt die Reise nach St. Petersburg zu planen, organisieren viele konkrete Hilfe für geflüchtete Kolleginnen und fragen sich, welche Gespräche an russischen Instituten geführt werden.

Das vorliegende Heft der *Mitteilungen* kann Sie guten Gewissens für einige Zeit von den schlechten Nachrichten ablenken. Wir haben das nicht so geplant, aber das neue Jahr ist ein guter Zeitpunkt um zu zeigen, wie viel Schönes in unserer Gemeinschaft geschieht.

Konkret blicken wir auf 50 Jahre Mathematik an Fachhochschulen, 20 Jahre Gaußvorlesungen und auf die Verleihung der Journalisten- und Medienpreise der DMV und die Personen, die wir im November 2021 ehren konnten. Darüber hinaus hat sich Kollege Joswig Zeit genommen, um sich ausführlich mit dem Empfänger der Cantormedaille zu unterhalten. Martin Grötschel wurde diese Auszeichnung Ende September auf dem Dach der Berlin-Brandenburgischen Akademie der Wissenschaften (BBAW) überreicht und er hielt im Rahmen unserer Jahrestagung 2021 den Festvortrag. Dort zeigte er seine Perspektive darauf, welche Entwicklungspfade für die Mathematik denkbar und wünschenswert sind. Für unser Heft wird dieses interessante Thema noch einmal in Ruhe aufgenommen.

Ein weiterer Schwerpunkt sind gelungene Beispiele mathematischer Lehrveranstaltungen – insbesondere unter den Bedingungen der Distanzlehre. Die meisten von uns haben damit Erfahrungen gesammelt und dabei zurecht geschimpft aber eben auch viel gelernt. Es war uns wichtig, einmal inne zu halten und den Fokus auf positive Erfahrungen zu richten. Ich bin den Kolleg*innen sehr dankbar, dass sie sich die Zeit genommen haben, darüber zu reflektieren und ihre Erfahrungen zum Teil sehr persönlich zu schildern (und meiner Mitherausgeberin Carla Cederbaum für die Idee).

Mit Greifswald stellt sich ein kleiner Fachbereich kurz vor. Wir beginnen damit eine Deutschlandrundreise. Als nächste Stationen haben schon Osnabrück, Ilmenau, Kassel und Oldenburg zugesagt.

Sehr gefreut haben wir uns, dass das Gesprächsangebot zu Aufgaben im Mathematikunterricht zwischenzeitlich zu vielen Diskussionen und eingereichten Beiträgen geführt hat. Die Debatte – insbesondere über Harald Gerckens Artikel aus dem vorletzten Heft – war zum Teil sehr hitzig. Kollege Gercken hat aus den Anrufen und e-mails Gesprächsfäden und Argumente destilliert und das Ergebnis und seine Antworten darauf strukturiert aufgeschrieben. Daneben stellen wir einen Artikel, der am Beispiel der Satzes des Pythagoras illustriert, dass Beweise im Mathematikunterricht nicht zu kurz kommen müssen.

Ein ganz besonderer Hingucker ist sicher der Beitrag von Elias Wegert. Hier lohnt es sich, eine elektronische Fassung zu betrachten und sich in den Details der Abbildungen zu verlieren. Habe ich für Sie erprobt und kann es wärmstens empfehlen, wenn mal wieder alles zu viel wird!

Schließlich liegt mir ein eher kurzer Artikel so am Herzen, dass ich Sie besonders darauf hinweisen möchte: Mit einer Kollegin aus den USA habe ich für meinen Podcast ein Gespräch geführt zu einem Workshop, den sie ins Leben gerufen hat. Sein Ziel ist es, Männer zu befähigen, bessere Mitstreiter („Allies“) auf dem Weg zu Gleichberechtigung und Vielfalt an unseren Fachbereichen zu sein (nächster Termin ist im Mai). Falls Sie schon Gelegenheit hatten, den Film „Picture a scientist“ zu sehen, verstehen Sie sicher gut, worauf wir uns in dem Artikel beziehen. Oder sie schauen sich den ESLW 2021-Plenarvortrag von Ursula Keller (Departement Physik, ETH Zürich) auf YouTube an: „Do photons show gender bias?“ (youtu.be/IoemYhMoCHs). Eine Reaktion könnte sein, etwas ähnliches wie den hier vorgestellten Allyship-Workshop im eigenen Umfeld zu organisieren …

Bleiben Sie gesund,

G. Thäter

DOI 10.1515/dmvm-2022-0001

Inhalt

DOI 10.1515/dmvm-2022-0002

Umschlagfoto
Gudrun Thäter

Aufruf zur Benennung von Kandidatinnen und Kandidaten für die Präsidiumswahlen 2022

Im Auftrag der Präsidentin teile ich Ihnen mit, dass die Amtszeiten von fünf Präsidiumsmitgliedern in diesem Jahr auslaufen. Es handelt sich um folgende Positionen:

- Präsident/Präsidentin und Vizepräsident/Vizepräsidentin
- Schriftführer/Schriftführerin
- zwei weitere Sitze im Präsidium, davon einer als Verantwortliche/r für die Internetseiten der DMV

Die Positionen Präsident/in, Vizepräsident/in werden vom Präsidium für 2 Jahre gewählt. Die übrigen Positionen werden von allen DMV-Mitgliedern für 4 Jahre gewählt.

Die Positionen Präsident/in, Vizepräsident/in und Schriftführer/in beinhalten einen Sitz im Vorstand.

Alle DMV-Mitglieder können Wahlvorschläge machen. Diese müssen nach Paragraph 2 b) der Wahlordnung von mindestens zehn Mitgliedern unterstützt werden und bis zum 30. April 2022 bei der Geschäftsstelle eingegangen sein.

Weiterhin ist nach Paragraph 2 a) der Wahlordnung das Präsidium verpflichtet, für jede frei werdende Position im Präsidium wenigstens einen Kandidaten zu benennen.

Ich möchte alle Mitglieder nachdrücklich bitten, Vorschläge zu machen. Es wäre wünschenswert, mehr Kandidaten als Positionen zur Auswahl zu haben.

Daniel Grieser
(Schriftführer der DMV)

Hermann Minkowski-Medaille 2022 – Aufruf zu Nominierungen

Im Rahmen der diesjährigen Jahrestagung der DMV in Berlin soll zum zweiten Mal nach 2020 die Hermann Minkowski-Medaille verliehen werden. Bei diesem Preis geht es um eine Auszeichnung für Mathematikerinnen und Mathematiker, die sich zwar durch herausragende Arbeiten bereits internationale Anerkennung erworben haben, deren Karriere aber zu einem großen Teil noch vor ihnen liegt (Mid Career Prize). Konkret bedeutet dies, dass die Promotion nicht länger als zwölf Jahre zurückliegen soll, wobei Familienzeiten angemessen berücksichtigt werden. Die dadurch adressierte Zielgruppe ist somit vergleichbar mit der, welche etwa auch durch den ERC Consolidator Grant angesprochen wird, vgl. auch www.mathematik.de/dmv/preise-auszeichnungen.

Mit diesem Aufruf bittet das Präsidium der DMV Sie um zahlreiche Einreichungen von Nominierungen (mit einer kurzen Begründung) an die Geschäftsstelle der DMV. Gleichzeitig möchte ich darauf hinweisen, dass die Möglichkeit der Eigenbewerbung für die Hermann Minkowski-Medaille besteht.

Der Termin für die Einreichung von Vorschlägen an die DMV Geschäftsstelle ist der 1. Mai 2022.

Joachim Escher
(Vizepräsident der DMV)

Diskussion

Meine Vision von einem zeitgemäßen Mathematikunterricht auf dem Weg zum Abitur
Mitteilungen 29-3 (2021)

Ein schlechter Witz? Mit großer Verwunderung haben wir den Beitrag von Herrn Gercken in den *Mitteilungen* 29-3 zur Kenntnis genommen. Dieser Beitrag bezieht sich nicht nur auf die Mathematik, sondern er stellt ganz allgemein einen Frontalangriff auf den allgemeinbildenden Auftrag des Gymnasiums dar.

Auch wir haben eine Vision für zukunftsorientierten Mathematikunterricht. Unsere Vision besteht darin, dass der Mathematikunterricht in Zukunft wieder mehr begriffliches Verständnis erzeugt und lange Textaufgaben mit sinnfreiem, aber erklärten Anwendungsbezug (siehe etwa https://publikationen.bibliothek.kit.edu/1000121006) aus Schulbüchern und Prüfungen verschwinden.

Hinweisen möchten wir auf den Schweizer *Kanon Mathematik* (math.ch/kanon/), der auf einem – verglichen mit der älteren Version – bescheidenen Niveau rote Linien markiert.

Norbert Henze, Andreas Kirsch
und Franz Lemmermeyer

(Anmerkung der Redaktion: Auf den Seiten 68–71 findet sich außerdem eine zusammenfassende Darstellung der Diskussionen zu dem genannten Artikel.)

DOI 10.1515/dmvm-2022-0005

Grußwort der Präsidentin

Liebe DMV-Mitglieder,
eigentlich hätte in Sankt Petersburg dieses Jahr im Juli ein Fest der Mathematik und wissenschaftlichen Begegnung stattfinden sollen – der International Congress of Mathematicians (ICM), der (zumal nach der Corona-Pandemie) für viele eine wunderbare Gelegenheit zum persönlichen wissenschaftlichen Austausch hätte sein können. Eigentlich. Doch leider hat am 23. Februar die Armee der Russischen Föderation auf Befehl von Wladimir W. Putin die Ukraine angegriffen und damit unendliches Leid über die ukrainische Bevölkerung gebracht und den Frieden in Europa auf lange Zeit zerstört.

Die Folgen für die zukünftige wissenschaftliche Zusammenarbeit sind noch nicht absehbar.

Zunächst, ganz konkret, hat der Krieg Auswirkungen auf den ICM sowie die Arbeit – und auch das Selbstverständnis – der IMU (International Mathematical Union), die den ICM seit 1954 organisiert. Auch wenn die IMU nicht immer frei war von politischer Einmischung, Fehlern und Krisen, so hat der ICM in seiner langen Geschichte seit 1897 doch fast immer den Umständen getrotzt: Lediglich während der beiden Weltkriege fand er nicht statt, der ICM 1982 in Warschau wurde aufgrund der Verhängung des Ausnahmezustands in Folge der Solidarność-Bewegung auf 1983 verschoben. Und nun 2022: Am 26. Februar hat das Executive Committee der IMU entschieden, den ICM nicht als Veranstaltung in Sankt Petersburg abzuhalten. Lediglich die Verleihung der Fields-Medaillen und der anderen IMU-Preise sowie die Generalversammlung der IMU werden in Präsenz vom 3. bis 5. Juli in Helsinki stattfinden, also an einem mit Bedacht gewählten neutralem Ort; die Vorträge werden im Rahmen einer rein virtuellen Tagung im Internet frei zugänglich sein.

Für die wissenschaftliche Zusammenarbeit mit der Ukraine und Russland bleibt – ein Scherbenhaufen. Mit der Zerstörung der ukrainischen Infrastruktur ist reguläre Schulausbildung, Lehre und Forschung in diesem schönen Land für viele Jahre unmöglich geworden. Weltweit planen Universitäten, Stiftungen, Wissenschaftsorganisationen und Regierungen derzeit Sonderprogramme für geflüchtete Studierende und Wissenschaftler*innen, viele DMV-Mitglieder und Kolleg*innen engagieren sich in der Flüchtlingshilfe – mittlerweile haben wir mit „scholars-at-risk"-Programmen eine gewisse Erfahrung, nach Syrien und der Türkei in der jüngeren Vergangenheit nun also die Ukraine. Diese Hilfsprogramme sind ein kleiner Hoffnungsschimmer in der Finsternis. Und wie geht es weiter mit der wissenschaftlichen Zusammenarbeit mit Russland? Die Mathematik hat in Russland und vielen Ländern der zerfallenen Sowjetunion eine lange Tradition und ist, wie wir wissen, ein sehr angesehenes Fach, es gibt sehr viele Kooperationen. Fast alle Wissenschaftsorganisationen in Deutschland haben ihre Zusammenarbeit mit staatlichen russischen Einrichtungen in den vergangenen Wochen beendet oder eingefroren – eine Alternative gibt es in der jetzigen Situation nicht, auch wenn klar ist, dass die Leidtragenden oft nicht die sein werden, die diesen Krieg zu verantworten haben. Auf individueller Ebene möchte ich dafür plädieren, den Kontakt nicht abreißen zu lassen: Niemand in der Wissenschaft möchte in die Eiszeit des Kalten Krieges zurück. Ein „Open letter of Russian mathematicians against the war in Ukraine" im Netz zeugt vom Mut und der aufrechten Haltung seiner Unterzeichner und ihrer Bereitschaft, für die eigene Überzeugung ein persönliches Risiko einzugehen. (Die Webseite wechselt häufig den Server, derzeit findet man sie unter tinyurl.com/4fdurapc.)

Die geographische Lage der Ukraine mitten in Europa hat im Laufe der Jahrhunderte immer wieder die Begehrlichkeiten der Nachbarn geweckt. Ich hatte bisher noch nicht die Gelegenheit, dorthin zu reisen, aber ich muss in diesen Tagen immer wieder an das Denkmal für die durch das nationalsozialistische Regime im Juli 1941 ermordeten Professoren der Universität Lwiw (poln. Lwów, dt. Lemberg) denken, welches beim Hauptgebäude der Universität Wrocław steht. Anderer Krieg, anderer Aggressor, anderer Staat – aber gleiches Leid. Wenn man mit offenen Augen und offenem Geist durch Osteuropa reist, begegnet einem die unendlich komplizierte und leidgeprägte historische Vergangenheit fast überall. Ich empfand es immer als Glück und Privileg, in einer Zeit zu leben, in der diese Reisen und der wissenschaftliche Austausch zwischen früher verfeindeten Ländern möglich waren – und sah dies immer als unseren kleinen, eigenen Beitrag zur Völkerverständigung an. Diese Selbstverständlichkeit ist nun vorbei. Meine Seele trauert.

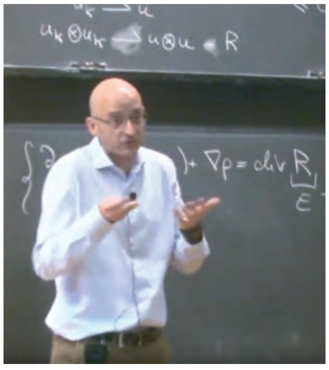
Ihre Ilka Agricola

DOI 10.1515/dmvm-2022-0006

News, Tipps und Termine

Thomas Vogt

Ausgezeichnet



Camillo De Lellis, Mathematik-Professor am Institute for Advanced Studies, Princeton, bekommt den *Maryam Mirzakhani Prize in Mathematics* der National Academy of Sciences des Jahres 2022 für seine Beiträge zu Lösungen der Euler-Gleichungen und zur Regularitätstheorie von Minimalflächen. De Lellis Arbeiten hätten die Entwicklung im Bereich Differentialgleichungen, geometrische Analysis und Variationsrechnung beschleunigt. Seine Forschung gebe einen grundlegend neuen Einblick in die Theorie der Fluidmechanik und zeige eine tief liegende Verbindung auf zwischen irregulären Lösungen für Euler-Gleichungen und dem Einbettungssatz von Nash-Kuiper, heißt es auf den Internetseiten der National Academy of Sciences.

Der *Maryam Mirzakhani Prize in Mathematics*, der mit 20 000 US$ dotiert ist, erinnert an die iranische Mathematikerin Maryam Mirzakhani, die als erste Frau die Fields-Medaille bekommen hatte und erst 40-jährig im Jahr 2017 verstorben war. Der Preis wird alle zwei Jahre für herausragende Beiträge zur mathematischen Forschung an Wissenschafter*innen mittleren Alters (mid-career) vergeben.

Mehr zum Maryam Mirzakhani Prize in Mathematics auf www.nasonline.org/programs/awards/mathematics.html.

Verabschiedet

Auf seiner Wintersitzung im Januar hat der Wissenschaftsrat u. a. Empfehlungen zur Transformation des wissenschaftlichen Publizierens hin zu Open Access verabschiedet und gefordert, Open Access solle zum Standard gemacht werden. „Je schneller und breiter Forschungsergebnisse rezipiert und diskutiert werden, desto schneller können andere Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftler darauf aufbauen. [...] Der Wissenschaftsrat tritt daher dafür ein, dass die Endfassungen (Version of Record) wissenschaftlicher Publikationen sofort, dauerhaft, am ursprünglichen Publikationsort und unter einer offenen Lizenz (CC BY) frei verfügbar gemacht werden“, heißt es in einer Presseinformation zur Wintersitzung am 24. Januar 2022. „Publizieren ist ein integraler Bestandteil des Forschungsprozesses, und es liegt im eigenen Interesse von Forschenden, ihre Ergebnisse so schnell und weit wie möglich zu verbreiten“, erklärte Professorin Dorothea Wagner, die Vorsitzende des Wissenschaftsrats.

Das Pressegespräch, das am 24. Januar zum Thema stattfand, ist noch auf dem YouTube-Kanal des Wissenschaftsrats abrufbar unter youtu.be/AK8SY5OQzMY.

Informiert

Ein Informationspapier des Ausschusses für wissenschaftliche Literaturversorgungs- und Informationssysteme (AWBI) der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) zum Thema Datentracking bei digitalen wissenschaftlichen Ressourcen beschreibt Möglichkeiten der digitalen Nachverfolgung von wissenschaftlichen Aktivitäten. Es legt die Transformation von Wissenschaftsverlagen hin zum Data Analytics Business dar, weist auf die Konsequenzen daraus für die Wissenschaft und deren Einrichtungen hin und benennt die zum Einsatz kommenden Typen der Datengewinnung. Damit dient es der Darstellung gegenwärtiger Praktiken (bis hin zu Verlagstrojanern) und soll zu Diskussionen und Positionen über deren Konsequenzen für die Wissenschaft anregen.

Das Papier, das aus dem Oktober 2021 stammt und sich an alle Akteure in der Wissenschaftslandschaft richtet, ist verfügbar unter www.dfg.de/download/pdf/foerderung/programme/lis/datentracking_papier_de.pdf.

DOI 10.1515/dmvm-2022-0007

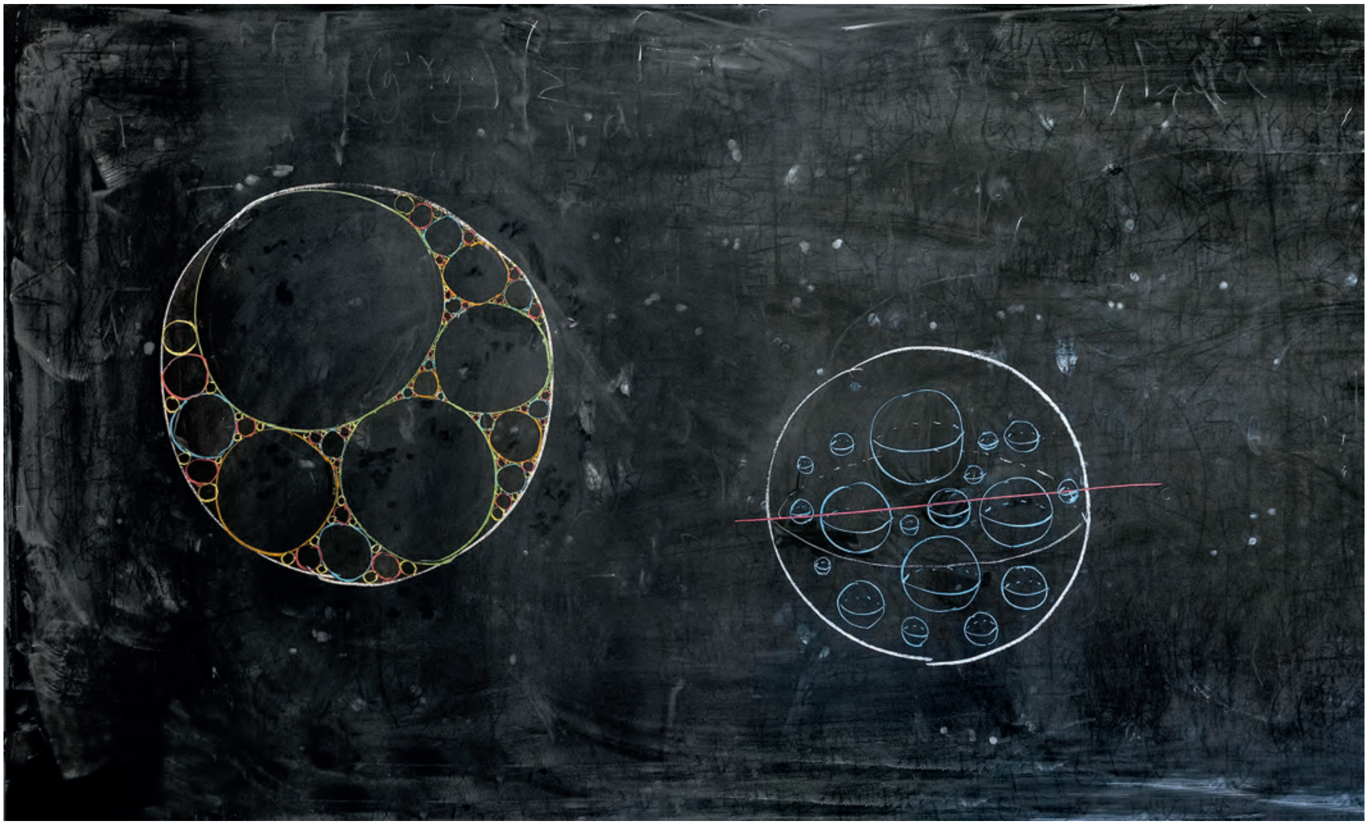


Foto: Jessica Wynne

Tafelbild der koreanischen Mathematikerin Hee Oh aus *Do not Erase. Mathematicians and their Chalkboards*

Aufgerufen

Die Fotografin Jessica Wynne hat rund um die Welt Kreidetafeln fotografiert, auf denen Mathematikerinnen und Mathematiker Ideen entwickelt, Lösungen für Probleme gesucht und Vermutungen bewiesen haben. 100 davon wurden als Buch gedruckt. *Do not Erase. Mathematicians and their Chalkboards*, nannte sie diese Sammlung schöner und rätselhafte Tafelbilder, im vergangenen Jahr erschienen bei Princeton University Press. In Begleittexten erzählen die Wissenschafterinnen und Wissenschaftler anschaulich von ihrer Arbeit.

Der Fotoband wird im Herbst in einem deutschen Verlag erscheinen. So weit so gut. Das Problem: Die Kreidebilder (und ihre Begleittexte) entstammen fast ebenso vielen Teilgebieten der Mathematik. Und welcher Übersetzer – aber auch welcher Mathematiker, welche Mathematikerin! – wüsste die korrekte Übersetzung so vieler unterschiedlicher Fachtermini? So entstand die Idee, für die Übersetzung das geballte Wissen der mathematischen Community als Schwarmwissen zu nutzen.

Bitte beteiligen Sie sich an dieser Crowd-Anstrengung! Die für die Übersetzung gesuchten Fachtermini finden Sie in einem Blogbeitrag auf mathematik.de, wo Sie Ihren Übersetzungsvorschlag über die Kommentarfunktion eingeben können. Sie müssen sich dafür nur einmal kostenlos auf mathematik.de registrieren, falls Sie das noch nicht getan haben. Bitte beteiligen Sie sich und geben Sie Ihr Wissen weiter!

Vernetzt

Das MFO ruft dazu auf, Anträge für Workshops mit ausgeprägten Vernetzungs- und Mentoringaktivitäten einzureichen. Dies ist eine neue Kategorie von Workshops innerhalb des wissenschaftlichen Programms mit dem Ziel, Chancengleichheit und Vielfalt noch stärker zu fördern und den Einfluss von Minderheiten in der Mathematik zu stärken. Vorschläge können innerhalb des Workshop-Programms (das auch halbe Workshops umfasst) und im Mini-Workshop-Programm eingereicht werden. Die Anträge sollten wie üblich ein konkretes Forschungsvorhaben beschreiben und gleichzeitig ein detailliertes Konzept für Vernetzungs- und Mentoringaktivitäten enthalten. Insbesondere soll dargelegt werden, auf welche Weise die Vortragenden und Teilnehmenden ausgewählt werden, und eine vorläufige Liste der vorgeschlagenen Teilnehmer*innen mit eingereicht werden. Die Fristen und Einreichungsverfahren sind dieselben wie für die traditionellen Workshops und Mini-Workshops. Die Wissenschaftliche

Termine

- 12. 5. 2022, Greifswald
  Gauß-Vorlesung: Ulrike Tillmann, Oxford
  bit.ly/3nHH9M2
- 20. 5. 2022, Berlin/Potsdam
  Euler-Vorlesung: Wolfgang Lück, Bonn
  euler-lecture.berlin
- 24. 6. 2022, Paderborn
  Weierstraß-Vorlesung: Peter Scholz, Bonn
  math.uni-paderborn.de/forschung/weierstrass-vorlesung
- 1. 7. 2022
  World Meeting for Women in Mathematics (WM)²
  (The second (WM)² will be held remotely on July 1, 2022, as a special satellite event of the ICM 2022)
  2022.worldwomeninmaths.org
- 6.–14. 7. 2022, Online
  Internationaler Mathematikerkongress ICM
  icm2022.org
- 6.–16. 7. 2022, Oslo, Norwegen
  Internationale Mathematikolympiade IMO
  www.imo2022.org
- 3.–5. 8. 2022, Leipzig
  Studierendenkonferenz StuKon 2022,
  www.mathematik.de/stukon
- 22.–26. 8. 2022, Helsinki, Finnland
  European Women in Mathematics
  General Meeting 2022
  www.europeanwomeninmaths.org
- 12.–16. 9. 2022, Berlin, Freie Universität
  DMV-Jahrestagung 2022
  www.mathematik.de/dmv/jahrestagungen

Weitere News, Tipps, Termine auf mathematik.de sowie auf LinkedIn, Facebook und Twitter. Alle Termine stehen unter dem Vorbehalt von Pandemie-Einschränkungen.

Kommission wird Anträge für „networking activities“ auf der Grundlage der wissenschaftlichen Qualität und des Konzepts für Vernetzungs- und Mentoringaktivitäten diskutieren und entscheiden. Die Begutachtung erfolgt zeitgleich aber unabhängig von den traditionellen Formaten. Weitere Hinweise und Links auf www.mfo.de/scientific-program/meetings/networking-activities.

Losgelöst

Dieses Jahr findet die Studierendenkonferenz (StuKon) erstmals losgelöst von der DMV-Jahrestagung statt. „So können wir die Absolvent*innen mit einem eigens auf sie zugeschnitten Programm gezielt ansprechen“, sagt DMV-Präsidentin Ilka Agricola. Die StuKon richtet sich, wie gehabt, an Studierende und Absolvent*innen aller mathematischen Studiengänge. Neben zwei eingeladenen Hauptvorträgen, Vorträgen der Absolvent*innen und Diskussionsforen zum Austausch untereinander ist aber auch eine Vorstellung mathematischer Berufsbilder durch Firmen und Einrichtungen geplant, die konkret Absolvent*innen der Fachrichtungen Mathematik, Wirtschaftsmathematik und Technomathematik suchen.

Die StuKon findet vom 3. bis 5. August am Max-Planck-Institut für Mathematik in den Naturwissenschaften in Leipzig statt. Bitte informieren Sie die Absolvent*innen Ihrer Hochschule über dieses Angebot.
www.mathematik.de/stukon

Foto: Gudrun Thäter

Das MPI für Mathematik in den Naturwissenschaften

Erinnert

Foto: Mister rf, Wikimedia Commons/ CC BY-SA 4.0

Viele werden sich an ihn erinnern: an einen kleinen schwarzen Kasten mit rechteckigen hellblauen, schwarzen oder weißen Tasten und mit einer roten oder blaugrünen Digitalanzeige, den „HP-35“. Hewlett Packard's erster technisch-wissenschaftliche Taschenrechner mit trigonometrischen, logarithmischen und Exponential-Funktionen, könnte seine 50-jährige Markteinführung in diesem Jahr feiern.

Die kleine unscheinbare Rechenmaschine aus dem Jahr 1972 wurde entgegen aller Erwartungen des Herstellers ein großer Verkaufserfolg und „leitete das Ende des damals in Wissenschaft und Industrie noch weit verbreiteten mechanischen Rechenschiebers als Standard-Rechenwerkzeug ein. Er war das erste Modell einer langen Reihe von meist programmierbaren Taschenrechner des Unternehmens“, heißt es auf wikipedia unter HP-35.

Falls Sie noch ein funktionstüchtiges Exemplar im Keller haben sollten, könnte es sich lohnen, es vorsichtig zu entstauben und auf eBay einzustellen. Liebhaber bieten dort für manche Modelle des Klassikers über 100 Euro.

Kritisiert

Kritik am Drittmittelsystem ist nicht neu. „Das Buzzword ‚Drittmittelunwesen‘ fand Eingang in den akademischen Wortschatz“, schreibt DIE ZEIT in ihrem Newsletter ‚Wissen³‘ vom 3. 2. 2022: „Das Murren über den Aufwand für Drittmittelanträge ist seit Jahren groß. Die Junge Akademie unterlegt den Unmut nun mit Zahlen in einem Online-Tool, das Zeitaufwand, Erfolgsquote und Fördersummen miteinander abgleicht.“ bit.ly/362KyPz

Beliebt

Die digitalen Mathe-Adventskalender von „Mathe im Leben“ und dem Berliner Exzellenzcluster MATH+ erfreuen sich weiterhin steigender Beliebtheit: Im Dezember 2021 konnten die beiden Online-Mathe-Adventskalender knapp 200 000 Teilnehmer*innen für die Rätsel aus der angewandten Mathematik gewinnen. Darunter waren mehr als 175 000 Schüler*innen, die täglich die beliebten Mathe-Adventsaufgaben vom 1. bis 24. Dezember 2021 lösten.

Im Dezember 2021 hieß das Motto „Mathe global denken – Mit den Mathe-Wichteln die Welt erkunden!“. Auf www.mathekalender.de luden die Mathe-Adventskalender dazu ein, die verschiedensten Bereiche der Mathematik auf einer Weltreise zu entdecken. Die Teilnehmer*innen erlebten dabei, wie man mit Mathematik die Komplexität unserer Welt beschreiben und gesellschaftliche Fragestellungen untersuchen kann. Täglich konnten sich Schüler*innen, Lehrkräfte und mathematisch Interessierte an den weihnachtlich verpackten Rätselaufgaben im Knobeln, Diskutieren und Rechnen erproben. Dabei liefern die Aufgaben auch Einblicke in sinnvolle Anwendungen und aktuelle Forschungsthemen der Mathematik und zeigen so: Mathematik ist wichtig für unsere Gesellschaft und macht Spaß und ist damit weit mehr als nur Rechnen.

Thomas Vogt
Medienbüro Mathematik, Freie Universität Berlin,
Institut für Mathematik, Arnimallee 2, 14195 Berlin
Tel. (030) 838 75657 · medienbuero@mathematik.de

Die Journalistenpreise und der Medienpreis der DMV 2021

Thomas Vogt und Gudrun Thäter

Im September 2021 hatte eine Jury die aktuellen Preisträgerinnen und Preisträger für den Journalistenpreis und den Medienpreis der DMV bestimmt. Am 22. November 2021 erfolgte dann die feierliche Übergabe der Preise bei einem Festakt in der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt (PTB) in Berlin. Die Veranstaltung moderierte der Mathematiker Prof. Günter M. Ziegler, Präsidiumsmitglied der DMV und Präsident der Freien Universität Berlin.

Der Medienpreis der DMV des Jahres 2021, dotiert mit 5000 Euro, ging an den Wissenschaftspublizisten Thomas de Padova aus Berlin für die herausragende Darstellung von Mathematik in seinen Publikationen, insbesondere in seinem Werk *Alles wird Zahl – wie sich die Mathematik in der Renaissance neu erfand*.

Den Journalistenpreis mit einem Preisgeld von je 1000 Euro bekamen Manon Bischoff aus Darmstadt für ihre fundierten Artikel zu mathematischen Themen, publiziert in der Zeitschrift *Spektrum der Wissenschaft*, und der freischaffende Hörfunkjournalist Aeneas Rooch aus Bochum, der mathematische Themen in Hörfunkbeiträgen unterhaltsam für den öffentlich-rechtlichen Rundfunk aufbereitet, zum Beispiel für den WDR und den SWR. Die Preisgelder stiftete zum wiederholten Mal die Berliner Walter de Gruyter Stiftung.

Die Grußworte sprachen der Hausherr Dr. Frank Melchert und die DMV-Präsidentin Frau Prof. Dr. Ilka Agricola. Sie war auch Mitglied der Jury und hielt die Laudatio auf den Medienpreisträger Thomas de Padova.

V. l. n. r.: Günter M. Ziegler, Manon Bischoff, Norbert Lossau, Thomas de Padova, Gudrun Thäter, Ilka Agricola, Christoph Seils (de Gruyter Stiftung), Petra Schmidt (de Gruyter Stiftung)

DOI 10.1515/dmvm-2022-0008

Anschließend folgte die Laudatio von Dr. Norbert Lossau, Journalistenpreisträger des Jahres 2019, Jurymitglied 2021 und Ressortleiter Wissenschaft bei DIE WELT, auf Manon Bischoff aus Darmstadt.

Anschließend sprach Dr. Gudrun Thaeter, Präsidiumsmitglied der DMV und Jurymitglied 2021, die Laudatio auf den Journalistenpreisträger Dr. Aeneas Rooch. Rooch hat Mathematik und Physik studiert und in Wahrscheinlichkeitstheorie promoviert. Er arbeitet in der Softwarebranche und ist als freier Fachjournalist für Naturwissenschaften und Technik tätig. Die Jury lobte seine Hörfunkbeiträge und Podcasts zur Mathematik als besonders fundiert und originell.

Es folgte eine kleine Gesprächsrunde zum Thema „Keiner liebt mich!“ zu den Herausforderungen der Mathematik-Kommunikation. Pandemiebedingt wurden zugeschaltet: Aeneas Rooch aus Bochum und als Überraschungsgast Christoph Drösser aus San Francisco, Wissenschaftspublizist und Medienpreisträger des Jahres 2008.

Wir veröffentlichen als kleine Nachlese zu der Veranstaltung Selbstvorstellungen der Ausgezeichneten und die Laudationes.

Zählen, aufzählen, erzählen

Thomas de Padova

Eins: Sirius. Zwei: Canopus. Drei: Alpha Centauri. Vier: Arktur. Meine Liebe zu den Zahlen ist so alt wie meine Liebe zum Geschichtenerzählen. Seit jeher ist es mir ein tiefes Bedürfnis, die Dinge zu beziffern, zu benennen, zu ordnen. Dass es sich dabei um ein menschliches Grundbedürfnis handelt, darauf verweist der Ursprung unseres Wortes „Zahl“, das vom germanischen „tala“ für „Kerbe“ abstammt. Dasselbe Wort bedeutete zunächst auch „Rede“. Man unterschied gemeinhin nicht zwischen „zählen“, „aufzählen“ und „erzählen“.

Vor mehr als zehn Jahren sprach ich mit dem Italiener Giorgio Parisi. Unsere Unterhaltung kam erst in Gang, als sein Blick hoch zu Starenschwärmen ging, die allabendlich über Rom hinwegziehen: 5000 Vögel und mehr, deren Formation auch dann erhalten bleibt, wenn der Schwarm seine Richtung ändert. Parisi hatte sie mit Spezialkameras aufgenommen, die Abstände Vogel für Vogel ausgemessen und die Wechsel ihrer Positionen festgehalten. Auf einmal war er ganz in seinem Element: „zählen“, „aufzählen“ und „erzählen“. Ich musste nur noch mitschreiben. Als Wissenschaftler widmete sich Parisi der mathematischen Modellierung komplexer physikalischer Systeme, wofür er 2021 mit dem Nobelpreis ausgezeichnet werden sollte. Der nach ihm benannte „Parisi-Ansatz“ war die typische Eingebung eines Physikers. Jahre vergingen, ehe Mathematiker beweisen konnten, dass Parisis Lösung korrekt war.

Ich bewundere diese Hartnäckigkeit von Mathematikerinnen und Mathematikern, das Nicht-zur-Ruhe-Kommen, bis ein Beweis hieb- und stichfest ist. Es ist wunderbarer Stoff für Geschichten, für Geschichten, die mich persönlich berühren. Wenn ich mich als Jugendlicher an den Aufgaben des Bundeswettbewerbs Mathematik oder bei meiner Diplomarbeit an der mathematischen Beschreibung von Quark-Antiquark-Paaren versuchte, zog ich mich selbst mitunter tagelang in mein Kämmerlein zurück. Doch müssen es immer so dicke Bretter sein? Als studierter Physiker greife ich zum Kaffeebecher und stelle fest: Daumen und Zeigefinger reichen nicht aus, den Becher ganz zu umfassen. Die verbliebene Lücke ist so groß wie ein dritter Finger und entspricht etwa dem Durchmesser des Bechers, ergo: Das Verhältnis von Umfang zu Durchmesser ist 3 zu 1. In vielen Situation begnüge ich mich mit solchen π-mal-Daumen-Abschätzungen. Darüber lässt sich vergnüglich schreiben. Aber ich bin hocherfreut, wenn andere es genauer wissen wollen. Denn aus diesem Drang zur Genauigkeit sind Abhandlungen wie das archimedische Verfahren zur Berechnung von π hervorgegangen, die die Kultur so außerordentlich bereichern. Über Jahrtausende hinweg.

Mathematikerinnen und Mathematiker können lange über einer einzigen Frage brüten. Seit ich mich dem Schreiben zugewandt habe und vorwiegend als Autor tätig bin, sitze ich, wie sie, vor einem leeren Blatt Papier, das sich in eine Geschichte verwandeln soll. Eine Geschichte, die wert erscheint, weitergegeben, erzählt zu werden. Der Trost des leeren Blattes sind alle nur irgend möglichen Geschichten. Es sind unendlich viele, schon weil Mathematik überall zu finden ist. Möglich etwa, das leere Blatt in der Mitte zusammenzufalten und wieder zusammenzufalten, wobei es sich selbst ähnlich bleibt, ob bei halbierter oder nochmals halbierter Fläche. Das Fundament für dieses besondere, heute gängige Papierformat wurde 1922 in Berlin gelegt, doch schon Georg Christoph Lichtenberg kannte die Vorzüge des entsprechenden Seitenverhältnisses von 1 zu $\sqrt{2}$. 2000 Jahre vor ihm hatte Euklid diesem Streckenverhältnis seine Aufmerksamkeit aus anderen Gründen geschenkt. Und Hippassos von Megapont soll es einst den Tod gebracht haben. „Zählen“, „aufzählen“ und „erzählen“ – in diesem Dreiklang fühle ich mich aufgehoben mit meinen mathematisch-naturwissenschaftlich-publizistischen Interessen.

Vor nunmehr zwanzig Jahren tingelte ich mit meinem ersten Buchmanuskript auf der Frankfurter Messe von Verlag zu Verlag. Eins: Klett Cotta. Zwei: Wiley. Drei: Piper. Vier: Hanser.

Laudatio Medienpreis Thomas de Padova

Ilka Agricola

„Es lohnt sich, sich mit der überall versteckten Mathematik zu beschäftigen. Und zwar nicht nur, weil sie nützlich ist, sondern weil sie den Geist anregt. Weil sie die Wirklichkeit in komprimierter Form abzubilden imstande ist. Weil sich ungeahnte Chancen daraus ergeben, die Mathematik zu einer Inspirationsquelle des eigenen Denkens zu machen“.

Diese Worte stammen nicht von mir, sondern aus dem Vorwort des Buches *Alles wird Zahl*, welches der diesjährige Medienpreisträger Thomas de Padova seinem Werk vorausgestellt hat. Man erahnt daraus, dass hier jemand spricht, der genuin und schon sehr lange „Mathematik-affin“ ist, und gleichzeitig ein gutes Gespür für Sprache besitzt. Betrachtet man die Bücher, die Thomas de Padova bisher geschrieben hat, so ist ihnen eines gemein: sie betten wissenschaftliche Entwicklungen in ihren jeweiligen kulturellen und historischen Kontext ein. So war der Sprung von der Physik, von Einstein, Leibniz und Newton hin zu den Renaissance-Mathematikern Regiomontanus, Stifel, Fibonacci und Cardano gar nicht so weit, wie man erst vermuten könnte.

Herr de Padova schildert kenntnisreich, kurzweilig und doch instruktiv, wie die Gelehrten des 15. Jahrhunderts in einer Zeit des Umbruchs binnen weniger Generationen in der Mathematik einen Fortschritt erzielten, der seinesgleichen in der Fachgeschichte sucht. Die Begeisterung für die Antike, der sich sprunghaft entwickelnde Fernhandel, die Erfindung des Buchdrucks und nicht zuletzt auch die Dynamik, die auf die Eroberung Konstantinopels durch die Osmanen 1453 folgte, sie alle bereiteten den Boden, auf dem die Mathematik vortrefflich gedeihen konnte. Nicht immer linear, wie man aus dem langen Nebeneinander von römischen und arabisch-indischen Ziffern lernt; aber doch wirkgewaltig. Die Erfindung der Variablen x, der Zeichen + und −, die erste mathematische Formelsprache – dies sind Dinge, die uns von klein auf vertraut sind, deren Ursprung sich aber im Nebel der Zeiten verliert und über den wir nur wenig wissen – ein klares Versäumnis. Als kleine Anekdote: Noch lange bevor mein Sohn lesen konnte, konnte er Mathematikbücher von anderen unterscheiden – die Formeln machen eben den Unterschied!

Der Autor Thomas de Padova arbeitet in seinem Buch deutlich heraus, dass der mathematische Abstraktionsschub dieser Zeit plötzlich eine Myriade von Anwendungen erlaubte, deren Nützlichkeit jedem sofort einleuchtete: Mathematik war nicht universell anwendbar, *obwohl*, sondern gerade *weil* sie abstrakt war. Es ist eben egal, ob man den Dreisatz auf Getreidesäcke, Gestirne oder geometrische Figuren anwendet. Gleichzeitig erkennt man bei den Renaissance-Gelehrten eine fast kindliche Begeisterung für alles, was mit Mathematik zu tun hatte – Kalender und Sternentafeln, die noch Kolumbus benutzen sollte; Rechenwerke, die Rechenschulen in ganz Europa wie Pilze aus dem Boden sprießen ließen (man denke nur an Adam Riesz!), die ersten gedruckten Auflagen der griechischen Klassiker, einige von ihnen gerade wiederentdeckt (Diophant) oder kaum bekannt (Apollonius von Perga). Die Zeit brachte Mathematik-Pioniere im Dutzend hervor, und die Kleinstaaterei in Italien und Deutschland erwies sich als günstig, gab es doch durch die Vielfalt der Zahlungsmittel, Kalender und Maßeinheiten immer etwas umzurechnen und obendrein eine erstaunliche Freiheit sich da niederzulassen und zu wirken, wo man durch die Obrigkeit nicht zu sehr gestört wurde. Es war insgesamt eine wissenschaftsfreundliche Zeit, die leider mit den Glaubensstreitigkeiten, die bald ganz Europa von innen zerreißen würden, ihr Ende fand. So kam auch die Renaissance der Mathematik zu einem ersten Ende, und da endet auch dieses Buch. Doch das Wissen war in der Welt und nicht mehr aufzuhalten. Ein solch wissenschaftsfreundliches Klima würde man sich auch heute für uns

wünschen! Dieses Buch zeigt uns, was dann alles möglich ist.

Es ist zu bedauern, dass in Schulen und Hochschulen nur wenig Zeit mit Mathematikgeschichte verbracht wird. Der in diesem Buch beschriebene Teil ist eher unbekannt, und so füllt das Buch von Thomas de Padova eine Lücke. Der Gegenstand ist breiten Leserschichten zugänglich, da hier noch keine „höheren Mathematikkenntnisse“ nötig sind, und trotzdem lernt man viel über abstraktes mathematisches Denken und Beweisen, den Innovationsschub, der von der Mathematik ausging, und die zu Unrecht vergessenen Akteure dieser stillen Revolution.

Aus all den genannten Gründen hat sich die Jury der DMV entschlossen, Sie, Herr de Padova, mit dem diesjährigen DMV-Medienpreis auszuzeichnen. Wir danken Ihnen für dieses wunderbare Werk und wünschen ihm viele Leser, hierzulande und anderswo.

Thomas de Padova, 1965 im Rheinland geboren, ist Autor und Wissenschaftsjournalist. In der Schulzeit und während seines Studiums der Physik und Astronomie in Bonn und Bologna nahmen seine engsten Freunde, durchaus neugierige Wesen, Literatur viel wichtiger als die Naturwissenschaften. Lange vor seinem ersten Zeitungsartikel und Buch musste er lernen, um Aufmerksamkeit für wissenschaftliche Rationalität und Wissenschaft als Kulturgut zu werben. Der Tagesspiegel *gab ihm die Möglichkeit, dies zu seinem Beruf zu machen und die Entwicklung der modernen Forschung kritisch zu begleiten. Seine langjährige Erfahrung in der Wissenschaftsvermittlung fließt ein in preisgekrönte Bücher wie* Allein gegen die Schwerkraft *oder* Das Weltgeheimnis*. Darin verschwimmen die Grenzen zwischen den Disziplinen. Thomas de Padova stellt Forscher wie Einstein, Galilei oder Kepler in ihrem Lebensumfeld, im Austausch mit ihren Zeitgenossen und Vordenkern vor. Erst im Kontext wird begreifbar, wie das Neue in die Welt kommt.*
Thomas de Padova ist Mitglied im Kuratorium des Magnus-Hauses der Deutschen Physikalischen Gesellschaft. 2022 ist er Stipendiat in Schloss Wiepersdorf, 2019 war er „Bonner Stadtschreiber“ und Anfang 2014 „Journalist in Residence“ am Max-Planck-Institut für Wissenschaftsgeschichte.

www.thomasdepadova.com

Mathematik im Wissenschaftsjournalismus

Manon Bischoff

Auf die Frage nach meinem Beruf, zeigen sich viele Personen erstaunt. Neben dem üblichen „in Mathe war ich schon immer schlecht“, begegnet mir häufig die Frage, worüber ich denn so schreibe, „in Mathe wisse man doch schon alles – oder?“. Das zeigt, wie weit die öffentliche Wahrnehmung der abstrakten Disziplin von der Realität entfernt liegt. Denn je weiter man in der Materie fortschreitet, desto mehr offene Fragen ergeben sich. Natürlich ist das in jeder Wissenschaft der Fall – doch ich wage zu behaupten, dass die Mathematik jene ist, zu der die breite Öffentlichkeit am wenigsten einen Zugang findet.

Das finde ich nicht nur schade, ich bin auch der Überzeugung, dass es anders sein könnte. Denn auch wenn das Fach extrem abstrakte Seiten hat, die das Vorstellungsvermögen teilweise überfordern, haben viele mathematische Fortschritte auch direkten Einfluss auf andere Fächer oder lassen sich zumindest vereinfacht erklären.

Im Studium habe ich gelernt, wie faszinierend es ist, wenn man auf völlig abstrakter Ebene – ohne jeglichen Bezug zu einem bestimmten physikalischen System wie etwa einem Atom – etwas beweist und daraus Schlüsse auf Ereignisse in der Natur ziehen kann. Fortschritte in

der Geometrie lehrten Physiker beispielsweise, welche Formen unser Universum annehmen kann. Das Ganze funktioniert aber auch umgekehrt: Andere Fächer können ebenfalls auf Zusammenhänge stoßen, die zu neuen Erkenntnissen in der Mathematik führen.

Dieses Wechselspiel der Wissenschaften finde ich unheimlich spannend. Deshalb habe ich es mir zur Aufgabe gemacht, auch andere an meiner Faszination teilhaben zu lassen. Dabei lerne ich jedes Mal eine Menge dazu: Im Austausch mit Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftlern versuche ich die fachlichen Inhalte auf ein populärwissenschaftliches Niveau herunterzubrechen, sowie Bilder und Analogien zu schaffen. Häufig ergeben sich bei diesem Prozess einige Fragen, die ich zuvor noch nicht bedacht hatte – je mehr man weiß, desto mehr erkennt man, wie wenig man eigentlich verstanden hat.

Während meiner Arbeit im Wissenschaftsjournalismus erkannte ich auch, wie spannend Ergebnisse sein können, die nicht interdisziplinärer Natur sind. Mathe um der reinen Mathematik willen befasst sich teilweise mit extrem grundlegenden Fragen, die sich gut vermitteln lassen – wenn auch die Antworten deutlich schwieriger ausfallen. Dennoch: Egal wie abstrakt oder lebensfern ein Thema der Mathematik auch klingen mag, steckt dahinter meist eine fundamentale und häufig verständliche Frage, die auch Laien interessieren kann.

Laudatio Journalistenpreis Manon Bischoff

Norbert Lossau

Die meisten von Ihnen werden sicher wissen, dass ein Zeppelinstek besser hält als ein Schmetterlingsknoten. Wer es nicht weiß, der hat offenbar noch nicht den Artikel von Manon Bischoff gelesen, der in der Juni-Ausgabe 2020 von „Spektrum der Wissenschaft" erschienen ist. Dort präsentiert sie unter der Überschrift „Welcher Knoten hält am besten?" neue Erkenntnisse zur Knotentheorie. Wenige Monate zuvor hatten darüber Mathematiker um Vishal Patil vom MIT in Boston im Fachjournal *Science* berichtet. Der Unterschied zwischen den beiden Veröffentlichungen ist klar. Das eine ist ein wissenschaftliches Paper, Frau Bischoffs Text hingegen eine journalistische Arbeit, die interessante mathematische Erkenntnisse einem größeren, interessierten Publikum erschließt.

Wir alle wissen, wie groß die Herausforderung ist, mathematische Themen allgemein verständlich zu kommunizieren. Dabei dürfen die zu transportierenden Inhalte weder verloren gehen, noch dürfen sich beim Prozess des Vereinfachens Fehler einschleichen. Wenn das Lesen eines solchen Textes überdies Spaß macht, weil er auch noch interessant geschrieben und stilistisch sehr gut ist, dann ist das die ganz hohe Kunst. In diese Kategorie fällt Manon Bischoffs Beitrag „Welcher Knoten hält am besten?", für den sie heute mit dem DMV-Journalistenpreis ausgezeichnet wird.

Der preisgekrönte Artikel ist kein einmaliger Glücksfall. Auch die anderen Mathematik-Beiträge, die Frau Bischoff in *Spektrum der Wissenschaft* veröffentlicht, sind regelmäßig von überragender Qualität. Der Jury lagen mehrere Artikel vor. Einfach war die Entscheidung, Manon Bischoff mit einem DMV-Journalistenpreis auszuzeichnen. Schwieriger war es, sich konkret für einen der Beiträge zu entscheiden. Sie alle sind preiswürdig.

Manon Bischoff hat keinen besonderen persönlichen Bezug zum Thema „Knoten". Sie ist also weder Seglerin noch Bergsteigerin noch geht sie sonst einem Hobby nach, bei dem Knoten eine Rolle spielen. Ihre Themen wählt sie nach journalistischen Kriterien: Was ist neu? Was ist wich-

tig? Was ist relevant? Das schließt Themen aus der reinen Mathematik ohne direkten Alltagsbezug nicht aus. Auch dort gibt es immer wieder neue Erkenntnisse, die wichtig und interessant genug sind, um für eine größere Zahl von Menschen aufbereitet zu werden.

Vor 20 Jahren ist Manon Bischoff schon einmal mit einem Preis ausgezeichnet worden. Die damals Elfjährige hatte eine Fantasy-Geschichte verfasst, als sie wegen einer Erkrankung eine Zeit lang nicht in die Schule gehen konnte. Ein Verlag hat damals diese Arbeit preisgekrönt. Die Lust zu schreiben, und die Fähigkeit gut zu schreiben, haben sich also schon früh im Leben der heutigen *Spektrum*-Redakteurin offenbart.

Dem Schreiben geht das Lesen voraus, so könnte man ein bekanntes Zitat von Max Planck abwandeln. Bei manchen Zeitgenossen, die sich als Vielschreiber hervortun, würde man sich bisweilen mehr vorangegangenes Lesen wünschen. Manon Bischoff liest indes sehr viel mehr als sie schreibt. Seit ihrer Kindheit ist Lesen ihr größtes Hobby. Sie verschlingt Sachbücher und Romane gleichermaßen und mag insbesondere auch Science-Fiction. Manon Bischoffs feinfühliger Umgang mit Sprache wurzelt möglicherweise auch darin, dass sie zweisprachig aufgewachsen ist. Ihre Muttersprachen sind Deutsch und Französisch. Während des Studiums verbrachte Manon Bischoff ein Auslandssemester in Buenos Aires, in erster Linie, um dort ihre Spanisch-Kenntnisse zu verbessern. Nicht viele Studierende der Mathematik oder Physik haben so großes Interesse an Sprache. Ja, bei vielen Menschen scheint sich sprachliches und mathematisches Talent eher auszuschließen. Das ist sicher ein Grund dafür, dass die Zahl an jungen Menschen, die sich eine Karriere als Mathematik-Journalist vorstellen können, eher überschaubar ist.

Neben der sprachlichen Begabung könnte für die erfolgreiche journalistische Arbeit Bischoffs auch eine Rolle spielen, dass sie im strengen Sinne keine Mathematikerin ist, sondern Theoretische Physikerin. Gemeinhin ist die Arbeit einer Theoretischen Physikerin nicht von der einer Mathematikerin zu unterscheiden. Und aus der journalistischen Perspektive spielt dieser feine Unterschied schon gar keine Rolle. Doch Manon Bischoffs großes Interesse an den Anwendungen der Mathematik wirkt sich auf ihre journalistische Arbeit positiv aus. Und Physik spielt bei vielen anwendungsnahen Mathematik-Themen eine Rolle. Bei der Arbeit über Knoten und deren Festigkeit geht es natürlich primär um Topologie. Aber ohne Elastizitätstheorie und die Physik der Reibung kommt diese Forschung – und die Berichterstattung darüber – nicht aus.

Ich habe Frau Bischoff gefragt, ob sie eine Lieblingszahl habe. Das hat sie verneint, mir allerdings verraten, dass sie grundsätzlich gerade Zahlen mehr mag als ungerade. Aus diesem Grund stellt sie bei der Digitalanzeige für die Lautstärke der Hifi-Anlage immer nur gerade Zahlen ein. Dass dies heute schon der zweite Preis für Sie ist, Frau Bischoff, mithin eine gerade Anzahl, sollte die Freude darüber noch größer machen. Doch lassen sie sich nicht von Zahlenmystik abschrecken. Wenn sie weiterhin so hervorragende Texte verfassen, wird sich irgendwann ein dritter Preis nicht vermeiden lassen. Herzlichen Glückwunsch!

Manon Bischoff hat Physik an der TU Darmstadt studiert und anschließend als wissenschaftliche Mitarbeiterin an der JGU Mainz gearbeitet. Seit 2019 ist sie Redakteurin bei Spektrum der Wissenschaft *für die Bereiche Mathematik und Informatik.*

www.spektrum.de/profil/bischoff/manon/1486871

Mathematik als Wissenschaft des Problemlösens

Aeneas Rooch

Auf die Frage nach meinem Beruf, zeigen sich viele Personen erstaunt. Versteckt sich in unserem Sonnensystem ein riesiger Planet, den wir bisher übersehen haben? Wie wird die synthetische Stimme für die neuen Bahnhofsdurchsagen erzeugt? Macht Pupsen leichter? Selbst als begeisterter Mathematiker muss ich einräumen, dass diese und ähnliche Fragen, mit denen Wissenschaftsredaktionen an mich herantreten, einen Reiz besitzen, den mathematische Themen eher selten zu bieten haben. Gerade deshalb versuche ich immer wieder, Redaktionen auch für Mathematik zu begeistern – nicht nur, weil Mathematik mir Spaß macht, sondern auch, weil sie es braucht.

Das Fach muss einen enormen Widerstand überwinden: Es wird von vielen für unbegreifbar gehalten. In der Tat ist Mathematik kompliziert und für Laien ohne Weiteres nicht zu verstehen, das gilt jedoch ebenso für Biochemie, Regelungstechnik oder Sozialphilosophie, doch während sich viele Menschen ohne Bauchschmerzen auf populärwissenschaftliche Informationen aus diesen Disziplinen einlassen können, scheinen sie Mathematik von vornherein zu fürchten. Das ist schade, immerhin gibt es aus der Mathematik auch für Laien Gewinnbringendes und Erhellendes zu erfahren, und es ist auch unnötig, schließlich wird niemand gezwungen, das Fach gleich zu studieren. Ich möchte diese Blockade lösen und mithelfen, dass Menschen erkennen: Mathematik kann interessant und verständlich sein, und als Wissenschaft des Problemlösens ist sie vielleicht sogar viel natürlicher, bodenständiger und normaler als gedacht.

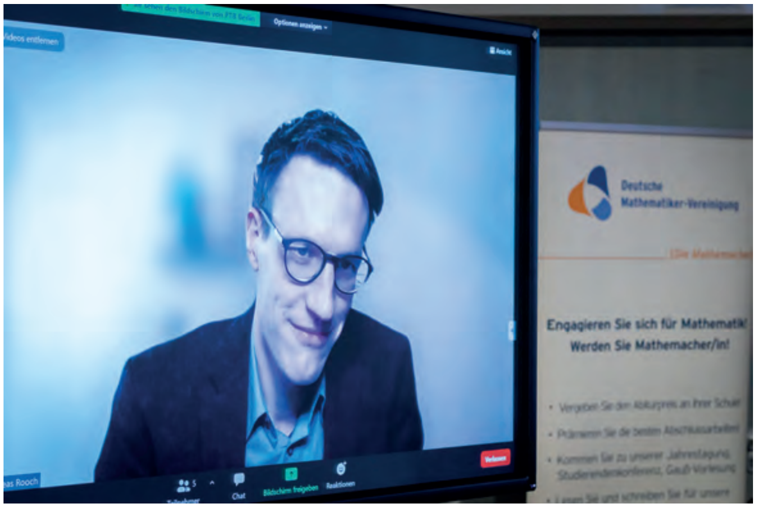
Das im Hörfunk zu zeigen, der sich an ein breites Laienpublikum richtet, ist eine Herausforderung, schließlich müssen Themen hier meist Alltagsrelevanz aufweisen und zudem beim beiläufigen Hören unmittelbar verstanden werden können. Ich konzentriere mich bei meinen Berichten darauf, eine Idee zu vermitteln, was das Problem ist, warum es eines ist, weshalb es wichtig ist und wie man es angeht – allgemeinverständlich, auf Augenhöhe und ohne Formeln.

Anlass und Alltagsbezug liegen mitunter sogar auf der Hand, selbst wenn es nicht um Spektakuläres und Kurioses wie unentdeckte Eisriesen und Sprachsynthese geht (beides sind übrigens Themen, in denen Mathematik eine Rolle spielt, allerdings nicht vordergründig). Die Schlagzeile „Jede Stunde Fernsehen verkürzt das Leben um 21,8 Minuten“ etwa verlangte geradezu danach, zu durchleuchten, wie die absurde Zeitangabe zustande kommt und zu verstehen ist. Und spätestens mit Kita-Schließungen und Ausgangssperren wurde allgemein auch interessant, was Inzidenzzahlen und R-Wert bedeuten und wie verlässlich die Corona-Prognosen sind. Diese Themen habe ich also ebenso im Radio erörtert wie das neue Gewichtungsverfahren für Jury-Wertungen beim Eurovision Song Contest, das, richtig erklärt, durchaus einleuchtet – und das, obwohl es sich um Mathematik handelt! Und als in den Medien schließlich über die spanische Weihnachtslotterie mit ihren immensen Gewinnsummen berichtet wurde, habe ich den Hörer*innen anschaulich vorgeführt, wie unwahrscheinlich es ist, den Hauptpreis zu ergattern, und überschlagen, wie hoch die Wahrscheinlichkeit ist, überhaupt irgendetwas zu gewinnen – was hoffentlich gezeigt hat, dass mathematisches Denken auch bedeuten kann, komplexe Dinge zu vereinfachen und sich bei schwierigen Fragen Orientierung zu verschaffen. (Dass ich dabei schwitzige Hände hatte, weil ich um die Untiefen der Wahrscheinlichkeitstheorie weiß und die Gefahr kenne, ein Detail zu übersehen, das die vereinfachende Modellierung dann doch nicht so simpel macht, bleibt bitte unter uns.)

Wissenschaft so zu schildern, dass das Publikum sie versteht und dabei auch die Faszination nachempfindet, war mir schon in der Lehre wichtig, und es treibt mich auch heute noch an. Inzwischen teile ich mein Wissen in Trainings und Beratungen: Ich helfe Wissenschaftler*innen und Forschungsgruppen dabei, sich und ihre Forschung verständlich vorzustellen und mit ihrer Arbeit und als Person zu überzeugen, etwa auf Konferenzen, bei Bewerbungsverfahren oder wenn es um Stipendien oder Drittmittel geht. Dramaturgische Methoden nutzen, Kernbotschaften platzieren, Folien clever gestalten, Lampenfieber bändigen, verständlich sprechen, bei Online-Vorträgen gut rüberkommen – der Bedarf ist groß, und ich freue mich, dass ich mit meiner Erfahrung helfen kann. Auch diese Arbeit bestätigt, was ich im Radio erlebe: Wenn komplexe Inhalte für ein Publikum passend aufbereitet werden, gewinnen beide Seiten.

Die Erkenntnis setzt sich womöglich auch bei Hörfunkredaktionen durch, wenn es um Mathematik geht. Zu meiner Überraschung wurde ich nach all den vielen Jahren intensiver Diskussionen, was man Hörer*innen zumuten kann, vor einiger Zeit gefragt, ob ich die Nachricht einordnen kann, dass Michael Atiyah die Riemannschen Vermutung gelöst hat, und etwas später auch, ob ich erläutern kann, wofür Karen Uhlenbeck den Abelpreis erhalten hat. (Ich kann es selbst nicht ganz glauben, dass ich in einer Livesendung im SWR den Begriff „topologische Quantenfeldtheorie“ untergebracht habe.) Vielleicht tragen meine Bemühungen Früchte und die Schranken in den Köpfen verschwinden langsam?

Ich bin hoffnungsfroh. Auch der Heyne Verlag, in dem ich meine ersten beiden populärwissenschaftlichen Sachbücher veröffentlicht habe (über lustige Alltagsphysik und über kuriose Babywissenschaft), zeigte sich begeistert, als ich zuletzt ein Mathematik-Thema vorgeschlagen habe. *Die Entdeckung der Unendlichkeit* erscheint im März 2022, und ich bin gespannt, wie es ankommt –



fast ohne Alltagsbezug und sogar mit der ein oder anderen Formel. (Es kommt allerdings tatsächlich ein unentdeckter Eisriese vor, das allerdings eher zufällig am Rande.)

Laudatio Journalistenpreis Aeneas Rooch

Gudrun Thäter

Die beiden größten Feinde der Hoffnung heißen ‚Thermodynamik' und ‚Wahrscheinlichkeitsrechnung' – ein Sinnspruch für Menschen, die in Konzepten von Mathematik und Physik denken. Aber egal ob man zu dieser Gruppe gehört: bei Glücksspielen ist der Kitzel der Hoffnung wohl der größte Antrieb.

Als ich ein Kind war, gab es am Sonntag im Vorabendprogramm die Sendung Telelotto. Obwohl ich nie auf die Idee gekommen wäre, selbst ein Los zu kaufen oder meine Eltern dazu zu drängen, waren viele Familien vor dem Fernseher versammelt, um sich der kurzen Filmbeiträge zu erfreuen, die durch die Ziehung der Zahlen ausgewählt wurden.

So ähnlich stelle ich mir das in Spanien zu Weihnachten vor, wenn die Ziehung der Weihnachtslotterie übertragen wird: Alle sind in der Spannung vereint, ob ihre Losnummern Glück in die eigene Gemeinde, die Familie, den Verein bringen.

Die Mathematikausbildung – besonders die in den Schulen – wird viel kritisiert. Ein wiederkehrender Vorwurf ist, der Stoff wäre weltfremd und man hätte davon später nie wieder etwas gebraucht. Was so offensichtlicher Unfug ist, dass ich oft gar nicht anfangen möchte, dem zu widersprechen, weil man das Gefühl hat, Leute, die so etwas sagen, sind etwas denkfaul.

Spätestens seit dem Mathejahr 2008 treten wir Mathe-Profis dem aber entschieden entgegen. Wir wissen, dass in unserem Leben kaum etwas wie gewohnt funktionieren würde, ohne dass die Mathematik die Grundlagen und Werkzeuge liefern würde. Und das beschränkt sich nicht auf Technik und digitale Lösungen: die Pandemiemonate haben uns auf die harte Tour bewiesen, welchen Preis eine Gesellschaft zahlen muss, wenn es ok ist, als Verantwortungsträger keine Zahlen, Prognosen und Risikoabschätzungen zu verstehen – wo ein Verständnis für exponentielles Wachstum nicht selbstverständlich ist.

Man schafft diese Überzeugungsarbeit aber zu einem gewissen Teil aus eigener Kraft. Richtig klappen kann es erst, wenn man möglichst überall Menschen hat, die mit großer Kraft, spielerisch und mit unterschiedlichen Formaten und Ideen Mathelust in die Gesellschaft aussäen.

Mit unseren Preisen würdigen wir heute Abend Personen, die sich als solche Mitstreiter erwiesen haben.

Aeneas Rooch wird hier in seinem Beruf als freier Fachjournalist für einen Rundfunkbeitrag ausgezeichnet, in dem er die spanische Weihnachtslotterie zum Anlass nimmt, um über Wahrscheinlichkeiten zu sprechen. Er kennt sich da aus, denn er hat Mathe und Physik studiert und im Feld der Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik promoviert. Jetzt nutzt er sehr unterschiedliche Kanäle, um dieses Wissen mit Alltag, Spiel und Spaß zu verbinden und den Funken überspringen zu lassen. Nach dem Hören des hier ausgezeichneten Audiobeitrages, nach dem Lesen seiner Bücher oder nach dem Besuch einer Bühnenshow ist beim Publikum ein kleines (oder auch großes) Licht im Kopf und im Herzen angezündet.

Zum Teil steht die Wahrscheinlichkeitsrechnung in einem schlechten Ruf, weil sie als komplex und trocken gilt. In dem von uns ausgewählten Hörbeitrag wird das in zweifacher Weisen widerlegt: Zum ersten durch das

gewählte Format: Die Hörenden werden in ein lockeres Gespräch einbezogen, das man so auch mit Freunden führen könnte, die den Sog der spanischen Weihnachtslotterie erlebt und sich anschließend belesen haben. Das Mittel, sich im mitgehörten Gespräch schlau zu machen, wurde lange in den Medien unterschätzt und etwas belächelt. Spätestens seit der ndr das Experiment der langen Gespräche mit Drosten und Ciesek gewagt hat, ist das aber wohl offenkundig als nützlich belegt.

Zweitens ist das Thema im Beitrag spannend wegen des gewählten Aufhängers: Wahrscheinlichkeitsrechnung ist nicht trocken, wenn die gestellten Fragen es nicht sind. Weshalb sich Glücksspiel natürlich gut eignet, aber erst recht eine Lotterie, die ein großes Event ist, das auf ein ganzes Land ausstrahlt.

Aus den im Gespräch formulierten und belegten Ideen ist mir besonders im Gedächtnis geblieben, dass man den Einsatz beim Glücksspiel als eine Art Steuer bezeichnen kann für Leute, die kein Mathe können. Freundlicher ausgedrückt: man zahlt einen Preis für den Nervenkitzel, vielleicht doch zu gewinnen.

Aeneas Rooch fasst seine Arbeit selbst folgendermaßen zusammen: Meine Herausforderung ist, komplizierte Dinge so zu erklären und zu erzählen, dass Menschen sie verstehen, dass sie die Faszination nachempfinden und dass sie Spaß dabei haben. Hauptsache, es gibt etwas zu lernen oder zu lachen, am besten beides.

Und warum sollte man dann nicht auch fragen: Wird man durch pupsen leichter? Wie im jüngsten Beitrag aus dem November 2021.

Herzlichen Glückwunsch und bitte machen Sie weiter so!

Aeneas Rooch ist promovierter Naturwissenschaftler und begeisterter Radiomacher. Er studierte Mathematik und Physik in Bochum und Rouen und promovierte über neue statistische Verfahren, um in widerspenstigen Daten, die zum Beispiel in der Hydrologie und bei Datenverkehr im Internet auftreten, verborgene Änderungen in der Struktur aufzuspüren.

rooch.de
www.swr.de/swr2/wissen/aeneas-rooch-100.html

Fotos: Kay Herschelmann

Eine Dokumentation der DMV-Medienpreisverleihung im November 2021 finden Sie auf mathematik.de und auf YouTube: youtu.be/vEsq_uT1kOo.

Faces of Functions

Elias Wegert

When most of us studied complex analysis ("Funktionentheorie") one could hardly find a single textbook with illustrations. Meanwhile the technique of "domain coloring", and appropriate computational devices, have made it easy for everyone to create images of complex functions. We give a brief introduction to a special type of visualization, so-called "phase portraits" or "phase plots", and present some such images.

Have you ever seen the *face* of a function? This note illustrates how complex functions (analytic or meromorphic functions, to be precise) can be endowed with individual faces by plotting their color-coded *phase* as an image.

The phase of a function f at a point z is the unimodular complex number $\psi(z) := f(z)/|f(z)|$. To convert f to an image, we interpret the complex unit circle $\mathbb{T}$ as *color-wheel* and endow each point z in the domain of f with the color associated with $\psi(z)$.

Figure 1. Three color schemes of the range plane

The leftmost image of Figure 1 shows such a *phase plot* of $f(z) = z$. More interesting is Figure 2, the phase plot of a *finite Blaschke product*

$$B(z) = c\prod_{k=1}^{n}\frac{z-a_k}{1-\overline{a}_k z}, \qquad |a_k| < 1,\ |c| = 1,\ z \in \mathbb{C}.$$

Figure 2. A finite Blaschke product in the plane

The points where all colors meet are the zeros a_k and the poles $1/\overline{a}_k$ of B. Poles and zeros can be distinguished by the orientation of colors in their neighborhood. Restricted to the complex unit disk, Blaschke products are hyperbolic counterparts of polynomials (see [4]).

Figure 3, showing the phase plot of another Blaschke product on the Riemann sphere, reveals a perfect symmetry of the phase with respect to the equator, due to the identity $B(1/\overline{z}) = \overline{1/B(z)}$.

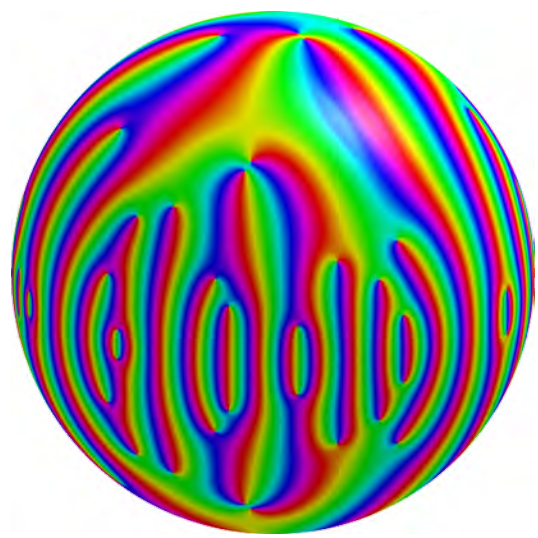


Figure 3. A finite Blaschke product on the Riemann sphere

Can one recover a function from its "face" (phase)? For the most important class of complex functions the answer is "almost": if f is analytic (or meromorphic) in an open connected domain D of the complex plane, it is uniquely determined by its phase up to a constant positive factor.

Though the reconstruction of a function from its phase plot is theoretically possible (even from an arbitrarily small open subset thereof [25]), it is helpful to enrich these images with additional structure. Recall that the phase plot of f is the *pull-back* of the standard coloring of the w-plane (shown on the left of Figure 1) via the mapping $z \mapsto w = f(z)$. In order to endow the phase plot with *contour lines* of $|f|$, it suffices to replace this standard coloring by the scheme in the middle of Figure 1, where shading generates (logarithmically scaled) circles centered at the origin.

DOI 10.1515/dmvm-2022-0009

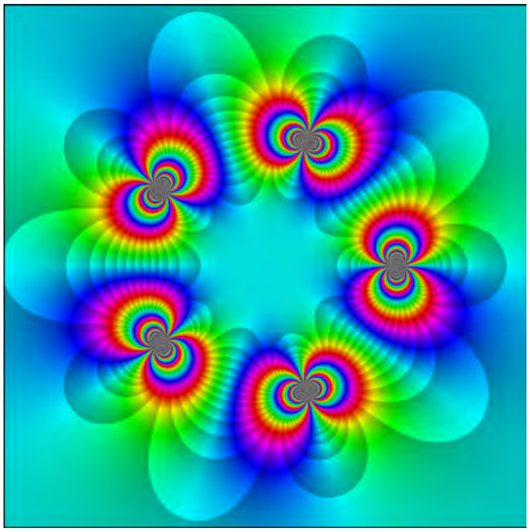


Figure 4. An atomic singular inner function

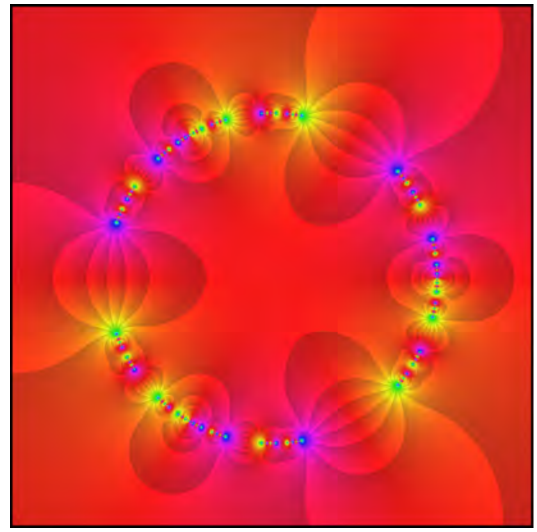


Figure 5. A singular inner function; supp μ is a Cantor set

Figures 4 and 5 show the resulting *enhanced phase plots* of two *singular inner functions*, defined by

$$f(z) := c \exp \int_{\mathbb{T}} \frac{z+t}{z-t}\, d\mu(t), \quad |c| = 1,$$

where μ is a *singular* probability measure on $\mathbb{T}$.

In Figure 4 the measure μ is *atomic*, with atoms sitting at the fifth roots of unity. The *essential singularities* of f at these points can clearly be seen (recall the Casorati–Weierstrass theorem). Figure 5 simulates a singular inner function with measure μ supported on a Cantor set.

To visualize that analytic functions generate *conformal mappings* one can use the third color scheme in Figure 1 which generates *tiled* phase plots. This scheme also allows one to find the location of critical points (zeros of the derivative): search for tiles having more than four vertices (for details see [23]). This is illustrated in Figure 6 with a *Weierstrass $\wp$-function*, a doubly periodic function defined by a sum over the period lattice $\Lambda := \mathbb{Z}\omega_1 + \mathbb{Z}\omega_2$,

$$\wp(z;\Lambda) := \frac{1}{z^2} + \sum_{\lambda\in\Lambda\setminus\{0\}} \left[\frac{1}{(z-\lambda)^2} - \frac{1}{\lambda^2}\right].$$

In Figures 7 to 15 we present some interesting special functions; readers are invited to discover properties of these functions from their phase portraits.

The *polygamma* function $\psi^{(n)}$ is the nth derivative of the logarithmic derivative $\psi := \Gamma'/\Gamma$ of Eulers's gamma function Γ. The series representations

$$\psi^{(n)}(z) = (-1)^{n+1} n! \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{(m+z)^{n+1}}$$

converge for all z in $\mathbb{C}$ except the negative integers.

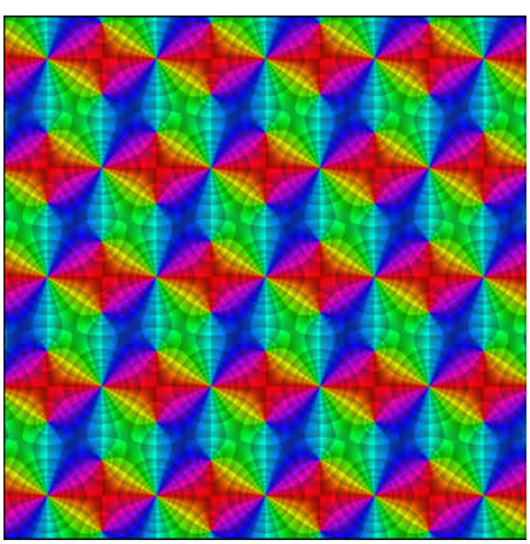


Figure 6. A Weierstrass $\wp$-function with $\omega_1 = 1$, $\omega_2 = \frac{1+i\sqrt{3}}{2}$

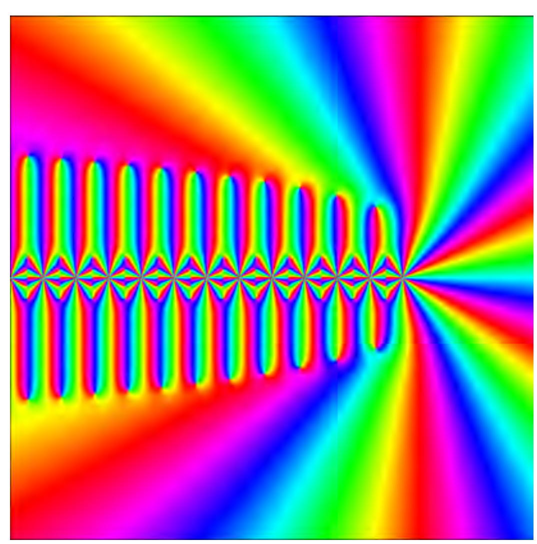


Figure 7. The polygamma function $\psi^{(6)}$

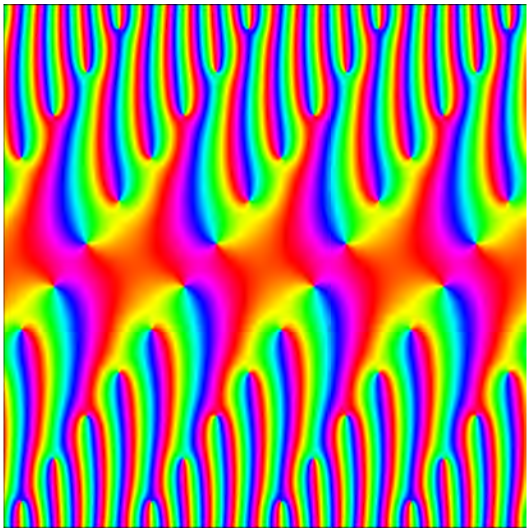


Figure 8. Jacobi theta-function with $q = (1 + \mathrm{i})/4$

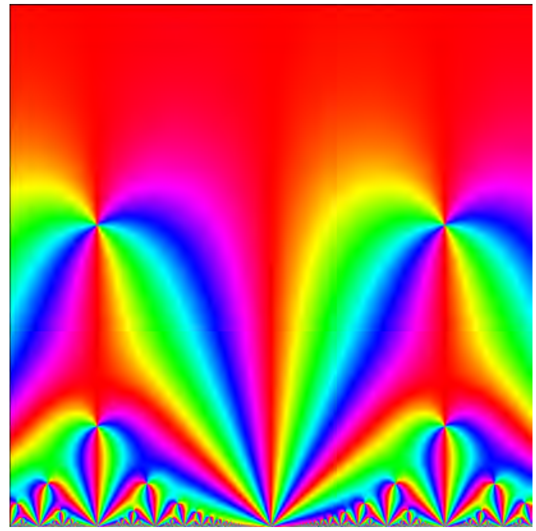


Figure 9. The Eisenstein function E_8

The *Jacobi theta functions* are defined by the series

$$\vartheta(z;\tau) := \sum_{n=-\infty}^{\infty} \exp\left(\pi \mathrm{i} n^2 \tau + 2\pi \mathrm{i} n z\right).$$

The parameter τ is restricted to the upper half plane, so that the *nome* $q := \exp(\pi \mathrm{i} \tau)$ of the function has modulus less than one.

For an even integer $k \geq 4$, the *Eisenstein series of weight k*

$$G_k(z) := \sum_{(c,d)\in\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}\setminus\{(0,0)\}} \frac{1}{(cz+d)^k}$$

converges for z in the upper half-plane. Note that the sum is extended over a 2-dimensional integer lattice.

Closely related to the Eisenstein series is *Klein's invariant j*, one of the most fascinating functions in complex analysis, number theory, and beyond,

$$j(z) := 1728\,\frac{g_2^3(z)}{\Delta(z)}.$$

Here $\Delta(z) := g_2^3(z) - 27 g_3^2(z)$ is the so-called *discriminant*, $g_2 := 60\,G_4$, $g_3 := 140\,G_6$. Looking at its phase plot we see the symmetries of this function and feel its rich structure.

The functions displayed in Figures 11 and 12 are relevant for a number of applications, in particular in optics and quantum mechanics. The *Fresnel integrals*

$$F(z) := \int_0^z \sin(t^2)\,dt, \qquad G(z) := \int_0^z \cos(t^2)\,dt$$

were introduced in pioneering papers of Augustin Jean Fresnel at the beginning of the 19th century. The function in Figure 12 is the *Airy function* Ai, which appeared in a celebrated paper of the British astronomer George Biddell Airy

Figure 10. Klein's modular j-function

Figure 11. The Fresnel integral $F(z)$

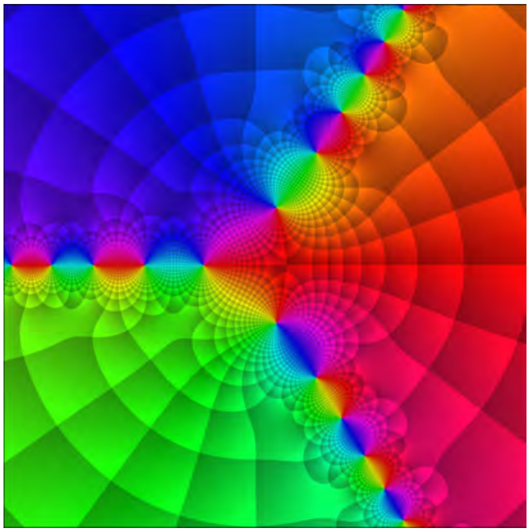


Figure 12. The Airy function Ai

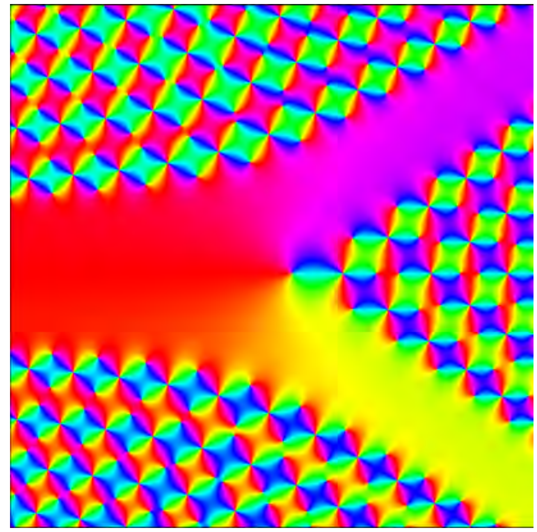


Figure 13. A solution of the Painlevé-I equation

in 1838. It is defined by the parameter integral (over a special unbounded contour C in the plane)

$$\mathrm{Ai}(z) = \frac{1}{2\pi\mathrm{i}} \int_C \exp\left(\frac{t^3}{3} - zt\right) dt.$$

Together with its "twin" Bi it forms a fundamental system of the *Airy differential equation* $y''(z) - zy(z) = 0$.

At the beginning of the 19th century, Paul Painlevé studied (complex) nonlinear differential equations of second order. He proved that each equation in a distinguished class (characterized by solutions without "moveable poles") falls in one of 50 *canonical forms*. Of these, 44 can be solved explicitly in terms of special functions which were known at the time. The remaining six classes now carry the name *Painlevé equations* and their solutions are the *Painlevé transcendents*.

In Figure 13 we see a special solution of the Painlevé-I equation $y''(z) = 6y^2(z) + z$. The presence of "mine fields" of poles makes the numerical computation of Painlevé transcendents extremely difficult (see [5,7] and the references therein). I am grateful to Bengt Fornberg for providing the "raw material" for this phase plot.

It would be a shame to end this excursion into the realm of analytic functions without showing the fascinating *Riemann zeta function*. That it must be one of the most fundamental functions becomes clear from an analogy: Exchanging the roles of n and z in the *geometric series* $\sum z^n$ and reversing the sign of z results in the *Dirichlet series*

$$\zeta(z) := \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^z}, \quad \mathrm{Re}\, z > 1.$$

The Riemann zeta function is the *analytic continuation* of this sum to the complex plane. Though this definition of ζ looks rather innocent, the function does not give away its secrets easily, and we are far from understanding all its mysteries. Proving that all "nontrivial" zeros of ζ lie on the *critical line* $\mathrm{Re}\, z = 1/2$ (the celebrated *Riemann hypothesis*, one of the Seven Millennium Problems) is sometimes spoken of as finding the *holy grail* of mathematics. A stunning property of ζ is the so-called *universality*, which makes it the "Mother" of all (analytic) functions. The re-interpretation of the *Karatsuba–Voronin Universality Theorem* in the context of phase plots does not even need acquaintance with the concept of analytic functions and makes it plausible how unbelievably rich the phase plot of ζ must be (for details see [25]).

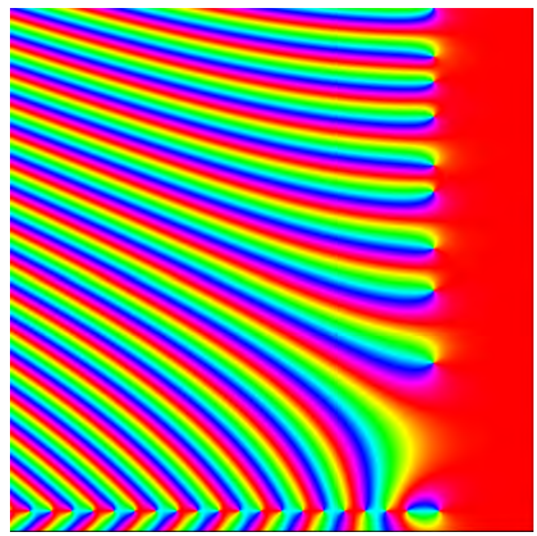


Figure 14. The Riemann zeta function ζ

In recent years phase plots have found their way into textbooks [2,6,10,24], but they are much more than tools for making students acquainted with the incredible variety of complex (analytic) functions. Several research oriented applications are described in [26] and the references therein. More recent applications comprise the foundation and investigation of numerical methods [1,14,19,20], approximation theory [11,12,21], operator theory [1,22], filter design [8], scattering theory [3], quantum mechanics[1] [9,13], structural

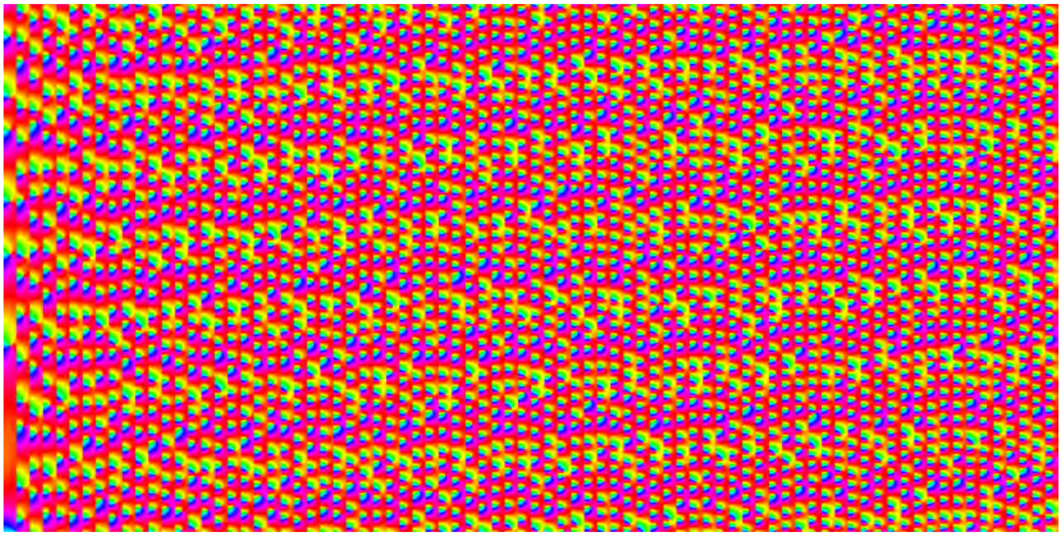


Figure 15. Composition of consecutive segments from the critical strip of ζ

analysis of complex functions ([4, 15, 27]) and the proof of the special Gau–Wang–Wu conjecture [28].

The enormous potential of phase plots is by no means exhausted with these examples. While, in the beginning, phase plots were more intensely used in applications, the natural mistrust of mathematicians against visualization seems to be fading in recent years.

So (a slightly modified form of) the image in Figure 15 inspired the investigation of *stochastic periodicity* in the phase plot of the Riemann zeta function [16]. It shows a composition of 80 consecutive rectangles with phase plots of "height" 40 in the critical strip $0 < \operatorname{Re} z < 1$. Would it be possible to detect the pattern without an image?

Phase plots are great tools for a hands-on-approach to complex functions, not only for students. There are many software implementations ready to use (Mathematica [30], Matlab [31], Chebfun [32], Julia [33], Cinderella [34], to mention at least some). And if you prefer to write your own code in your favorite language this needs only a few lines.

As a challenging exercise you may explore the phase plot in Figure 16. It shows the residue $(f_k(z))^n - 1$ of the kth Newton iterate f_k for finding the nth roots of unity as function of the initial value $f_0(z) := z$. What is n? What is k? What do we see at the center? What happens near $z = 1$ and the other roots of unity? Where do the differences come from? What about zeros, poles, and critical points?

More than 150 examples of phase portraits can be found at the website [29] of our calendars "Complex Beauties". These illustrate and explain different themes from mathematics and its applications, including a short biography of an "associated" mathematician.

Notes

1. In quantum mechanics, the visualization of complex functions by phase-plot-like color images was promoted very early in Bernd Thaller's beautiful books [17, 18].

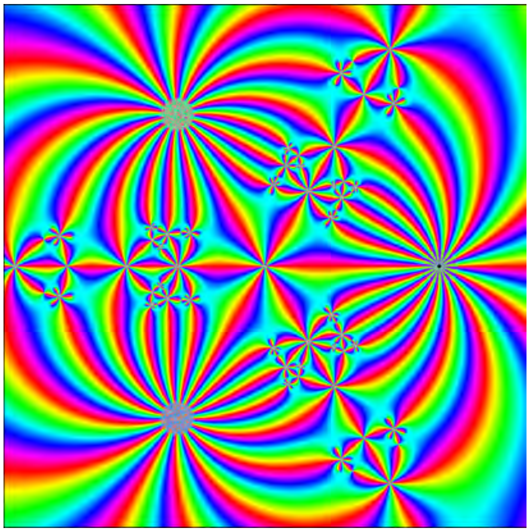


Figure 16. The residue function of a Newton iteration

References

[1] A. Böttcher, E. Wegert, How to solve an equation with a Toeplitz operator? In: H. Bart (Ed.) et al., Operator Theory, Analysis and the State Space Approach. Cham: Birkhäuser. Oper. Theory Adv. Appl. **271** (2018) 145–166.

[2] F. Bornemann, Funktionentheorie (2nd edition). Basel: Birkhäuser/Springer 2016.

[3] M. Camacho, A. P. Hibbins, F. Capolino, M. Albani, Diffraction by a truncated planar array of dipoles: A Wiener–Hopf approach. Wave Motion **89** (2019) 28–42.

[4] U. Daepp, P. Gorkin, G. Semmler, E. Wegert, The beauty of Blaschke products. In: B. Sriraman (Ed.), Handbook of the Mathematics of the Arts and Sciences, pp. 45–78, Cham: Springer 2021.

[5] M. Fasondini, B. Fornberg, J. A. C. Weideman, Methods for the computation of the multivalued Painlevé transcendents on their Riemann surfaces. J. Comput. Phys. **344** (2017) 36–50.

[6] B. Fornberg and C. Piret, Complex Variables and Analytic Functions: An Illustrated Introduction. Philadelphia: SIAM 2020.

[7] B. Fornberg and J. A. C. Weideman, A numerical methodology for the Painlevé equations. J. Comput. Phys. **230** (2011) 5957–5973.

[8] S. Garrido, C. A. Monje, F. Martín, L. Moreno, Design of fractional order controllers using the PM diagram. Mathematics **2020**, 8, 2022.

[9] D. Gaspard, J.-M. Sparenberg, Q. Wenda, and D. Baye, Complex-energy analysis of proton-proton fusion. Phys. Rev. C **100** (2019) 035805.

[10] D. E. Marshall, Complex Analysis. Cambridge: Cambridge University Press 2019.

[11] Y. Nakatsukasa, L. N. Trefethen, Reciprocal-log approximation and planar PDE solvers. SIAM J. Numer. Anal. **59** (2021) 2801–2822.

[12] Y. Nakatsukasa, O. Sète, L. N. Trefethen, The AAA algorithm for rational approximation. SIAM J. Sci. Comput. **40** (2018) A1494–A1522.

[13] R. Németh, Z. Kaufmann, and J. Cserti, Current distribution in magnetically confined 2DEG: semiclassical and quantum mechanical treatment, J. Phys. A: Math. Theor. **54** (2021) 265301.

[14] O. Sète, J. Zur, A Newton method for harmonic mappings in the plane. IMA J. Numer. Anal. **40** (2020) 2777–2801.

[15] O. Sète, J. Zur, Number and location of pre-images under harmonic mappings in the plane. Ann. Fenn. Math. **46** (2021) 225–247.

[16] J. Steuding and E. Wegert, The Riemann zeta function on arithmetic progressions. Exp. Math. **21** (2012) 235–240.

[17] B. Thaller, Visual Quantum Mechanics. Selected Topics with Computer-Generated Animations of Quantum-Mechanical Phenomena. New York: Springer-TELOS 2000.

[18] B. Thaller, Avanced Visual Quantum Mechanics. Berlin: Springer 2005.

[19] L. N. Trefethen, Numerical conformal mapping with rational functions. Comp. Meth. Funct. Th. **20** (2020) 369–387.

[20] L. N. Trefethen, Quantifying the ill-conditioning of analytic continuation. BIT **60** (2020) 901–915.

[21] L. N. Trefethen, Y. Nakatsukasa, J. A. C. Weideman, Exponential node clustering at singularities for rational approximation, quadrature, and PDEs. Numer. Math. **147** (2021) 227–254.

[22] M. Webb, S. Olver, Spectra of Jacobi operators via connection coefficient matrices. Commun. Math. Phys. **382** (2021) 657–707.

[23] E. Wegert, Phase diagrams of meromorphic functions. Comput. Meth. Function Theory, **10** (2010) 639–661.

[24] E. Wegert, Visual Complex Functions. An Introduction with Phase Portraits, Basel: Birkhäuser, 2012.

[25] E. Wegert and G. Semmler, Phase plots of complex functions: a journey in illustration, Notices Amer. Math. Soc. **58** (2011) 768–780.

[26] E. Wegert, Visual exploration of complex functions. In: Mathematical Analysis, Probability and Applications – Plenary Lectures (ed T. Qian and L. R. Rodino), 253–279, Cham: Springer 2016.

[27] E. Wegert, Seeing the monodromy group of a Blaschke product. Notices Am. Math. Soc. **67** (2020) 965–975.

[28] E. Wegert and I. Spitkovsky, On partial isometries with circular numerical range. Concrete Operators, **8** (2021) 176–186.

[29] E. Wegert, G. Semmler, P. Gorkin, U. Daepp, Complex Beauties. A mathematical calendar featuring phase plots. www.mathcalendar.net, retrieved 24 January 2022.

[30] reference.wolfram.com/language/ref/ComplexPlot, retrieved 24 January 2022.

[31] www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/44375, retrieved 24 January 2022.

[32] www.chebfun.org/examples/complex/PhaseplotCommand, retrieved 24 January 2022.

[33] github.com/luchr/ComplexVisual.jl, retrieved 24 January 2022.

[34] http://science-totouch.com/CJS/CindyJS/complexFunctions, retrieved 24 January 2022.

Prof. Dr. Elias Wegert
Dantestraße 19, 09127 Chemnitz
wegert@math.tu-freiberg.de

Elias Wegert is a professor emeritus of mathematics at the TU Bergakademie Freiberg. His research interests comprise nonlinear analysis, operator theory, complex functions and circle packing. Throughout his career he has been engaged in mathematical competitions at all levels and he likes hiking in the mountains.

Aus den Auf- und Abwärtsbewegungen einer Zeitreihe lernen

Marisa Mohr und Karsten Keller

Um Zeitreihendaten zu analysieren und zu verstehen oder um aus Zeitreihendaten zu lernen, werden oft (niedrigdimensionale) Repräsentationen verwendet, die Informationen erfassen, welche für eine Lern- oder Vorhersageaufgabe geeignet sind. Als spezielle Repräsentation kodieren ordinale Muster die intrinsischen Auf- und Abwärtsbewegungen innerhalb einer Zeitreihe. Die Verteilung dieser ordinalen Muster kann dann Aufschluss über die Komplexität der Zeitreihe bzw. das ihr unterliegende System sowie über bestimmte Eigenschaften wie z. B. Rauhigkeit oder zeitliche Irreversibilität liefern. Dieser Artikel führt in die Welt von Repräsentationen im Allgemeinen und von ordinalen Mustern im Besonderen ein, diskutiert den Informationsgehalt letzterer und gibt Einblicke in verschiedene Anwendungsmöglichkeiten.

1 Die Bedeutung von Repräsentationen

Zeitreihendaten sind Teil vieler realer Anwendungen, z. B. bei der Wettervorhersage, an der Börse, bei der Energieerzeugung, bei medizinischen Aufzeichnungen oder bei der Erhebung von politischen oder soziologischen Faktoren – um nur einige zu nennen.

Aus mathematischer Sicht werden Zeitreihen als eine Folge von beobachteten (reellen) Werten aufgefasst, die von einem zeitabhängigen System erzeugt werden, das aus Modellsicht ein dynamisches System oder ein stochastischer Prozess sein kann. Die Handhabung von Zeitreihen in einem solchen Kontext beinhaltet insbesondere die Modellierung von zeitlichen Beziehungen, was die Komplexität gegenüber einer Herangehensweise mit stochastisch unabhängigen zeitlichen Zufallsvariablen im Allgemeinen erhöht.

Für die Modellierung von Zeitreihen, z. B. zur Vorhersage zukünftiger Verläufe, gibt es zahlreiche Werkzeuge und Möglichkeiten, die durch die Bemühungen der letzten Jahre im Bereich der künstlichen Intelligenz (KI) oder des maschinellen Lernens (ML) noch weiter gewachsen sind. Die Wahl der Modelle und der geeigneten Algorithmen ist jedoch nicht das Wichtigste beim Einsatz von ML-Lösungen im Geschäftsalltag – es sind die Daten und ihre Repräsentationen. Das gilt nicht nur für ML, sondern auch für das tägliche Leben. Wir folgen einem intuitiven Beispiel von Goodfellow et al. [10], in dem eine Person die Aufgabe hat, 210 durch 6 zu dividieren. Mit Hilfe der langen Division sollte die Lösung für die meisten Menschen einfach sein. Wird man jedoch mit der gleichen Aufgabe in einer anderen Repräsentation konfrontiert, z. B. in der Repräsentation durch römische Zahlen, wird es erheblich schwieriger, die Aufgabe zu lösen, nun CCX durch VI zu teilen. Die meisten Menschen würden die Zahlen zunächst in die arabische Zahlendarstellung umwandeln, die das bekannte Verfahren der langen Division ermöglicht. Eine gute Repräsentationen ermöglicht oder vereinfacht also eine spätere Aufgabe.

Genauer gesagt können Repräsentationen Ausschnitte aus den Rohdaten oder (in der Regel niedriger-dimensionale) Werte oder Symbole sein, welche aus den Rohdaten abgeleitet werden, die insbesondere informativ und nicht redundant sein sollten. Auf der Grundlage der neuen Repräsentation werden dann Modelle verwendet, Algorithmen angewendet und *bessere* Analyseergebnisse oder Vorhersagen erzielt. *Gute* Repräsentationen können dem Lernmodell helfen, einige der zugrunde liegenden (und a priori unbekannten) Faktoren der Variation zu entdecken, zu entwirren und Beziehungen zu erklären [7].

In dieser Arbeit betrachten wir eine spezielle Repräsentation für reell-wertige Zeitreihen, die von Bandt und Pompe [6] eingeführt wurde und auf den „Auf- und Abwärtsbewegungen“ in der Zeitreihe basiert. Hier wird die Zeitreihe in eine Folge von Symbolen umgewandelt, die Informationen über die ordinale Struktur von Teilen der Zeitreihe beinhalten und deshalb ordinale Muster genannt werden. Über diese kann beispielsweise die einem System zugrunde liegende Dynamik aufgedeckt werden kann [18].

2 Ordinale Musterrepräsentationen

Das zentrale Konzept eines ordinalen Musters als ein verwendetes Symbol ist wie folgt gegeben, wobei als Symbolvorrat die Menge S_d der Permutationen auf $\{1, 2, \ldots, d\}$ dient.

Definition 1. Ein Vektor $(x_1, \ldots, x_d) \in \mathbb{R}^d$ besitzt das *ordinale Muster* $(r_1, \ldots, r_d) \in S_d$ der *Länge* $d \in \mathbb{N}_0$, wenn $x_{r_1} \geq \cdots \geq x_{r_d}$ und $r_{l-1} > r_l$ für den Fall $x_{r_{l-1}} = x_{r_l}$ gilt.

Die gegebene Festlegung bei Gleichheit von Komponenten eines Vektors ist relativ willkürlich, aber nötig, um ordinale Muster eindeutig zu definieren. Bei Gleichheit wird die Komponente mit dem kleineren Index – später innerhalb von Zeitreihen ist das der neuere Wert – als größer angesehen. Für gegebenes d gibt es offenbar $d!$ viele ordinale Muster. Abbildung 1 visualisiert alle möglichen ordinalen Muster eines Vektors (x_1, x_2, x_3) der Länge $d = 3$.

Ausgehend von einer vorgegebenen Länge und einer vorgegebenen *Verzögerung* $\tau \in \mathbb{N}$ wird nun eine gegebe-

DOI 10.1515/dmvm-2022-0010

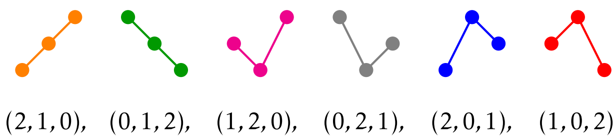


Abbildung 1. Alle möglichen ordinalen Muster der Länge 3 ($d = 3$)

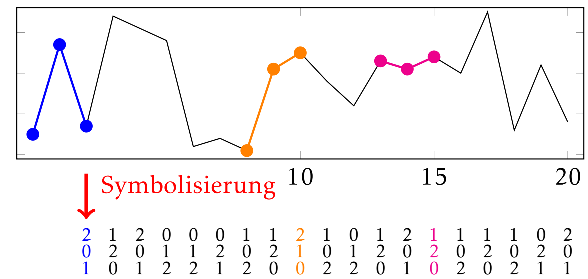


Abbildung 2. Bestimmung von ordinalen Muster der Länge $d = 3$ und der Verzögerung $\tau = 1$ zu jedem Zeitpunkt $t = d, d+1, \ldots, 19, 20$

ne Zeitreihe $(x_1, x_2, \ldots, x_T)$ symbolisiert, indem jedem Zeitpunkt $t = (d-1)\tau + 1, (d-1)\tau + 2, \ldots, T$ das ordinale Muster des Vektors

$$(x_t, x_{t-\tau}, \ldots, x_{t-(d-2)\tau}, x_{t-(d-1)\tau})$$

zugeordnet wird.

Oft interessiert nicht die Zuordnung selbst, sondern die erhaltene Verteilung ordinaler Muster, die durch die relativen Häufigkeiten der erhaltenen ordinalen Muster $\pi \in S_d$, hier mit $p_\pi^{d,\tau}$ bezeichnet, bestimmt ist. Auf diesen Aspekt werden wir besonders eingehen.

Die Länge d wird gewöhnlich so gewählt, dass sie viel kleiner als die Gesamtlänge T der Zeitreihe ist, um z. B. statistisch aussagekräftige Verteilungen von „Auf- und Abwärtsbewegungen" zu erhalten. Verschiedene Verzögerungen als Abstand aufeinander folgender Zeiten, zu denen die entsprechenden d Werte der Zeitreihe in die Symbolisierung eingehen, liefern unterschiedliche skalenabhängige Details der Struktur einer gegebenen Zeitreihe.

Abbildung 2 visualisiert die Bestimmung von ordinalen Mustern der Länge $d = 3$ und der Verzögerung $\tau = 1$ an allen relevanten Zeitpunkten. Die an drei speziellen Zeitpunkten erhaltenen Muster sind in blau, orange und magenta dargestellt und entsprechend in Abbildung 1 wiederzufinden.

Die Suche nach einer optimalen Länge d und insbesondere einer geeigneten Zeitverzögerung τ ist oft ein anspruchsvolles Problem und insbesondere von der Art der Anwendung abhängig [15, 16]. Als Richtwert für d wird auch aus statistischen Gründen oft $d = 2, \ldots, 7$ empfohlen, manchmal ist d aber auch aus geometrischer Sicht determiniert (siehe (b) unten).

Die Verteilung von ordinalen Mustern in einer Zeitreihe kann Ausgangspunkt verschiedener statistischer Methoden zur Analyse einer Zeitreihe sein. Wir wollen uns stellvertretend auf drei solche Ansätze (siehe (a), (b) und (c)) beziehen. Hier sei angemerkt, dass mit Verwendung verschiedener von Ordinalmuster-Verteilungen abhängiger Größen neue Präsentationen von Zeitreihen entstehen, insbesondere, wenn man Verteilungen in verschiedenen Zeitfenstern betrachtet, um zeitliche Änderungen herauszuarbeiten.

(a) Die Verwendung informationstheoretischer Konzepte liefert Kenngrößen, die als Maße für die Komplexität einer Zeitreihe dienen. Prominent ist hier die (Shannon-)*Entropie*, deren Anwendung auf die Verteilung der erhaltenen ordinalen Muster direkt zur Definition der vielzitierten Permutationsentropie führt.

Definition 2 ([6]). Die *empirische Permutationsentropie* einer Zeitreihe $\mathbf{x} = (x_t)_{t=1}^T$, $T \in \mathbb{N}$ für Musterlänge $d \in \mathbb{N}$ und Verzögerung $\tau \in \mathbb{N}$ ist als

$$\mathrm{ePE}^{d,\tau}(\mathbf{x}) = -\sum_{\pi \in S_d} p_\pi^{d,\tau} \ln p_\pi^{d,\tau}. \tag{1}$$

definiert.

Grob gesagt, sind in Zeitreihen mit maximal zufälliger Stuktur die möglichen ordinalen Muster tendenziell gleichverteilt, sodass die empirische Permutationsentropie in der Nähe des maximal möglichen Wertes $\ln(d!)$ liegt. Für eine Zeitreihe mit regelmäßiger Struktur werden Werte nahe von 0 erreicht, bei strikter Monotonie der Werte in der Zeitreihe sogar 0 (vgl. [1]). Im Abschnitt 3 kommen wir auf die Permutationsentropie, dort mehr aus Sicht der Modellierung, zurück.

(b) Die ordinalen Muster der Länge 3 teilen sich in die monotonen Muster $(2,1,0), (0,1,2)$ und die „Wechselmuster" $(1,2,0), (0,2,1), (2,0,1), (1,0,2)$ auf (vgl. Abb. 1). Je mehr Wechselmuster in einer Zeitreihe vorkommen, um so „rauher" ist sie. Somit kann die relative Häufigkeit

$$p_{\text{Wechsel}} = 1 - p_{(2,1,0)}^{1,3} - p_{(0,1,2)}^{1,3} \tag{2}$$

der Wechselmuster als ein Rauhigkeitsmaß interpretiert werden. Dieser interessante Ansatz wird in Abschnitt 4 etwas genauer beleuchtet.

(c) Ordinale Muster können genutzt werden, um zeitlichen Irreversibilität in Zeitreihen bzw. Prozessen aufzudecken. Ein Prozess heißt *irreversibel*, wenn der zugehörige Zeitinvertierte Prozess eine andere Verteilung als der ursprüngliche Prozess hat. Irreversibilität kann, etwa in physiologischen Prozessen, auf Irregularitäten hinweisen, im Modell der Gaußschen stochastischen Prozesse sind sie dagegen überhaupt nicht möglich.

Liegt Irreversibilität vor, so impliziert diese in der Regel unterschiedliche Wahrscheinlichkeiten für bestimmte ordinale Muster und die zugehörigen „zeitlich" gespiegelten Muster. Diese Idee wird aktuell bei der Analyse physiologischer Daten, z. B. Herzraten-Daten (vgl. z. B. Yao et al. [20])

verwendet. Zeit-gespiegelte ordinale Muster sind z. B. die in Abbildung 1 visualisierten Muster $(1,2,0)$ und $(0,2,1)$.

Eine Repräsentation gilt als *gut*, wenn sie als Eingabe in einem Modell nützlich ist und die anschließende Lernaufgabe oder Analyse erleichtert. Der erfolgreiche Einsatz von Ordinalmusterrepräsentationen in Lernaufgaben wurde in verschiedenen Anwendungen demonstriert, von der mammographischen Dichteabschätzung [2] bis zur Fehlerdiagnose für rotierende Maschinen [13]. In einer Regressionsaufgabe zur Vorhersage der verbleibenden Restlaufzeit eines Kugellagers stellen sich Entropie-Repräsentationen als besonders effizient dar, wobei sie mit ihrer Einfachheit nahe an die Genauigkeit von vergleichsweise komplexen tiefen neuronalen Netzen stoßen [9].

Darüber hinaus gilt eine Repräsentation als *gut*, wenn sie flexibel und zuverlässig auf verschiedene Probleme und reale Datensätze anwendbar ist. Etwa übertreffen Ordinalmusterpräsentationen in Verbindung mit einem einfachen k-Nächste-Nachbarn-Verfahren verschiedene state-of-the-art Klassifikationsverfahren (siehe [14]), und das auf zahlreichen realen Datensätzen des UEA MTSC-Archivs [4].

Alles in allem sind ordinale Musterrepräsentationen interessant, weil sie intrinsisch durch interpretierbare Auf- und Abwärtsbewegungen motiviert sind. Auch wenn ordinale Musterrepräsentationen nicht für jede beliebige Lernaufgabe die bestmöglichen Repräsentation darstellen, bringen sie große Vorteile mit, die sie im Forschungsgebiet des Repräsentationslernens zu einem interessanten Kandidaten machen.

3 Informationsgehalt ordinaler Muster und die Kolmogorov-Sinai-Entropie

Ordinale Muster reduzieren die metrische Information über Zeitreihen bzw. über die ihnen unterliegenden Systeme auf die Ordnungsrelation zwischen gegebenen Werten. Deshalb stellt sich die Frage, was an Information übrig bleibt. Es ist erstaunlich, dass von einem gewissen Standpunkt aus gesehen überhaupt keine Information verloren geht, was im Folgenden erklärt werden soll. In der Regel steigt der Informationsgehalt mit der Musterlänge t, sodass letztere Aussage als asymptotische Aussage verstanden werden muss.

Wir wollen von einem abstrakten zeitlich veränderlichen System mit Zuständen ω in einer Zustandsmenge Ω zu Zeiten $t = 0,1,2,\ldots$ ausgehen. Die Dynamik auf der Zustandsmenge sei durch eine Selbstabbildung T auf Ω mit folgender Interpretation beschrieben: Befindet sich das System zum Zeitpunkt t im Zustand ω, so befindet es sich zum Zeitpunkt $t{+}1$ im Zustand $T(\omega)$. Um die Verteilung der möglichen Zustände zu beschreiben, wird der Zustandsraum mit einer σ-Algebra $\mathcal{A}$ und einem darauf definierten Wahrscheinlichkeitsmaß μ ausgestattet. Die Verteilung selbst soll sich zeitlich nicht ändern, was durch die Invarianz von μ, definiert durch $\mu(T^{-1}(A)) = \mu(A)$ für alle Ereignisse $A \in \mathcal{A}$, gewährleistet wird. Messbarkeit von T bezüglich $\mathcal{A}$ wird natürlich vorausgesetzt.

Sei nun Y eine Zufallsvariable auf Ω mit Werten in einer endlichen Menge $\mathcal{Y}$ von irgendwelchen Symbolen (mit der Potenzmenge als zugehörige σ-Algebra). Y liefert eine Symbolisierung, durch die jedem Wort $y_1,\ldots,y_k$ der Länge k aus Symbolen in $\mathcal{Y}$ die Zahl

$$\mu_{y_1\ldots y_k} = \mu(Y \circ T^{\circ t+i-1} = y_i \text{ für } i = 1,\ldots,k),$$

zugeordnet ist. Diese quantifiziert die Wahrscheinlichkeit, dass für das betrachtete System zu den Zeitpunkten $t, t+1,\ldots,t+k-1$ nacheinander die Symbole $y_1,\ldots,y_k$ „beobachtet“ werden. Wegen der Invarianz von μ, hängt sie nicht von t ab. Interpretiert man die Entropie der erhaltenen Wortverteilung als die Menge die Information über das System, die die Symbolisierung in der Zeitlänge t liefert, so ist

$$h(T,Y) = \lim_{k\to\infty} \frac{H(T,Y,k)}{k}$$

mit

$$H(T,Y,k) = -\sum_{y_1,\ldots,y_k\in\mathcal{Y}} \mu_{y_1\ldots y_k} \ln \mu_{y_1\ldots y_k}$$

wohldefiniert [19] und kann als mittlere aus der Symbolisierung gewonnene Information über das System pro Zeitschritt angesehen werden. Es ist plausibel, die gesamte mittlere Information pro Zeitschritt zu haben, wenn man das Supremum der $h(Y)$ über die mittlere Information bezüglich aller endlichwertigen Zufallsvariablen nimmt. Die erhaltene Größe

$$\mathrm{KS}(T) = \sup_{Y \text{endlichwertige Zufallsvariable}} h(Y)$$

heißt *Kolmogorov-Sinai-Entropie* von T.

Nun soll X eine reellwertige Zufallsvariable auf Ω sein. Für einen Zustand ω kann $X(\omega)$ als ein im gegebenen Zustand erhaltener Messwert der Größe X interpretiert werden. Ersetzt man diesen Wert durch das ordinale Muster $\Pi_d(\omega)$ der Länge d von $(X(\omega), X(T(\omega)), \ldots, X(T^{\circ d-1}(\omega)))$, so erhält man eine endlichwertige Zufallsvariable Π_d auf Ω.

Wir wollen nun davon ausgehen, dass T ergodisch ist, d. h. dass $\mu(T^{-1}(A)) = \mu(A)$ nur für $\mu(A) = 0$ oder $\mu(A) = 1$ gilt, was grob sagt, dass sich das gegebene System nicht in echte Teilsysteme zerlegen lässt. Im einfachen Fall, dass Ω eine Teilmenge der rellen Zahlen ist und $X(\omega) = \omega$ für alle $\omega \in \Omega$ gilt – hier werden gewissermaßen die Zustände direkt gemessen –, hat man dann

$$\mathrm{KS}(T) = \sup_{d\in\mathbb{N}} h(\Pi_d) = \lim_{d\to\infty} h(\Pi_d). \tag{3}$$

Die Gesamtinformation über dass System steckt somit in den erhaltenen ordinalen Mustern.

Man kann grob viel allgemeiner sagen, dass auch ohne die betrachteten Einschränkungen für Ω und X, in einem geeigneten mehrdimensionalen Kontext für X und teilweise auch im nichtergodischen Fall, die entsprechenden ordinalen Muster die gleiche Information vom gegebenen System wie X liefern. Grob bedeutet das, dass aus maßtheoretischer Sicht die von den $X \circ T^{\circ t}; t = 0,1,2,\ldots$ und die von den ordinalen Mustern erzeugten σ-Algebren gleich sind.

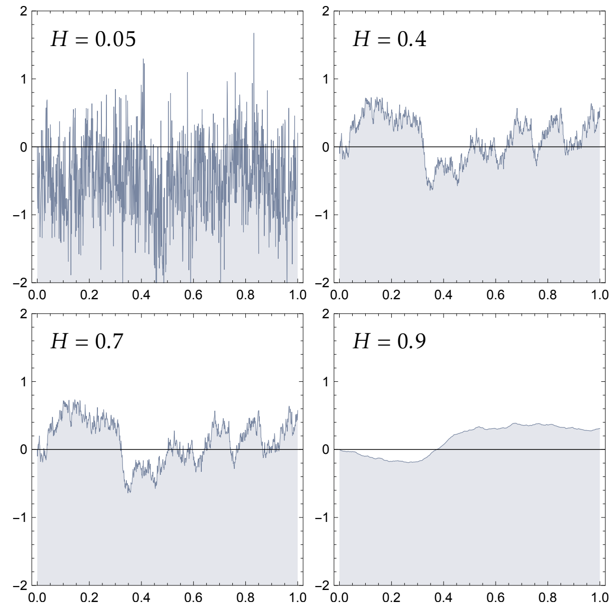


Abbildung 3. Zufällige Realisierungen verschiedener fraktaler Brownscher Bewegungsprozesse (zur besseren Visualisierung sind die Flächen unter den zugehörigen Kurven eingefärbt.)

„Misst“ hier insbesondere X die ganze im System vorhandene Information, so steckt diese Information wie oben in den ordinalen Mustern (siehe Antoniouk et al. [3]).

Die Kolmogorov-Sinai-Entropie ist eine wichtige Größe im Bereich der dynamischen Systeme, die schwierig aus Daten von einem System zu schätzen ist. Ihre Beziehung zu ordinalem Mustern, die zuerst in einer etwas anderen Form als oben von Bandt et al. [5] herausgearbeitet wurde, eröffnet hier neue Möglichkeiten. Das viel zitierte Paper [5] mit Verallgemeinerungen in [12] sagt Folgendes: Ist Ω ein in der Menge der reellen Zahlen enthaltenes Intervall und dieses in endlich viele Teilintervalle zerlegbar, auf denen T monoton und stetig ist, so gilt

$$\mathrm{KS}(T) = \limsup_{d\to\infty} \frac{-\sum_{\pi\in S_d} \mu_\pi \ln \mu_\pi}{d}. \tag{4}$$

Hier schließt sich der Kreis. Für gegebenes d ist die Größe $-\sum_{\pi\in S_d} \mu_\pi \ln \mu_\pi = H(T, P_d, 1)$ die Permutationentropie als Modell-Adäquat der empirischen Permutationentropie. Letztere ist (im ergodischen Fall) ein natürlicher Schätzer für die Permutationsentropie, wenn die zu betrachtende Zeitreihe ein Stück eines Orbits $(\omega, T(\omega), T^{\circ 2}(\omega), T^{\circ 3}(\omega), \ldots)$ ist. Dies verallgemeinernd sind die Formeln (3) und (4) Basis einer Schätzung der Kolmogorov-Sinai-Entropie.

4 Wechselwahrscheinlichkeiten und Hurst-Parameter

Während die obigen asymptotischen Aussagen den Informationsgehalt der Gesamtheit der ordinalen Muster theoretisch beschreiben, kann es praktisch relevant sein, Wahrscheinlichkeiten einzelner ordinaler Muster zu betrachten oder in Beziehung zu setzen, wie in Abschnitt 2 unter (b) bzw (c). Wir wollen auf die unter (b) angerissene Idee etwas ausführlicher eingehen.

Analog zu den relativen Wechselhäufigkeiten können Wechselwahrscheinlichkeiten, hier z. B. in einem rellwertigen zeitstetigen Zuwachs-stationären stochastischen Prozess $(X_t)_{t\in[0,\infty[}$ auf einem Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ definiert werden, wobei der Einfachheit halber von $P(X_t = X_{t'}) = 0$ für $t \neq t'$ ausgegangen werden soll. Zuwachs-Stationarität bedeutet grob, dass die Verteilung von Zuwächsen innerhalb von Zeitintervallen nur von den Längen der Zeitintervalle abhängt und gewährleistet, dass die durch

$$P_{\text{Wechsel}}(\Delta) = 1 - P(X_t < X_{t+\Delta} < X_{t+\Delta}) - P(X_t > X_{t+\Delta} > X_{t+\Delta})$$

definierte Wechselwahrscheinlichkeit für ein gegebenes $\Delta > 0$ nicht von t abhängt. Δ ist hier als Diskretisierungsabstand zu verstehen und eine Schätzung von $P_{\text{Wechsel}}(\Delta)$ durch relative Wechselwahrscheinlichkeiten in der entsprechenden Disketisierung von Realisierungen das Prozesses naheliegend.

Es gibt stochastische Prozesse obiger Art, für die $P_{\text{Wechsel}}(\Delta)$ nicht von Δ abhängt. Eine wichtige Klasse solcher Prozesse bilden die *fraktalen Brownschen Bewegungsprozesse* als Verallgemeinerung der klassischen Brownschen Bewegungsprozesse, deren Verteilung durch den so genannten *Hurst-Parameter* $H \in \,]0,1[$ bestimmt ist. Abbildung 3 zeigt zufällige Realisierungen solcher Prozesse für verschiedene H.

Es existiert eine nicht näher beschriebene strikt monoton fallende Funktion h von $]0, \frac{2}{3}[$ auf $]-\infty, 1[$, die für einen fraktalen Brownschen Bewegungsprozess seine Δ-unabhängige Wechselwahrscheinlichkeit $P_{\text{Wechsel}}(\Delta)$ in seinen Hurst-Parameter H überführt (siehe Coeurjolly [8]).

Somit sind Hurst-Parameter und Wechselwahrscheinlichkeit gleichwertige Beschreibungen der Verteilung eines fraktalen Brownschen Bewegungsprozesses. Das legt nahe, ganz allgemein

$$H(\Delta) := h\Big(P_{\text{Wechsel}}(\Delta)\Big)$$

als Skalen-abhängigen Hurst-Parameter einführen.

Wozu ist das gut? Natürlich kann auch mit Wechselwahrscheinlichkeiten oder allgemein mit ordinalen Mustern gearbeitet werden, z. B. über h der Hurst-Parameter einer fraktalen Brownschen Bewegung in robuster Art geschätzt werden (vgl. Sinn und Keller [17]). Allerdings sind letztere und der Hurst-Parameter gut etabliert und werden auch genutzt, wenn die Rauhigkeit weniger Skalen-unabhängig ist, z. B. in der Geologie. Der Übergang zu einem allgemeinen skalierungsabhängigen Konzept könnte hier Flexibilität und Vereinheitlichung schaffen, was in Gutjahr et al. [11] im Zusammenhang mit der Analyse der Bruchrauhigkeit von Gesteinsfugenoberflächen diskutiert wird.

Literatur

[1] José Amigó. *Permutation Complexity in Dynamical Systems: Ordinal Patterns, Permutation Entropy and All That*. Springer Series in Synergetics. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2010.

[2] Adriana Antonelli, Gustavo Meschino, and Virginia Ballarin. Mammographic Density Estimation Through Permutation Entropy. In Lenka Lhotska, Lucie Sukupova, Igor Lacković, and Geoffrey S. Ibbott, editors, *World Congress on Medical Physics and Biomedical Engineering 2018*, IFMBE Proceedings, pages 135–141. Springer, 2019.

[3] Alexandra Antoniouk, Karsten Keller, and Sergiy Maksymenko. Kolmogorov-sinai entropy via separation properties of order-generated σ-algebras. *Discrete & Continuous Dynamical Systems*, 34(5):1793–1809, 2014.

[4] Anthony Bagnall, Hoang Anh Dau, Jason Lines, Michael Flynn, James Large, Aaron Bostrom, Paul Southam, and Eamonn Keogh. The UEA multivariate time series classification archive, 2018. *arXiv:1811.00075 [cs, stat]*, 2018.

[5] Christoph Bandt, Gerhard Keller, and Bernd Pompe. Entropy of interval maps via permutations. *Nonlinearity*, 15(5):1595, 2002.

[6] Christoph Bandt and Bernd Pompe. Permutation Entropy: A Natural Complexity Measure for Time Series. *Physical Review Letters*, 88(17):174102, 2002.

[7] Yoshua Bengio, Aaron Courville, and Pascal Vincent. Representation learning: A review and new perspectives. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 35(8):1798–1828, 2013.

[8] Jean-François Coeurjolly. Simulation and identification of the fractional brownian motion: a bibliographical and comparative study. *Journal of Statistical Software*, 5(7):1–53, 2000.

[9] Nils Finke, Marisa Mohr, Alexander Lontke, Marwin Züfle, Samuel Kounev, and Ralf Möller. Recommendations for data-driven degradation estimation with case studies from manufacturing and dry-bulk shipping. In Samira Cherfi, Anna Perini, and Selmin Nurcan, editors, *Research Challenges in Information Science*, pages 189–204, Cham, 2021. Springer International Publishing.

[10] Ian Goodfellow, Yoshua Bengio, and Aaron Courville. *Deep Learning*. MIT Press, 2016. www.deeplearningbook.org.

[11] Tim Gutjahr, Sina Hale, Karsten Keller, Philipp Blum, and Steffen Winter. Quantification of fracture roughness by change probabilities and hurst exponents. *Math. Geosci.*, 2021.

[12] Tim Gutjahr and Karsten Keller. Equality of Kolmogorov-Sinai and permutation entropy for one-dimensional maps consisting of countably many monotone parts. *Discrete & Continuous Dynamical Systems*, 39(7):4207–4224, 2019.

[13] Hongmei Li, Jinying Huang, Xiwang Yang, Jia Luo, Lidong Zhang, and Yu Pang. Fault diagnosis for rotating machinery using multiscale permutation entropy and convolutional neural networks. *Entropy*, 22(8), 2020.

[14] Marisa Mohr, Florian Wilhelm, Mattis Hartwig, Ralf Möller, and Karsten Keller. New Approaches in Ordinal Pattern Representations for Multivariate Time Series. In *Proceedings of the 33rd International Florida Artificial Intelligence Research Society Conference (FLAIRS-33)*, pages 124–129, 2020.

[15] Audun Myers and Firas A. Khasawneh. On the automatic parameter selection for permutation entropy. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 30(3):033130, 2020.

[16] Maik Riedl, Andreas Müller, and Niels Wessel. Practical considerations of permutation entropy: A tutorial review. *The European Physical Journal Special Topics*, 222, 2013.

[17] Mathieu Sinn and Karsten Keller. Estimation of ordinal pattern probabilities in Gaussian processes with stationary increments. *Computational Statistics & Data Analysis*, 55(4):1781–1790, April 2011.

[18] Francisco Traversaro, Francisco O. Redelico, Marcelo R. Risk, Alejandro C. Frery, and Osvaldo A. Rosso. Bandt-Pompe symbolization dynamics for time series with tied values: A data-driven approach. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 28(7):075502, July 2018.

[19] Peter Walters. *An introduction to ergodic theory*, volume 79 of *Graduate Texts in Mathematics*. Springer-Verlag, New York, 1982.

[20] Wenpo Yao, Wenli Yao, and Jun Wang. Equal heartbeat intervals and their effects on the nonlinearity of permutation-based time irreversibility in heart rate. *Physics Letters A*, 383(15):1764–1771, May 2019.

Marisa Mohr
Head of Research and Development, inovex GmbH, Friesenweg 4, 22763 Hamburg, und
Universität zu Lübeck, Institut für Informationssysteme, Ratzeburger Allee 160, 23562 Lübeck
mmohr@inovex.de, mohr@ifis.uni-luebeck.de

Prof. Dr. Karsten Keller
Universität zu Lübeck, Institut für Mathematik, Ratzeburger Allee 160, 23562 Lübeck
keller@math.uni-luebeck.de

Marisa Mohr hat Mathematik an der Technischen Universität Dortmund und Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf studiert. Heute leitet sie bei dem IT-Dienstleister inovex als Head of Research & Development ein heterogenes Team aus Machine Learning Engineers und Data Scientists und treibt die strategische Erweiterung und Entwicklung von Innovationen im Bereich künstliche Intelligenz voran. Zudem hat sie an der Universität zu Lübeck ein laufendes Promotionsverfahren zum Thema „Learning from Ups and Downs: Multivariate Ordinal Pattern Representations for Time Series“, betreut von Prof. Dr. Ralf Möller.

Karsten Keller hat an der Universität Greifswald studiert, dort promoviert und sich habilitiert. Er lehrt und forscht an der Universität zu Lübeck und engagiert sich dort auch für die Förderung mathematisch interessierter und talentierter Schülerinnen und Schüler. Seine Forschungsthemen liegen im Bereich der Statistik dynamischer Systeme und der symbolischem Dynamik und stehen in Verbindung mit der Analyse von Zeitreihen.

Building Gender Equity Allyship Workshops

Stephanie Salomone and Gudrun Thäter

Gender equity in the mathematical sciences specifically, and in the academy broadly, is not yet a reality. Women (and people of color, and other historically excluded groups) are confronted with systemic biases, daily negative experiences, and feelings of not being welcome or included, that in the aggregate push them out of the mathematical sciences. We present a workshop series designed by Stephanie Salomone and Stan Yoshinobu primarily for men in mathematics (although all genders are welcome to participate) to inform and inspire them to better see some of the key issues with increased empathy, and then to take action in creating a level-playing field in the academy.

Beyond subjective experiences, there is objective evidence that women in mathematics are not valued to the same extent as their male counterparts [1]. The same is true for other individuals with identities which are marginalized in academic research and in STEM. Though there is a history of women and people of color of leaning in and speaking out, change is happening very slowly and the humble progress is even rolled back at times. This is a detriment to the future of mathematics as a discipline.

Experience tells us that we can only expect the situation to improve adequately if powerful people join the cause and make it *their* priority to change the predominant culture to a be more welcoming, inclusive, and equity-centered. At the moment "people with the most power in mathematical research" are white men. This is true in the US, where Stephanie Salomone is working, for Canada, where Stan Yoshinobu operates as well as for Germany.

Allyship is a concept which was introduced by people of color to describe white people fighting for racial justice by their side. Of course, it is a concept which helps in all situations where there are individuals with less power and positionality than others. In this Allyship workshop men were encouraged to become allies working for the advancement of non-male mathematicians. Their contribution is strictly necessary if we hope to achieve equity of access to opportunities and to diversify our community by the next generation.

The important question is: How can we effectively educate men, and especially powerful white men, to become allies?

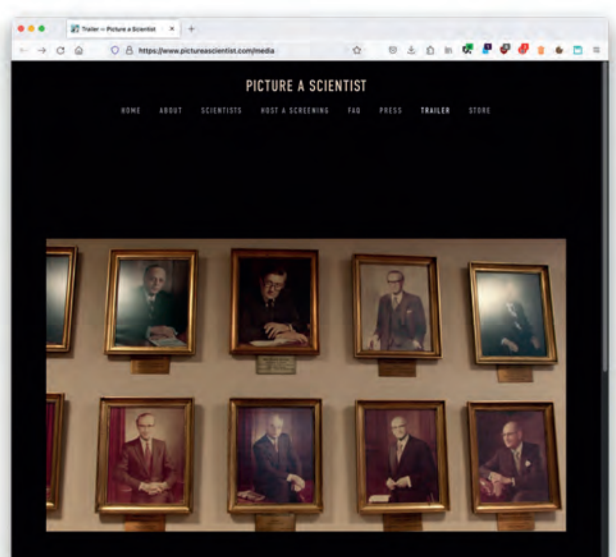
The idea of this first workshop was to invite men already interested in learning more and to build a basis for conversation using the documentary *Picture a Scientist* [10].

> [This 2020 documentary] chronicles the groundswell of researchers who are writing a new chapter for women scientists. Biologist Dr. Nancy Hopkins, chemist Dr. Raychelle Burks, and geologist Dr. Jane Willenbring lead viewers on a journey deep into their own experiences in the sciences, ranging from brutal harassment to years of subtle slights. Along the way, from cramped laboratories to spectacular field stations, we encounter scientific luminaries – including social scientists, neuroscientists, and psychologists – who provide new perspectives on how to make science itself more diverse, equitable, and open to all [10].

In this film, there are no mathematicians, but the situations in sciences and mathematics are very similar and therefore it lends itself to discussion about our own field.

The film shows examples of the experiences of women in science. All manner of obstacles in their professional lives do not make them feel welcome in fields they feel passionate about. It also shows men in different roles, from abusers to allies.

Obviously there are the bullies. There are the bystanders who intervene, and those who do not. There are universities which allow women to be hired but give them the smallest space available. There are also men who consider themselves supporters of their female colleagues, and who cannot believe that they did not notice



Still from the trailer of "Picture a Scientist"
www.pictureascientist.com/media

DOI 10.1515/dmvm-2022-0011

Students of mathematics 2020 in Germany

how the behavior of other men (and their own behavior in not taking a side) deeply wounded their friends. Seeing this play out in the film is not a comfortable experience, and once you have seen it you cannot look away, especially as scientists who work with data and believe in the power of data presented.

On the other hand, the film presents a story of women scientists who noticed that they were not treated as well as their male colleagues and worked together to fight for office space and the recognition of their work. They succeeded over a generation ago.

The gender equity workshop started with the documentary, and then asked participants to talk about different people and their roles in the film. Participants looked at people in the film as filling prototypical for roles which we happen to observe in our lives and which we might also happen to play. This discussion in groups was moderated and guided in order to make the workshop a safe and brave space for everyone.

The facilitators of the workshop chose to connect with participants using the concept of the "equivalence class of Adam" (who plays the role of the male friend in the documentary). Participants worked together to develop tools to become an active bystander by considering some questions: If I were Adam, what could I personally do? What could I say? How could I be an effective supporter of my colleague? What might go differently if [Adam] were a graduate student? A junior faculty member? A Department Chair?

These are hard questions, but asking them allows participants to practice being an effective ally while considering the way that power and position impact the ways they can get involved. The facilitators appreciate and model a willingness to be vulnerable and ask participants to be civil in criticism. They recognize that learning new behavior is often uncomfortable, and that mathematical researchers are used to diving deep. The facilitators believe this is a skill that is transferable to the work of building equity. This mindset can be helpful to build empathy with marginalized people in the field, and to leverage their own power for change.

The work in groups helps to let participants understand their responsibility to speak out against a hostile academic atmosphere. In the workshop it was possible to first develop and then train for possible responses in situations which ask for men stepping in as an ally.

The next iteration of the workshop "Picture a Mathematician" will be on May 11.

References

[1] Savigny, H. (2014), Women, know your limits: Cultural sexism in academia. *Gender Educ.* 26, 794–809. DOI 10.1080/09540253.2014.970977

[2] Allyship: What It Means to Be an Ally, Tulane university, School of social work. socialwork.tulane.edu/blog/allyship

[3] Guide to allyship. An open source starter guide to help you become a more thoughtful and effective ally. guidetoallyship.com

[4] J. B. Ernest, D. L. Reinholz, and N. Shah, Hidden Competence: Women's mathematical participation in public and private classroom spaces. *Educ Stud Math* 102, 153–172 (2019). DOI 10.1007/s10649-019-09910-w

[5] J. R. Cimpian, T. H. Kimand, and Z. T. McDermott, Understanding persistent gender gaps in STEM. *Science* 368, Issue 6497, 1317–1319 (2020). DOI 10.1126/science.aba7377

[6] S.J. Ceci and W.M. Williams, Understanding current causes of women's underrepresentation in science. *PNAS* 108, 3157–3162 (2011). DOI 10.1073/pnas.1014871108

[7] Equatiy and teaching math, Blog post by Stan Yoshinobu theiblblog.blogspot.com/2019/01/equity-and-teaching-math.htm

[8] Mathematically uncensored Podcast, minoritymath.org/mathematically-uncensored

[9] S. Salomone and G. Thaeter, Allyship. Modellansatz Podcast, Episode 245, Fakultät für Mathematik, Karlsruher Institut für Technologie (KIT), 2021. modellansatz.de/allyship

[10] www.pictureascientist.com

Prof. Stephanie Anne Salomone
University of Portland, Mathematics, Buckley Center 262B,
Portland, Oregon 97203-5798, USA
salomone@up.edu

PD Dr. Gudrun Thäter
Karlsruher Institut für Technologie, Institut für Angewandte und Numerische Mathematik,
Englerstraße 2, 76131 Karlsruhe, gudrun.thaeter@kit.edu

Stephanie Salomone serves as Professor and Chair of Mathematics and Director of the STEM Education and Outreach Center at the University of Portland as well as the Faculty Athletic Representative. She is an Associate Director of Project NExT, a national professional development program for new higher-education mathematics faculty. Stephanie Anne Salomone is the recipient of UP's 2009 Outstanding Teaching Award and the recipient of the 2019 Oregon Academy of Sciences Outstanding Educator in STEM Higher Education Award.

Her Maths Story – Geschichten von Frauen in der Mathematik

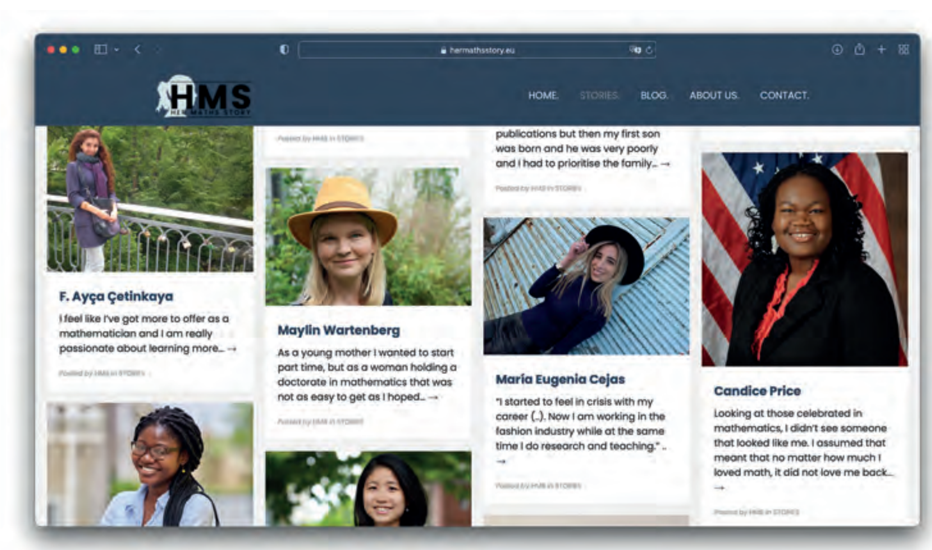
Joana Grah, Tamara Großmann und Julia Kroos

Her Maths Story ist eine Plattform, die Geschichten von Frauen in der Mathematik in allen Lebensphasen porträtiert und die Vielfalt der Karrieren, die nicht-linearen Wege und die individuellen Entscheidungsprozesse von Mathematikerinnen in der heutigen Gesellschaft aufzeigt. Ziel dieser Plattform ist es, Frauen zu ermutigen, ein Studium und eine Karriere in der Mathematik anzustreben, ihre Neugierde zu wecken und Begeisterung für technische Fächer zu vermitteln.

Ada Lovelace, Sofia Kovalevskaya, und Emmy Noether – wir alle kennen diese berühmten Mathematikerinnen. Alle drei waren Pionierinnen in ihrem Fachgebiet und haben große Fortschritte sowohl in der Mathematik als auch für Frauen in der Mathematik erzielt. Während diese Frauen im 19. Jahrhundert gelebt und gewirkt haben, ist spätestens seit dem Film *Hidden Figures* auch Katherine Johnson als eine Mathematikerin des 20. Jahrhunderts bekannt. Anfang des 21. Jahrhunderts erhielt Maryam Mirzakhani als erste Frau die renommierte Fields-Medaille. An dieser Stelle können die meisten aber schon keine weiteren Mathematikerinnen mehr nennen (wenn Ihnen noch mehr Frauen einfallen – wundervoll!). Was es aber braucht, sind genau diese Vorbilder in der heutigen Zeit, mit denen sich Mathematikerinnen aller Alters- und Karrierestufen identifizieren können. Das Anliegen der Plattform *Her Maths Story* besteht darin, Frauen aus der Gegenwart in den Fokus zu rücken und als Sammlung von unterschiedlichen Karrieren und Lebenswegen zu präsentieren – denn es gibt sie auch heute, die Frauen in der Mathematik.

Der Einstieg in die Arbeitswelt der Mathematik, sei es in der Wissenschaft oder in der Wirtschaft, kann insbesondere für Frauen zu Beginn einschüchternd und ernüchternd sein. Gibt es keine oder nur wenige andere Frauen in der Arbeitsgruppe, mit denen man sich austauschen kann und deren Karrierewege als Inspiration dienen können, so kann man sich schnell alleine fühlen. Und auch etablierte Mathematikerinnen haben mit ähnlichen Herausforderungen zu kämpfen: Sei es regelmäßig überhört zu werden, nicht ernst genommen zu werden oder den Druck zu verspüren, gesellschaftliche Erwartungen mit einer erfolgreichen Karriere in Einklang bringen zu müssen.

Persönliche Erfahrungen und Gespräche mit Kolleg*innen und Freund*innen haben uns – Joana Grah, Tamara Großmann und Julia Kroos – dazu inspiriert, den Status Quo zu hinterfragen und Änderungen in der Sichtbarkeit von Frauen in der Mathematik anzustoßen. Während wir als drei Mathematikerinnen selbst das akademische System in verschiedenen Stufen durchliefen und -laufen, ist uns der starke positive Einfluss von Vorbildern und konkreten Perspektiven bewusst geworden. Zusätzlich zu unseren persönlichen Erfahrungen erkennen auch immer mehr Organisationen, Universitäten und Unternehmen den nachweislichen Vorteil geschlechterpa-



Auszug aus der „Stories“-Sektion der Her Maths Story-Webseite (hermathsstory.eu)

DOI 10.1515/dmvm-2022-0012

Das *Her Maths Story*-Team: Julia Kroos, Tamara Großmann und Joana Grah (v. l. n. r.)

ritätischer Teams.[1] Daher ist die Motivation für *Her Maths Story* zweigeteilt: Frauen einen Raum zu geben, in dem sie ihre Erfahrungen teilen und von anderen lernen können, und gleichzeitig allen einen Einblick in das Leben einer Mathematikerin zu ermöglichen.

Seit nun einem Jahr veröffentlichen wir regelmäßig die Geschichten – Storys – von Frauen in der Mathematik auf unserer englischsprachigen Website (hermathsstory.eu) und verschiedenen sozialen Medien. Die Storys sind so vielfältig wie die Karrierewege selbst. So erzählt eine britische Mathematikerin, die bei AstraZeneca arbeitet, von den Herausforderungen durch die Geburt ihres Kindes und einhergehender Krankheit. Eine deutsche Mathematikerin erzählt von ihrer Entscheidung gegen eine Promotion und von ihrer Karriere in der Airline IT. Außerdem durften wir die ghanaische Mathematik-Dozentin und Gründerin von „Femafricmaths“, einer Organisation zur Förderung von Mathematikerinnen in Afrika, kennenlernen und vorstellen.

Mittlerweile sind die Geschichten von 40 Frauen aus 23 Ländern veröffentlicht worden. Wir haben Beitragende aus dem akademischen Bereich und der Wirtschaft, von der Studentin über die Doktorandin bis hin zur Professorin, und von der Biostatistikerin bei AstraZeneca bis hin zur Softwareentwicklerin bei der ZF Friedrichshafen AG oder der LVM Versicherung. Thematisch beschäftigen sich die Storys nicht nur mit der gemeinsamen Leidenschaft für Mathematik, sondern auch mit den persönlichen Beweggründen, gesellschaftlichen und sozialen Hürden, sowie den verschiedenen Einflüssen im Werdegang. Die Texte sind für ein allgemeines und nicht-fachliches Publikum geschrieben und in 5–10 Minuten lesbar. Der neueste Zweig von *Her Maths Story* ist ein Blog, der die Möglichkeit bietet, in längeren Texten auf bestimmte Themen genauer einzugehen. Beispielsweise erzählen zwei Datenwissenschaftlerinnen von ihrem Arbeitsalltag und davon, welche Methoden sie aus ihrem Mathematikstudium heute noch anwenden.

Die Plattform lebt von den individuellen Geschichten, Erfahrungen und Ratschlägen. Sie ist eine sich ständig verändernde Sammlung, und es gibt noch viele weitere Geschichten zu teilen und Erkenntnisse zu gewinnen. Wir arbeiten kontinuierlich daran, immer mehr Frauen zu erreichen: Sei es die Schülerin, die unsicher ist, wie es weiter geht, die Studentin, die sich das Leben als Mathematikerin nicht vorstellen kann, oder die etablierte Mathematikerin, die sich ein kleines bisschen weniger alleine fühlt.

Anmerkung

1. Woolley, Anita Williams et al., Evidence for a collective intelligence factor in the performance of human groups. *Science* 330.6004 (2010): 686–688.

Joana Grah, Tamara Großmann, Julia Kroos
Her Maths Story
hermathsstory@gmail.com

Joana Grah, Tamara Großmann und Julia Kroos studierten – teilweise zeitgleich – an der WWU Münster Mathematik. Dabei spezialisierten sie sich alle auf die numerische Mathematik mit Anwendungen in der Biomedizin. Derzeit promoviert Tamara an der Universität Cambridge. Nach einigen Postdoc-Erfahrungen arbeitet Joana an der Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf und Julia bei der Bayer AG in Leverkusen.

Das Her Maths Story-Team ist immer auf der Suche nach neuen Beiträgen. Wenn Sie Ihren Weg mit anderen teilen möchten oder jemanden mit einer inspirierenden, ermutigenden oder einzigartigen Mathematik-Geschichte kennen, kontaktieren Sie uns über hermathsstory@gmail.com.

Logbuch Mathematik

Thilo Kuessner

Eine meiner Lieblingstheorien ist, dass kein Ereignis allein und einsam ist, sondern lediglich eine Wiederholung einer Sache, die zuvor und vielleicht oft passiert ist.

Mark Twain, *Der berühmte Springfrosch von Calaveras*, 1865

Inzidenzen

Betrachtet man die Entwicklung der Covid-19-Inzidenzen in unterschiedlichen Teilen Deutschlands, so fällt eine gewisse Periodizität auf: Gegenden, in denen die Inzidenz lange Zeit besonders hoch war, haben dann auch mal wieder besonders niedrige Inzidenzen und umgekehrt. Aktuell (im Januar 2022) hat etwa Bremen, wo aus plausiblen Gründen die Inzidenz lange niedrig war, hohe Inzidenzen. Umgekehrt hat Thüringen mit seinen vielen Impfverweigerern aktuell gerade besonders niedrige Inzidenzen, nachdem es zuvor lange mit an der Spitze der Inzidenzzahlen lag.

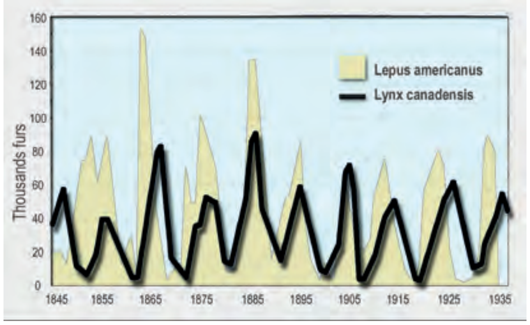
Man kennt solche Phänomene auch aus anderen Bereichen, und in manchen Zusammenhängen werden sie mit der Periodizität der Lösungen der Lotka-Volterra-Gleichungen erklärt. Eine solche Erklärung für die Entwicklung der Covid-19-Pandemie versucht die Arbeit *An analytical study of the dynamic behavior of Lotka-Volterra based models of COVID-19* von Wael W. Mohammed, E. S. Aly, A. E. Matouk, S. Albosaily und E. M. Elabbasye.

Populationsdynamik

Die Lotka-Volterra-Regeln wurden 1925/26 unabhängig von Lotka und Volterra formuliert.

Alfred Lotka, 1880 in Lemberg geboren, Chemie-Student in Leipzig und seit 1902 in den USA lebend, galt mit seinen Arbeiten über Altersverteilung und Geburts- und Sterbedaten als Begründer der mathematischen Demografie, seit 1924 arbeitete er bei der Metropolitan Life Insurance Company in New York. Die 1925 veröffentlichten *Elements of Physical Biology* sollten sein Hauptwerk werden, mit ihm wollte er physikalische Prinzipien auf biologische Systeme übertragen, die gesamte belebte wie unbelebte Natur als ein Energieumwandlungssystem verstehen. Bekannt wurde vor allem die in diesem Buch erstmals erschienene mathematische Formulierung von Gesetzen der Populationsdynamik in einer idealisierten Räuber-Beute-Beziehung. Unabhängig von Lotka stieß auch Vito Volterra auf dieselben populationsdynamischen Gesetze und dasselbe System von Differentialgleichungen. (Volterra, damals bereits 66 Jahre alt, hatte zuvor wesentliche Beiträge zur Theorie der Integralgleichungen und zahlreichen anderen Gebieten der Mathematik geleistet. Fünf Jahre später würde er in Rom entlassen werden, weil er den Eid auf die faschistische Regierung verweigerte.)

Im Modell von Lotka und Volterra ging es um die Dynamik eines ökologischen Systems, in dem eine Raubtiergattung und ihre Beute leben. Das emblematische Beispiel sind Luchse und Schneehasen: zu diesen beiden Tierarten hatte die Hudson's Bay Society genaue Zählungen seit dem vergangenen Jahrhundert vorliegen, was Lotka zur Begründung seines Modells heranzog. Dagegen war Volterra durch den Biologen D'Ancona zu seiner Arbeit angeregt worden, der die Entwicklung von Raub- und Beutefischpopulationen in der Adria und insbesondere die Schwankungen im Anteil der Knorpelfische am Fang der Fischereihäfen Triest, Rijeka und Venedig untersucht hatte.



Entwicklung von Luchsen und Schneehasen um die Hudson Bay (Abbildung: Lamiot, Wikimedia Commons, CC BY-SA 4.0)

Das Modell besteht aus zwei Differentialgleichungen, die die Entwicklung der Populationen jedes Tieres widerspiegeln:

$$x' = x(a - by), \; y' = y(-c + dx),$$

wobei x und y die Anzahl der Räuber- und Beutetiere sind und die anderen (positiven) Parameter von den Rahmenbedingungen abhängen. Diese Differentialgleichungen modellierten die drei (von Volterra mathematisch rigoros aus den Gleichungen hergeleiteten) Entwicklungsgesetze:

– Die Populationsgrößen von Räuber und Beute schwanken periodisch. Dabei folgen die Schwankungen der Räuberpopulation phasenverzögert denen der Beutepopulation. Die Länge der Perioden hängt von den

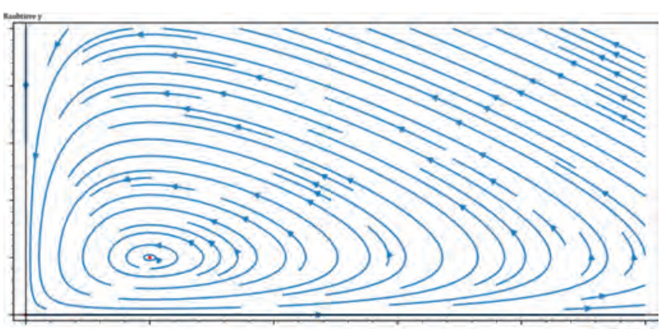
DOI 10.1515/dmvm-2022-0013

Anfangsbedingungen und von den Wachstumsraten der Populationen ab.
- Die über genügend lange Zeiträume gemittelten Größen (Mittelwerte) der Räuber- bzw. Beutepopulation sind konstant. Die Größe der Mittelwerte hängt nur von den Wachstums- und Rückgangsraten der Populationen, nicht aber von den Anfangsbedingungen ab.
- Werden Räuber- und Beutepopulation gleichermaßen proportional zu ihrer Größe dezimiert, so vergrößert sich kurzfristig der Mittelwert der Beutepopulation, während der Mittelwert der Räuberpopulation kurzfristig sinkt.

Alle drei Regeln gelten nur unter der Voraussetzung, dass lediglich zwischen den betrachteten beiden Arten eine Räuber-Beute-Beziehung besteht und die sonstigen biotischen und abiotischen Umweltfaktoren konstant oder zu vernachlässigen sind. Trotzdem waren sie in der praktischen Ökologie von großer Bedeutung.

Periodizität der Lösungen

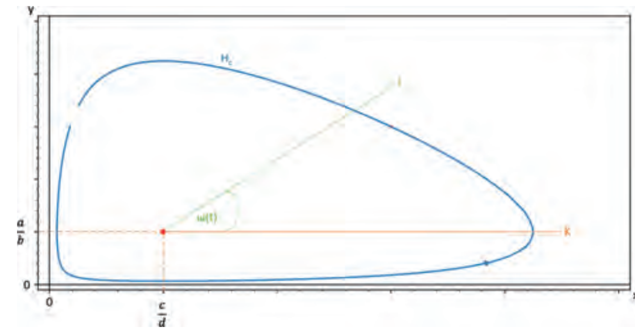
Vito Volterra konnte alle drei Regeln mathematisch rigoros aus den Gleichungen herleiten. Mathematisch am interessantesten ist der Beweis der Periodizität, also dass sich die Lösungen wie im Bild in periodischen Bahnen um das Gleichgewicht $(c/d, a/b)$ bewegen.



Bahnen einer 2-dimensionalen Lotka-Volterra-Gleichung (Abbildung: E. Schikora, Bachelorarbeit KU Eichstätt, 2022)

Das sieht man am einfachsten mit der Hamilton-Funktion $c\ln(x) - dx + a\ln(y) - by$, die eine Erhaltungsgröße ist und deren Niveaumengen den Bahnen im Bild entsprechen. Man zeigt leicht, dass die Niveaumengen jede im Gleichgewicht startende Halbgerade in genau einem Punkt schneiden. Wenn man Polarkoordinaten (r, ω) mit dem Gleichgewicht $(c/d,\ a/b)$ als Ursprung betrachtet, kann man aus der Positivität der Parameter a, b, c, d die Ungleichung $r^2\omega' > 0$ herleiten, womit die Bahn dann tatsächlich die gesamte geschlossene Kurve immer wieder durchlaufen muss – das beweist die Periodizität, die man bei Luchsen und Schneehasen auch in der Natur beobachten kann. Die Rechnung ist so einfach, dass wir sie hier vorführen können. Zunächst verschiebt man den Ursprung des Koordinatensystems in das Gleichgewicht $(c/d, a/b)$, betrachtet also Koordinaten $X = x - c/d$, $Y = y - a/b$. Die Lotka-Volterra-Gleichungen transformieren sich dann in die Gleichungen

$$X' = -b(X + c/d)Y, \quad Y' = dX(Y + a/b).$$



Eine Niveaumenge der Hamilton-Funktion $c\ln(x) - dx + a\ln(y) - by$ (Abbildung: E. Schikora, Bachelorarbeit KU Eichstätt, 2022)

In Polarkoordinaten $X = r\cos\omega, Y = r\sin\omega$ kann man dann auch X' und Y' in Polarkoordinaten ausdrücken und bekommt

$$\begin{aligned} r^2\omega' = XY' - YX' &= dX^2Y + ad/bX^2 + bXY^2 + bc/dY^2 \\ &= dX^2(Y + a/b) + bY^2(X + c/d) \\ &= dX^2y + bY^2x, \end{aligned}$$

was positiv ist. Also ist ω streng monoton wachsend. Bliebe ω beschränkt, dann müsste die Lösung gegen ein Gleichgewicht von ω konvergieren, das es aber wegen $\omega' > 0$ nicht gibt. Also muss ω zu einem beliebigen Startwert immer wieder zurückkehren, die geschlossene Kurve wird unendlich oft durchlaufen.

Die ewige Wiederkehr

Die Periodizität der Lösungen der Lotka-Volterra-Gleichungen bedeutet, dass Luchse und Schneehasen in einem sich ewig wiederholenden Zyklus gefangen sind.

> Alles geht, Alles kommt zurück; ewig rollt das Rad des Seins. Alles stirbt, Alles blüht wieder auf, ewig läuft das Jahr des Seins.

formulierte es Friedrich Nietzsche in *Also sprach Zarathustra*. In seinen nachgelassenen Notizen fand man später verschiedene Variationen eines naturwissenschaftlichen Beweises der ewigen Wiederkehr mit dem Argument, dass die Zeit sich sowohl in die Vergangenheit als auch in die Zukunft unendlich ausdehne, die gesamte Kraft, Materie oder Energie, und folglich die Anzahl der möglichen Kombinationen oder Zustände der Welt aber endlich sei. Demzufolge müsse jeder mögliche Zustand der Welt bereits unendlich oft eingetreten sein und noch unendlich oft eintreten.

Ungefähr gleichzeitig mit Nietzsche bewies Henri Poincaré den *Wiederkehrsatz*, sozusagen eine schwächere

Der Nietzsche-Stein bei Surlej am Silvaplanersee (Foto: Armin Kübelbeck, Wikimedia Commons (CC BY-SA 3.0)

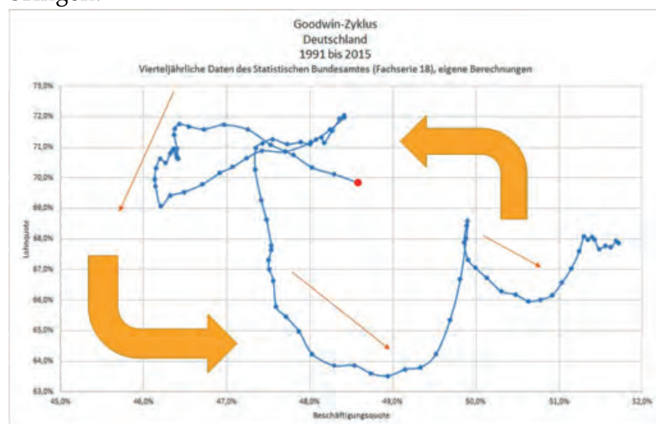
Version der ewigen Wiederkehr: in einem Phasenraum endlichen Volumens kehrt für jede offene Umgebung U eines beliebigen Punktes x die Bahn von x unendlich oft nach U zurück. (Aber nicht unbedingt nach x.) Der Beweis benutzt, dass der Hamiltonsche Fluss auf dem Phasenraum volumenerhaltend ist und er ist in heutiger Sprache eigentlich sehr einfach: bezeichne U_{wk} die Menge der nach U irgendwann zurückkehrenden Punkte, sei T die Zeit-1-Abbildung des Hamiltonflusses – also $T(x(t)) = x(t+1)$ – und sei $A = U \cup T^{-1}U \cup T^{-2}U \cup T^{-3}U \cup \ldots$ Dann sind die nicht zurückkehrenden Punkte gerade die aus $A \setminus T^{-1}A$. Weil T volumenerhaltend und $T^{-1}A$ eine Teilmenge von A ist, ist $\mathrm{vol}(A - T^{-1}A) = 0$, also sind die nicht zurückkehrenden Punkte eine Nullmenge und $\mathrm{vol}(U_{wk}) = \mathrm{vol}(U)$. (Poincaré konnte den Beweis nicht so einfach formulieren, weil man damals das Lebesgue-Maß und überhaupt die Sprache von Maßtheorie und Topologie noch nicht hatte.) Bemerkenswerterweise ist der Beweis des Wiederkehrsatzes eigentlich nur eine mathematische Ausformulierung von Nietzsches Argument.

Die numerisch berechnete Wiederkehrzeit realer Systeme kann allerdings weit über dem vermuteten Alter des Universums liegen. Ein Preprint von K. Ropotenko (arXiv:0712.0993) gibt die mittlere Rückkehrzeit des Universums mit $\exp(10^{120})$ Sekunden an.

Ewige Wiederkehr des Konjunkturzyklus?

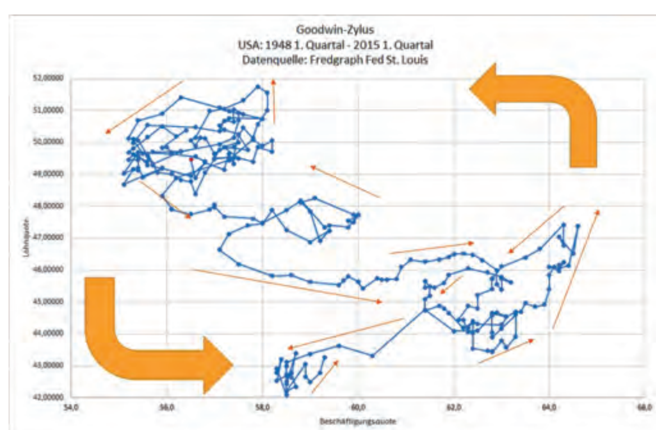
Eine „Anwendung" der Lotka-Volterra-Gleichungen in der Ökonomie ist das Goodwin-Modell des Konjunkturzyklus, das 1965 von Richard Goodwin auf dem ersten Weltkongress der Econometric Society in Rom vorgestellt und seit Ende der 70er Jahre von einigen marxistisch inklinierten Wirtschaftswissenschaftlern diskutiert wurde. Die Variablen sind hier die Beschäftigungsquote und die Lohnquote. Für diese sollen die Lotka-Volterra-Gleichungen gelten, woraus dann also rein mathematisch die Periodizität der Bahnen folgt.

Wenn man sich allerdings die reale Entwicklung von Lohn- und Beschäftigungsquote anschaut, dann ist diese keineswegs periodisch. Das Bild unten (aus der Wikipedia) zeigt die Entwicklung der Beschäftigungsquote und Lohnquote in Deutschland von 1991 bis 2015. Der rote Punkt zeigt den Stand im Frühling 1991, danach wird alle drei Monate ein weiterer Punkt eingetragen. Während man für die 90er Jahre tatsächlich eine Zykelbewegung ausmachen kann, hat man seit 2005 ein stetes Ansteigen der Beschäftigungsquote unabhängig vom Steigen oder Fallen der Lohnquote. Einzelne Ausschläge kann man leicht mit jeweils aktuellen Ereignissen in Verbindung bringen.



Erwerbsquote und Lohnquote in BRD (Abbildung: Alex1011, CC-BY-SA, Wikimedia Commons, CC BY-SA 3.0)

Noch instruktiver ist vielleicht ein Blick auf die entsprechenden Daten der USA von 1948 bis 2015 im Bild unten (ebenfalls aus der Wikipedia). Man sieht dort zwar tatsächlich zahlreiche Zykel, aber stets nur für einen begrenzten Zeitraum. Dazwischen gibt es immer wieder größere Ausschläge, nach denen man zwar letztlich wieder in eine periodische Bewegung hineinkommt, die aber nicht mit dem vorherigen Zykel übereinstimmt. Langfristig kann von einer Zykelbewegung keine Rede sein.



Beschäftigungsquote und Lohnquote USA 1949 bis 2015 (Abbildung: Alex1011, CC-BY-SA, Wikimedia Commons, CC BY-SA 3.0)

Zumindest für die letzten siebzig Jahre hat man also keine ewige Wiederkehr.

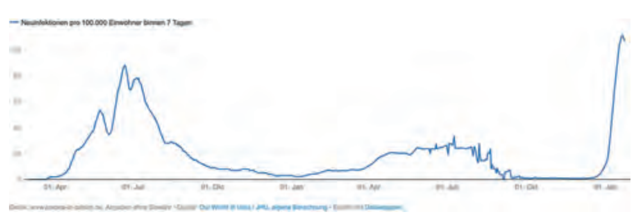
Essen Hasen Luchse?

Tatsächlich ist auch bei den Luchsen und Schneehasen die Übereinstimmung der Daten mit dem Modell der Lotka-Volterra-Gleichungen durchaus umstritten. “Do hares eat lynx?” fragte deshalb Michael Gilpin in einer 1973 veröffentlichten Arbeit.

In der eingangs erwähnten Arbeit *An analytical study of the dynamic behavior of Lotka-Volterra based models of COVID-19* von Mohammed et al. werden nun Virus und Mensch als Räuber- und Beutetier angenommen und es werden aber noch die Mutationen des Virus berücksichtigt. Man hat jetzt fünf positive Parameter a, b, c, d, e und betrachtet das Differentialgleichungssystem

$$x' = ax - bxy + ey, \quad y' = bxy + (c - d - e)y.$$

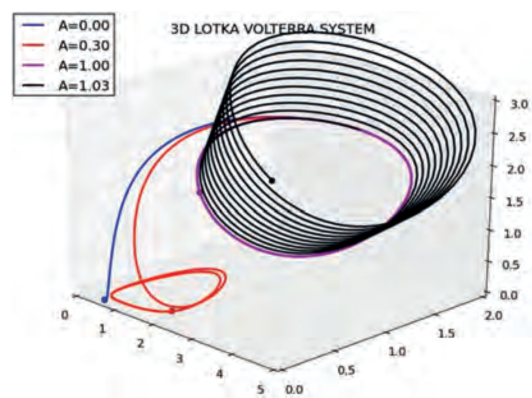
Dieses System hat ein Gleichgewicht in $((e + d - c)/b, a(e + d - c)/b(d - c))$. Lösungen bleiben beschränkt, das Gleichgewicht ist aber nur unter gewissen Voraussetzungen an die Parameter stabil. Im Fall von Saudi-Arabien berechnen die Autoren aus den bekannten Daten die Parameter a, b, c, d, e und zeigen mittels numerischer Berechnungen, dass in diesem Fall eine sehr schnelle Konvergenz gegen das Gleichgewicht erfolgen sollte. Die Arbeit wurde im Juli 2021 veröffentlicht. Die unten abgebildete weitere Entwicklung der Covid-19-Pandemie in Saudi-Arabien sieht für mich aber nicht nach Konvergenz gegen ein Gleichgewicht aus.



COVID-19 7-Tage-Inzidenz für Saudi-Arabien (www.corona-in-zahlen.de, Quelle: Our World in Data/JHU)

Offene Fragen

Man kann auch bei drei sich gegenseitig fressenden Tierarten ein Differentialgleichungssystem vom Lotka-Volterra-Typ aufstellen, dann in 3 Variablen. Für diese Gleichungen sind nicht alle Bahnen periodisch, man hat aber Grenzzyklen (periodische Bahnen, gegen die andere nichtperiodische Bahnen konvergieren). Die Hofbauer-So-Vermutung von 1994 besagte, dass dreidimensionale Lotka-Volterra-Gleichungen höchstens zwei Grenzzykeln haben sollten, was aber widerlegt wurde durch ein Beispiel von Gyllenberg-Yan-Wang in *Appl. Math. Lett.* 2006 mit drei Grenzzykeln und ein Beispiel von Wang-Huang-Hu in *Acta Appl. Math.* 2011 mit sogar vier Grenzzykeln. Es ist wohl offen, ob es dreidimensionale Lotka-Volterra-Gleichungen mit noch mehr Grenzzykeln gibt. Man kann das als Spezialfall einer dreidimensionalen Verallgemeinerung von Hilberts 16. Problem sehen, das ja nach der Anzahl von Grenzzykeln für zweidimensionale Differentialgleichungssysteme mit polynomieller rechter Seite fragt.



Bahnen einer 3-dimensionalen Lotka-Volterra-Gleichung (Quelle: youtu.be/dr_YHExPWTo)

Dr. Thilo Kuessner
Miltenbergstraße 8, 86199 Augsburg
mathlog1@googlemail.com

‚Mathematik ist modern, wenn sie mit der Zeit geht'

Ein Interview mit Martin Grötschel

Michael Joswig

Auf der Passauer DMV-ÖMG-Jahrestagung im September 2021 wurde Martin Grötschel die Cantor-Medaille der DMV verliehen. Schwerpunkt seiner vielfach ausgezeichneten Forschung ist der Einsatz von Methoden der polyedrischen Geometrie in der diskreten Optimierung und ihren Anwendungen. Nach seiner Promotion und Habilitation in Bonn wurde Martin Grötschel 1982 auf eine Professur für Angewandte Mathematik an der Universität Augsburg berufen. Von 1991 bis 2015 war er Professor an der TU Berlin sowie (Vize-)Präsident des Konrad-Zuse-Zentrums für Informationstechnik. Martin Grötschel war von 1993 bis 1994 Vorsitzender der DMV. Er war Mitglied des Exekutivkomitees der Internationalen Mathematiker Union (IMU) und von 2007 bis 2014 IMU-Generalsekretär. Martin Grötschel war von 2011 bis 2015 Vorstandsvorsitzender der Einstein Stiftung und von 2015 bis 2020 Präsident der Berlin-Brandenburgischen Akademie der Wissenschaften.

Dein Vortrag zur Verleihung der Cantor-Medaille[1] hieß „Moderne Mathematik". Was ist moderne Mathematik?

Zunächst einmal gibt es keine allgemein akzeptierte Definition von Mathematik. Für mich ist Mathematik modern, wenn sie mit der Zeit geht. Mit der Zeit zu gehen, heißt, sich permanent zu ändern, so wie sich unsere Welt ändert, wie sich die Wissenschaften insgesamt ändern. Die Anforderungen der Umwelt an uns ändern sich. Ich bin der Meinung, dass sich die Mathematik damit befassen und an den gesellschaftlichen Entwicklungen aktiv teilnehmen muss. Die lange Zeit, nicht nur in Deutschland, wirkende schädliche Aufteilung zwischen reiner und angewandter Mathematik verschwindet zügig und hilft dabei.

Im Vortrag hast du einige herausragende Beispiele für moderne Mathematik genannt. Was zeichnet die aus?

Ich habe unter anderem vier Beispiele aus der innermathematischen Entwicklung gewählt, die das heutige Bild der Mathematik prägen. Mein erstes Beispiel, das Autoren-Kollektiv Bourbaki, hatte sich auf die Fahnen geschrieben, die gesamte Mathematik auf eine feste Basis zu stellen, streng axiomatisch vorzugehen und alles aufeinander aufzubauen. Dabei geht es um die Festigung der Grundlagen und die Stärkung des Gesamtgebäudes der Mathematik. Dies ist ein wichtiger Beitrag zur Weiterentwicklung der Mathematik. Sie ist ein bedeutendes eigenständiges Fach mit einem eigenständigen Anspruch.

Das nächste ist das Langlands-Programm; das finde ich faszinierend, obwohl ich davon nicht sehr viel verstehe. Es geht dabei um Beziehungen zwischen verschiedenen Teilgebieten der Mathematik und den Versuch, Brücken zu bauen, sodass die Mathematik nicht wie ein Konglomerat von unzusammenhängenden Fächern aussieht. Im Langlands-Programm arbeiten extrem viele, sehr gute Mathematiker zusammen, um das Gebäude der Mathematik neu zu fassen und die Übergänge zwischen den Teilgebieten zugänglicher zu machen.

Eine Form von Verdichtung ...

Ja, Verdichtung. Ich fand an Mathematik immer schön, dass man sich nicht so viel merken muss. Man muss ein paar zentrale Resultate wissen und die Fähigkeit haben, etwas daraus abzuleiten.

Drittens betrachte ich das Beispiel der Klassifikation der endlichen einfachen Gruppen. Diese wurde nach vielen Jahren intensiver Forschung erfolgreich abgeschlossen, ist aber so komplex und wurde von so vielen Leuten in so vielen Arbeiten zusammengetragen, dass das in hundert Jahren niemand mehr lesen wird. Deswegen bin ich denjenigen dankbar, die jetzt in diesem Gebiet tätig sind und sich dafür verantwortlich fühlen, das Ergebnis einheitlich aufzuschreiben und auf Dauer zugänglich zu machen.

Aus meiner Sicht sollte es ein zentrales Interesse der Mathematik sein, Gebiete, die in irgendeiner Form abgeschlossen sind, so darzustellen, dass sie für die späteren Generationen fassbar sind. Das halte ich weiterhin für ein dauerhaft modernes Thema.

Und viertens habe ich die Frage des Beweisens mit Computern angesprochen. Dieses Thema ist in der Mathematik teilweise bis heute kontrovers. Wenn man die Frage stellt: „Wie schnell kann ich etwas ausrechnen?", dann zeigt sich häufig, dass dies ganz viel mit Grundlagen der Mathematik zu tun hat. Dort sieht man gegenseitige Befruchtungen von Mathematik und Informatik.

In deinem Vortrag hast Du es riskant genannt, über „moderne Mathematik" zu sprechen. Wieso?

Weil sicherlich nicht alle meiner Meinung sind. Zum Beispiel habe ich gesagt: Für mich ist Mathematik erfunden und nicht entdeckt. Da stimmen nicht alle zu.

DOI 10.1515/dmvm-2022-0014

Foto: Thomas Vogt

Feierstunde zur Überreichung der Cantormedaille, September 2021 in Berlin

Allerdings muss ich selbst zugeben, dass ich in meinem mathematischen Leben manchmal morgens gedacht habe: „Das habe ich erfunden", und dann nachmittags: „Das habe ich entdeckt". Mit meinem Freund Klaus Truemper, mittlerweile emeritierter Kollege an der University of Texas in Dallas, habe ich viel über diese Frage diskutiert. Dabei wurde mir immer klarer, dass Mathematik einfach erfunden ist; es ist ein soziales Konstrukt, und dieses wird mit uns Menschen sterben.

Als Gegenbeispiel wird etwa der Eulersche Polyeder-Satz genannt, der besagt, dass die Anzahl der Ecken plus Anzahl der Flächen minus Anzahl der Kanten eines Polyeders gleich zwei ist; das sei der Natur eingeschrieben. Ich halte das Argument nicht für überzeugend, denn die Konzepte Ecke, Kante und Fläche haben Menschen erfunden, eine Kuh hat dieses Verständnis nicht. Das sind also Vorprägungen, die wir durch unsere Erziehung erhalten haben, und nur deswegen glauben, dass das in der Natur vorhanden sei.

Dein Arbeitsgebiet ist in erster Linie die Optimierung mit ihren mannigfachen Anwendungen. Wie hast du selbst deine eigenen Forschungsthemen ausgewählt?

Ich hatte das Glück, dass ich in der Studienstiftung des deutschen Volkes war und an einer Sommerschule über Optimierung und Operations Research teilnehmen konnte. Das fand ich extrem spannend, weil ich als Nebenfach Wirtschaftswissenschaften studiert hatte, aber mit dem Fach nicht zufrieden war. Das war alles nicht so richtig mathematisch sauber, und da hätte mehr Mathematik hinein gehört. Einer der Leiter der Sommerschule war Bernhard Korte. Er hatte gerade in Bonn einen Lehrstuhl für Operations Research bekommen und suchte Mitarbeiter. Da dieses Fach aber erst kurz existierte, gab es noch keinen Nachwuchs. Das war meine Chance. Dann hatte ich noch das Glück, dass Manfred Padberg als Gastprofessor an einen neuen Sonderforschungsbereich zu Ökonometrie und Operations Research nach Bonn kam und ich dort mitwirken konnte. Padberg hat mich auf die polyedrische Kombinatorik gestoßen. Er hat mir eine Aufgabe fürs Wochenende gegeben, und die habe ich dann gelöst. Das war der Beginn unserer Zusammenarbeit. So etwas passiert durch Zufall, und dadurch habe ich angefangen, mich mit Schnittebenenverfahren etc. zu beschäftigen.

Begonnen habe ich mit dem Travelling-Salesman-Problem (TSP). Die Anzahl der möglichen Lösungen ist riesig groß, zu groß um sie in praktisch relevanten Fällen zu enummerieren. Man braucht also andere Verfahren, und die Idee war, das TSP in die lineare Programmierung zu transformieren. Man fängt mit einem Graphen an, macht aus Touren Inzidenzvektoren, bildet aus diesen die konvexe Hülle und bekommt ein Polytop. Und dann stellt sich heraus, dass dieses Polytop mit sehr viel mehr Ungleichungen beschrieben werden muss, als es Ecken besitzt. Da denkt man, das ist doch völlig nutzlos. Doch unsere Experimente zeigten, dass man mit linearer Optimierung wesentlich schneller zu besseren Lösungen kam als durch kombinatorisches Abzählen. Zuerst habe ich überhaupt nicht verstanden, warum das funktioniert. Als sich dieses Vorgehen als erfolgreiche Methode etablierte, begann ich das in die Anwendungen zu tragen, wie zum Beispiel im öffentlichen Nahverkehr und der Telekommunikation. So sind dann all diese Schnittebenenverfahren entstanden, die auch immer wieder zu neuen interessanten mathematischen Fragestellungen führen. Gerade hier hat sich als Vorteil erwiesen, dass es die Aufspaltung zwischen reiner und angewandter Mathematik kaum mehr gibt, dass der Übergang zwischen Informatik und Mathematik fließend geworden ist und sich die Fächer gegenseitig befruchten.

Du hast konkrete Projekte aus deiner Zeit in der Leitung des Konrad-Zuse-Zentrums für Informationstechnik Berlin (ZIB) angesprochen. Was war denn dein schwierigstes Anwendungsprojekt?

Immer noch am schwierigsten ist die Gas-Pipeline-Optimierung. Eine zweite enorme Herausforderung war die Umlaufplanung bei der Bahn. Wir hatten zuvor in Berlin die Busumlaufplanung berechnet und konnten die tatsächlich nahezu optimal lösen. Das führte zu Optimierungsproblemen mit 70 bis 100 Millionen Variablen. Dann wollten wir das auch bei der Bahn machen. Allerdings war die Bahn ein abgeschotteter, von Ingenieuren betriebener Bereich. Die haben „händisch" gearbeitet und wollten von mathematischer Optimierung nichts wissen.

Die Bahn hat aber immer mehr Mathematiker eingestellt, auch einige meiner Studenten. Sie sind in der Hierarchie aufgestiegen und so kam schließlich durch geduldiges Nachfassen eine Zusammenarbeit zustande.

Die Umlaufplanung von ICE-Zügen ist unglaublich schwierig, weil die technischen Nebenbedingungen sehr komplex sind und nicht ein einziger Zug, sondern das Gesamtsystem optimiert werden muss. Es gibt ICE-Züge, deren Umlauf sich erst nach sechs Wochen wiederholt. Die fahren also in Berlin los, kreuz und quer durch die Republik, und kommen erst nach sechs Wochen zurück. Man muss also die Umläufe über rund zwei Monate planen, gleichzeitig muss man aber bei heiklen Stellen wie der Hildesheimer Kurve oder dem Bahnhof Mannheim im Sekundentakt planen. Die erforderliche Zeitdiskretisierung sprengt schnell alle Größenordnungen und führt zu extrem schwierigen Problemen.

Das alles wird aber noch getoppt von den Gas-Pipelines. Die Frage „Wie transportiere ich Gas am günstigsten durch Pipelines unter Einhaltung vieler Nebenbedingungen?“ beschäftigt uns schon seit 20 Jahren. Zunächst einmal ist der Bedarf stochastisch: Ob Gashähne geöffnet werden oder nicht, hängt z. B. vom Wetter ab, das regional unterschiedlich ist. Auch ist die Zulieferung stochastisch; die Fernpipelines liefern nicht immer die erwarteten Mengen zur richtigen Zeit, oder die Gasschiffe kommen nicht rechtzeitig an, um Gas ins Netz zu pumpen. Trotzdem muss aber zu jeder beliebigen Zeit ausreichend Druck in den Rohren sein, damit die Abnehmer, gemäß ihrer Verträge, genug Gas aus dem Rohr herausziehen können. Zu diesem bereits komplexen stochastischen Verhalten kommt dann noch die Physik des Gasflusses. Da gibt es natürlich Formeln für den Fluss von Gas durch ein gerades, glattes Rohr. Aber jeder Betrieb hat eine andere Faustformel, mit der er das berechnet. Und am Ende gibt es noch die Kompressoren, das sind ganze Fabriken, die man modellieren muss. Das alles muss verknüpft werden mit vertraglichen Verpflichtungen, gewisse Abnehmer, die mehr Geld zahlen, bevorzugt zu bedienen.

Hochkomplexe Sachverhalte wie diese führen nur selten zu mathematisch eleganten Resultaten. Die Arbeitsergebnisse sind komplizierte Modelle und aufwändige Algorithmen, mit denen die vorliegenden Probleme hoffentlich angemessen gelöst werden können. Wenn sich das dann in der Praxis bewährt, sind das Triumphe der Mathematik.

Du hast gerade gesagt, bei solchen schwierigen Projekten kommen eventuell trotz langer harter Arbeit keine Sätze am Ende heraus. Was bedeutet denn das für die Karriere von Doktoranden und Postdocs, die auf DFG- oder Industrie-finanzierten Projektstellen an so etwas arbeiten?

Das ist ein schwieriges Thema, und das habe ich mit meinen Doktoranden jeweils individuell besprochen. Es geht schließlich um deren Karrieren und Interessen. Was wollt ihr werden? Ist euer zentrales Anliegen, später akademisch tätig zu werden? Wollt ihr in die Industrie gehen oder euch selbstständig machen? Für eine mathematisch-akademische Karriere sind ganz klar Publikationen am wichtigsten. Die Entwicklung von Software wird bei der Suche nach einer akademischen Stelle in der Regel nicht so positiv bewertet. Das halte ich für falsch. In einigen Ingenieurbereichen ist das anders.

Ich habe z. B. in einem Graduiertenkolleg, in dem viel modelliert und Software entwickelt wurde, zusammen mit Telekommunikationsingenieuren gearbeitet. Viele Studierende haben nach dem Abschluss gute akademische Stellen bekommen. Die Chancen in der Industrie steigen deutlich. Es gibt heute kaum eine der führenden Software-Firmen im Bereich Optimierung, in denen nicht Studenten von mir arbeiten. Viele Top-Entwickler der führenden Firmen kommen aus der Berliner Schule und verdienen gutes Geld. Andere Mitarbeiter haben eigene Firmen gegründet und sind damit erfolgreich geworden. Zum Glück haben die Menschen unterschiedliche Vorstellungen über das, was sie im Leben tun wollen. Für mich gehört Mitarbeiter-Karriereplanung auch zur Mathematikausbildung. Den Wunsch, Mathematik mit der realen Welt zu verknüpfen und praktisch nutzbar zu machen, sollten wir in jeder Hinsicht unterstützen.

Was bedeutet denn dann moderne Mathematik für den Nachwuchs?

Ich empfehle immer, sich nicht auf ein einziges Fachgebiet in der Mathematik zu fixieren, die Ausbildung breit zu gestalten und außermathematische Standbeine aufzubauen. Die Karrierechancen erhöhen sich, wenn man schon mal hineingerochen hat in Gasnetzwerke, Logistik, Verkehrsplanung, Telekommunikation, Produktionsautomatisierung oder solche Dinge. Wichtig ist, dass man die Sprache der Anwender lernt.

Mir ist im Laufe meiner vielen Projekte klar geworden, dass wir den Anwendern nicht zumuten können, die Mathematik zu erlernen, oder auch nur die mathematische Sprache. Stattdessen müssen wir deren Sprache lernen, auch wenn das mühsam ist. Über lange Jahre habe ich z. B. mit verschiedenen Abteilungen von Siemens zusammengearbeitet und manchmal vermittelt, weil die sich untereinander nicht verstanden haben, da sie verschiedene Bezeichnungen für (aus mathematischer Sicht) identische Sachverhalte hatten. Mathematik konnte so zur Übersetzungshilfe und Lösungskompetenz beitragen. Die Bedeutung der Mathematik wurde den Mitarbeitern bewusster.

Deswegen finde ich, dass zur modernen Mathematikausbildung dazugehört, dass man den Studierenden rechtzeitig beibringt, dass es mit Mathematikkenntnissen alleine nicht getan ist. Solches Wissen schadet auch denen nicht, die akademisch tätig sind.

Wenn es wichtig ist, bereits im Studium Bezug zur Anwendung zu haben, was heißt denn das für die immer feinere Ausdifferenzierung unserer Studiengänge?

Ich habe ja zur Ausdifferenzierung selbst durch die Einführung der Wirtschaftsmathematik an der Universität Augsburg beigetragen. Inzwischen finde ich, dass wir es zum Teil schon zu weit getrieben haben. Vor einiger Zeit habe ich versucht, zusammenzuzählen, wie viele

Foto: Thomas Vogt

Dankesrede auf der Terrasse der BBAW in Berlin

Spezialmathematikausbildungen es gibt. Es waren ungefähr 40, die alle unterschiedliche Namen hatten, die zum Teil nicht einmal mehr das Wort Mathematik enthielten. Das halte ich für falsch. Ich bin der Meinung, dass wir immer noch am Wort Mathematik festhalten sollten. Denn es muss klar sein: Zentral ist die Mathematik, und das müssen wir auch so vermarkten. Mathematik wird zwar von vielen gefürchtet, aber gleichzeitig werden wir auch in einer gewissen Weise bewundert. Technomathematik, Wirtschaftsmathematik und möglicherweise noch zwei oder drei weitere, aber dann reicht das auch.

Um in den Anwendungen zu arbeiten, bedarf es der Spezialisierung. Stochastik, diskrete Mathematik und partielle Differentialgleichungen, das kann man nicht alles gleichzeitig perfekt beherrschen. Man muss Grundkenntnisse haben, und die Spezialisierungen müssen auf einem Grundkonsens innerhalb der Mathematik aufbauen. Wir brauchen einen Grundkanon, den alle gelernt haben; das ist nicht diskutierbar für mich. Anwendungsfächer halte ich für sinnvoll, allein schon, weil die Studierenden unterschiedliche Präferenzen haben, und darin sollten wir sie unterstützen, auch zum Beispiel durch die Vermittlung von Industriepraktika.

Ich würde nochmal ein ganz anderes Thema anschneiden. Viele Jahre warst du an führender Position tätig in der International Mathematical Union (IMU), darunter lange als Generalsekretär. Was ist denn eigentlich die Rolle der IMU für die moderne Mathematik?

Die IMU hat den Anspruch, internationale Kooperation und Aktivitäten zu fördern, die die Entwicklung der Mathematik voranbringen. Ein Werkzeug dafür ist der mathematische Weltkongress (ICM), dessen Wert nicht unterschätzt werden darf. Auf ICMs präsentieren Spitzenmathematiker und -mathematikerinnen tolle Mathematik. Es passiert auf ICMs aber viel mehr. Seitdem wir das in Berlin 1998 begonnen haben, werden gezielt viele Mathematikerinnen und Mathematiker aus ökonomisch benachteiligten Ländern eingeladen. Das Ziel ist, sie nicht nur mit moderner und aktueller Mathematik in Verbindung zu bringen, sondern aktiv regionale, internationale und fachliche Vernetzungen anzuregen und zu ermöglichen, die sich nur auf einem so großen Kongress ergeben. Jedes Gastgeberland hat dabei eigene, wohlbegründete Prioritäten gesetzt. Ich kann nur bestätigen, dass durch die ICMs jeweils erfolgreiche Anstöße geliefert wurden.

Die IMU hatte aber z. B. auch ein Committee for Electronic Information and Communication, das extrem einflussreich war. Wenn wir die Berlin Declaration oder Budapest Declaration zu Open Access in der Wissenschaft lesen, dann ist das stark inspiriert von dem, was in diesem Komitee gemacht wurde.

Du warst auch Vorsitzender der Einstein-Stiftung Berlin und danach Präsident der Berlin-Brandenburgischen Akademie der Wissenschaften. All dies hat dich nah an die politische Sphäre herangebracht. Mir kam es im vergangenen Bundestagswahlkampf vor, als ob Wissenschaftspolitik dabei keine große Rolle gespielt hat. Wenn du das auch so siehst: Woran liegt das eigentlich?

Das liegt vielleicht auch daran, dass zu wenige Mathematiker und Naturwissenschaftler sich damit beschäftigen. Politik wird hauptsächlich von Juristen und Politikwissenschaftlern dominiert. Es war ein Segen für Deutschland, dass wir eine Bundeskanzlerin hatten, die etwas von Wissenschaft verstand, und dass wir auch immer wieder Bildungsminister hatten, wie Johanna Wanka, die auch Verständnis für unsere Themen hatten. Ich habe durchaus

Sympathien für die Grünen, die viel von Ressourcenschonen reden. Dort hat man aber offenbar nicht erkannt, dass Ressourcenschonen nichts anderes ist als Optimierung des Einsatzes von Ressourcen, und das geht nicht ohne Mathematik. Wenn ich das grünen Politikern erzählt habe, haben sie mich mit großen Augen angeguckt und nicht verstanden, wovon ich geredet habe. Das hat mich immer sehr erschüttert. Zwar ist der gute Wille da, aber Gutmensch zu sein, reicht nicht. Es gehört eben dazu, dass man die komplexen Zusammenhänge versteht und bei der Problemlösung berücksichtigt. Bald beginnt in der neuen Koalition der Kampf um die Finanzierbarkeit von Maßnahmen. Bei begrenztem Budget können wir nicht alles implementieren. Offenbar liegt ein kompliziertes Optimierungsproblem mit vielen Nebenbedingungen vor. Wie kann Mathematik da helfen? Ich habe gelegentlich Ratschläge gegeben oder Wünsche geäußert. Ab und zu hat sich daraus etwas ergeben.

Es bedrückt mich durchaus, dass Wissenschaftspolitik häufig eine geringe Rolle spielt, und dass die Besetzung des Ministeramts immer einer der letzten Akte ist. Allerdings hatten wir in den letzten 20 Jahren auch sehr viel Glück. Johanna Wanka, Annette Schavan und Elisabeth Bulmahn haben insgesamt einen guten Job gemacht, das muss man lobend erwähnen. Hoffen wir, dass die neue Wissenschaftsministerin ihre Vorgängerin deutlich übertrifft.

Was sind aus deiner Sicht wichtige Themen, die die Mathematik angehen müsste?

Für mich ist wichtig, dass wir die Mathematik in die Dritte Welt bringen. Die Gründe dafür brauche ich hier nicht zu erläutern. Die IMU kümmert sich mit ihren bescheidenen Mitteln darum. Das BMBF finanziert z. B. ein Förderprogramm für mathematische Lehrstühle in Afrika; das hat Frau Wanka damals in die Wege geleitet. Ich habe bei der Umsetzung in einer Berufungskommission geholfen. Es muss jedoch erheblich mehr geschehen. Außerdem ist mir wichtig, dass wir innerhalb der Mathematik für ein kooperatives Klima sorgen. Früher gab es Geometrien, die sich gegenseitig bekriegt haben. Die hatten noch nicht verstanden, dass es sinnvoll ist, Fürstentümer aufzugeben, um gemeinsam ein Königreich aufzubauen.

In der Berliner Mathematik haben wir uns erfreulicherweise zusammengetan, zeitweise auch gegen die eigenen Universitäten. Bei der Gründung des DFG-Forschungszentrums Matheon haben wir drei Unis und zwei Forschungsinstitute zusammengebracht, weil wir das inhaltlich für richtig hielten. Das hat seinerzeit zu einer Verzögerung der Zusage geführt, weil das umstritten war. Ernst-Ludwig Winnacker, der damalige Präsident der DFG, hat mir später gesagt: „Wir haben das Experiment gewagt, und es war ein großer Erfolg.“

Die Mathematik muss sich mehr darum kümmern, dass ihre Bedeutung öffentlich sichtbarer wird. Ich finde es auch wichtig, in die Schulen zu gehen und Vorträge über moderne Mathematik zu halten. Das mache ich seit vielen Jahren mit großer Freude. Wir müssen Begeisterung für Forschung wecken. Denn: Unsere Welt kann ohne weitergehende Forschung nicht überleben. Und dazu brauchen wir die besten Leute und das in allen Fächern, vor allem auch in der Mathematik. Das ist eine Botschaft, die ich immer zu vermitteln suche.

Anmerkung

1. youtu.be/8RQVmn8Iqjo

Prof. Dr. Michael Joswig
Institut für Mathematik, Technischen Universität Berlin, MA 6-2,
Straße des 17. Juni 136, 10623 Berlin
joswig@math.tu-berlin.de

Michael Joswig ist Einstein-Professor für Diskrete Mathematik/Geometrie an der TU Berlin und Max-Planck-Fellow am Max-Planck-Institut für Mathematik in den Naturwissenschaften in Leipzig.

Forschungsnahe Lehre unter Pandemiebedingungen

Stephan Simonis und Mathias J. Krause

Am Karlsruher Institut für Technologie (KIT) findet seit 2010 jedes Sommersemester das Projektorientierte Softwarepraktikum statt. Wir bieten es gemeinschaftlich vom Institut für Angewandte und Numerische Mathematik (IANM) und dem Institut für Mechanische Verfahrenstechnik und Mechanik (MVM) an. Seit dem Frühjahr 2020 werden praktische Lehrveranstaltungen durch die Einschränkungen zur Bekämpfung der Corona-Pandemie extrem beeinträchtigt. Unser Artikel beschreibt, wie wir es unter Pandemiebedingungen trotzdem geschafft haben, Studierende mehrerer Studiengänge zu begeistern, sodass wir schließlich sogar vom KIT Präsidium ausgerechnet für ein Praktikum ausgezeichnet wurden.

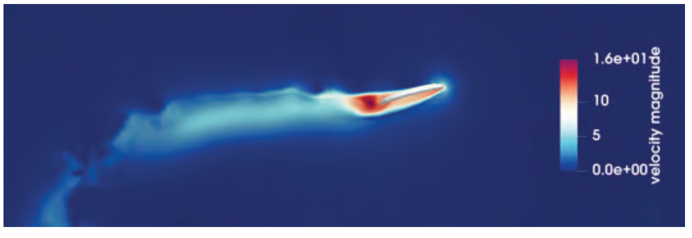
Konzept der Lehrveranstaltung

Das Praktikum wurde 2010 als forschungsnaher Lernort konzipiert. Studierende unterschiedlicher Masterstudiengänge aus Mathematik und Ingenieurwissenschaften arbeiten dort ein Semester lang an konkreten Strömungssimulationen. Es wird regelmäßig im Sommersemester angeboten. Seit 2014 liegt als Programmiersprache C++ zugrunde. Die Basis der Computersimulationen ist die Open-Source-Software OpenLB (siehe [1] und www.openlb.net), welche kontenuierlich unter anderem in der Lattice Boltzmann Research Group (LBRG) am KIT weiter entwickelt wird. Außerdem wurde das Praktikum von 2012 bis 2020 vom Land Baden-Württemberg gefördert als eine Möglichkeit für Studierende, sich schon im Studium an Forschung zu beteiligen.

Konkret läuft das Semester folgendermaßen ab: Die Studierenden erhalten eine theoretische Einführung in Strömungsmodelle und den Simulationsansatz der Lattice-Boltzmann-Methode (beispielsweise [2, 3]) und finden sich für erste Übungen in Zweiergruppen zusammen. Anschließend wählen sie aus einem Projektkatalog eine Frage aus oder stellen selbst eine ähnliche, die sie in Kleingruppen aus zwei bis drei Personen bis zum Ende des Semesters mit Hilfe von Computersimulationen beantworten. Diese Fragen sind Teilaspekte von Forschungsthemen der LBRG, zum Beispiel aus Promotionsprojekten oder Drittmittelforschung. Während der Projektphase werden die Studierenden von Promovierenden der Forschungsgruppe intensiv betreut. Am Ende des Semesters werden die Ergebnisse in Vorträgen vorgestellt und diskutiert. Hier sind alle Teilnehmenden und die gesamte Forschungsgruppe beteiligt. Manche Gruppen wählen die Möglichkeit, ihr Projekt in einer Podcastfolge darzustellen. In einer final benoteten Ausarbeitung werden außerdem die Modellbildung, die numerische Umsetzung der Simulation sowie deren konkrete Ergebnisse ausführlich dargelegt und in den aktuellen Forschungsstand eingeordnet. Die Veranstaltung wird mit 4 ECTS angerechnet.

Forschungsnahe Interdisziplinarität

Die Wissensvermittlung im Praktikum basiert auf der Verbindung von forschungsnahen Inhalten und Interdisziplinarität. Die gestellten Probleme entstammen einer breiten Palette an aktuellen Forschungsthemen im Ingenieurwesen und den Naturwissenschaften. Die Lösung dieser Fragestellungen erfordert einen ganzheitlichen Ansatz basierend auf einer Kombination von Werkzeugen unterschiedlicher Wissenschaftsdisziplinen. Konkret bedarf es der Verkettung von mathematisch-technischen Fähigkeiten, zum Beispiel das Grundverständnis eines Anwendungsproblems, das Isolieren des physikalischen Ablaufs, die Formulierung des mathematischen Modells, die Anpassung der numerischen Methode zur approximativen Lösung, die Programmierung auf Hochleistungsrechnern, und die Visualisierung sowie Interpretation



Rotierendes Frisbee im Freiflug (von Studierenden vorgeschlagenes Projektthema)
(Abbildung: Tim Niklas Bingert, Jennifer Frick, Christoph Gaul, 2021)

DOI 10.1515/dmvm-2022-0015

Drei-dimensionaler Tropfenabriss in Mehrphasenströmung (Abbildung: Anna Rieck, Tobias Schmidt, Lea Willmann, 2020)

der Ergebnisse. Wir vermitteln somit nicht nur einzelne Fähigkeiten, sondern auch die Verbindung aller Arbeitsschritte. Dass dies im Studium erlernt werden kann, lässt sich durch Heranführen an moderne Forschungsthemen und -techniken sicherstellen, zumal das die Studierenden auch ganz besonders motiviert. Die interdisziplinäre Perspektive ist hierbei der Schlüssel zum Erfolg, denn damit wird sichergestellt, dass Studierende durch einen Perspektivwechsel die Notwendigkeiten und Bedarfe der jeweils anderen Seite verstehen und schließlich beide Aspekte in einen somit methoden- und anwendungsorientierten Lösungsansatz einfließen.

Im Hinblick auf die aktuelle Entwicklung in Technologie, Forschung und Industrie hin zu einer digitalen, virtuellen und vernetzten Welt, ist ein ganzheitlicher Ansatz ebenfalls von immenser Bedeutung. Diese Leitlinien haben sich vielleicht gerade deshalb auch unter Pandemiebedingungen bewährt.

Online-Lehre

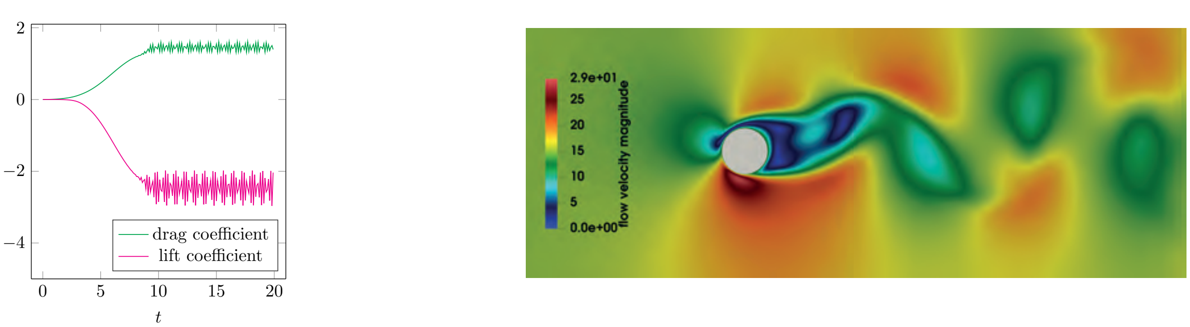
Ende März 2020 mussten wir uns in sehr kurzer Zeit überlegen, wie wir es schaffen, diesen besonderen Lernort auch unter Pandemiebedingungen zu ermöglichen. Gerade für Praktika wäre die einfache Antwort gewesen: Das ist als Fernlehre unmöglich. Damit wollten wir uns aber nicht einfach abfinden. Zusammen mit den Studierenden haben wir deshalb das Experiment gewagt, das Praktikum 2020 (und dann auch 2021) vollständig in online-Formate zu übersetzen. Konkret haben wir das folgendermaßen umgesetzt:

Sowohl die theoretischen Vorlesungen zur Einführung ins Thema als auch die Übungen wurden als Videokonferenz gehalten, aufgezeichnet und dauerhaft zur Verfügung gestellt. Auch die Projektphase, in der jede Gruppe von Promovierenden betreut wird, wurde online durchgeführt. Um die fehlende persönliche Nähe während des gesamten Praktikums zu kompensieren, hatten die Studierenden die Möglichkeit interaktiv Inhalte zu diskutieren, Meetings selbst zu eröffnen und zu gestalten. Weiter wurde sichergestellt, dass die Teilnehmer*innen alle Programmierwerkzeuge gebündelt in einer virtuellen Maschine abrufen können. Die Bearbeitung der Projekte wurde mithilfe von Versionsverwaltungssoftware gestützt, sodass insgesamt eine nachverfolgbare und interaktive Programmierumgebung geschaffen wurde. Um den Studierenden den Zugang zu Rechenresourcen zu ermöglichen und deren effiziente Nutzung zu vermitteln, wurde ein Projekt auf dem Hochleistungsrechner bwUniCluster 2.0 am Steinbuch Centre for Computing (SCC) initiiert.

Dadurch war eine flexible Zusammenarbeit im zeitlich konstanten Rahmen eines Semesters sichergestellt, was den realen Mehrwert von Praktika zumindest teilweise rekonstruierte.

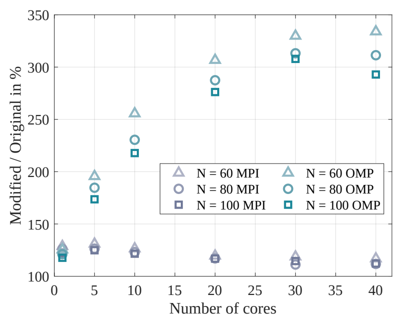
Resultate

Die Themen im Praktikum vereinen mathematische Modellierung, numerische Methoden, Hochleistungsrechnen und komplexe Strömungen. Unsere beispielhaften Resultate hier repräsentieren nur einen kleinen Teil der umfangreichen Leistungen der Studierenden. Weitere Informationen, Projektergebnisse, Lehrveranstaltungen, Forschungsinhalte und Podcasts finden sich unter www.lbrg.kit.edu und im Podcast www.modellansatz.de.

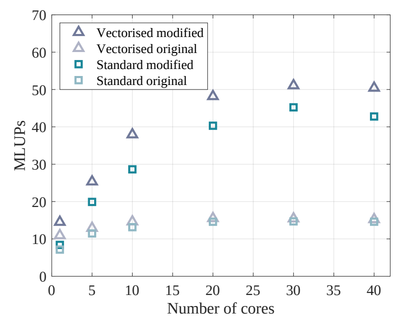


Strömung um einen Flettner-Rotor (rotierender Zylinder) (Abbildung: Momme Rickmers, Jérome Kühn, 2020)

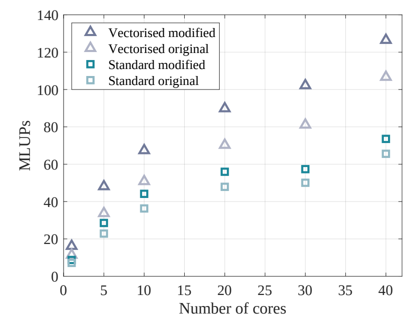
(a) Rechengeometrie (Aorta)



(b) Verhältnis von MLUPs



(c) MLUPs mit OpenMP



(d) MLUPs mit MPI

Performance-Studie mit OpenLB auf dem Parallelrechnersystem bwUniCluster 2.0 (Abbildung: Nico Korell, Stefan Höll, 2021)

Feedback der Studierenden

Das qualitative Feedback der durchschnittlich 30 Studierenden pro Semester war durchweg positiv. Auch quantitativ wurde dem Praktikum (nach offizieller Evaluation der Lehrveranstaltungen am KIT) ein Lehrqualitätsindex (LQI) von 100 zugesprochen, was der Bestnote entspricht. Im Hinblick auf die erschwerte Durchführung sowie die gegebene Interdisziplinarität aus Mathematik und Ingenieurwesen, ist das äußerst zufriedenstellend. Im Mittel wurde das Praktikum „sehr gern" besucht unter der Prämisse, dass die Veranstaltung zur einen Hälfte als Wahlpflichtmodul und zur anderen aus persönlichem Interesse gewählt wurde. Die „kompetente Verwendung" von digitalen Medien wurde von den Studierenden mit über 80 % bestätigt. Dass die Veranstaltungsbenotung mit einer Ausarbeitung statt einer finalen Klausur auskommt, wurde von den Studierenden ebenfalls als sehr positiv beurteilt, vor allem im Hinblick auf die sichergestellte Betreuung von maximal drei Studierenden durch eine promovierende Person.

Im Pandemiejahr 2020 wurde dem Praktikum vom KIT Präsidium der Fakultätspreis für exzellente Lehre an der Fakultät für Mathematik zugesprochen. Von den Studierenden in einem Jahr voller Hindernisse für diese Auszeichnungen nominiert zu werden, stellt für uns eine besonders wertvolle Bestätigung dar und ist ein Höhepunkt in der Tradition des Softwarepraktikums.

Literatur

[1] M. J. Krause, A. Kummerländer, S. J. Avis, H. Kusumaatmaja, D. Dapelo, F. Klemens, M. Gaedtke, N. Hafen, A. Mink, R. Trunk, J. E. Marquardt, M.-L. Maier, M. Haussmann, and S. Simonis. OpenLB – Open source lattice Boltzmann code. *Computers & Mathematics with Applications*, 81:258–288, 2021.

[2] S. Simonis, M. Haussmann, L. Kronberg, W. Dörfler, and M. J. Krause. Linear and brute force stability of orthogonal moment multiple-relaxation-time lattice Boltzmann methods applied to homogeneous isotropic turbulence. *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, 379(2208):20200405, 2021.

[3] R. Trunk, T. Weckerle, N. Hafen, G. Thäter, H. Nirschl, and M. J. Krause. Revisiting the homogenized lattice Boltzmann method with applications on particulate flows. *Computation*, 9(2), 2021.

Stephan Simonis und Dr. Mathias J. Krause
LBRG und IANM, KIT, Englerstrasse 2, 76131 Karlsruhe
stephan.simonis@kit.edu
mathias.krause@kit.edu

Stephan Simonis promoviert am IANM und ist Mitglied in der LBRG. In den Sommersemestern 2020 und 2021 war er maßgeblich verantwortlich für die Organisation und Durchführung des Praktikums und damit auch für die Umsetzung der Lehrveranstaltung in Fernlehre.

Dr. Mathias J. Krause gehört auch dem MVM an. Er studierte Wirtschaftsmathematik an der Universität Karlsruhe (TH). Im Jahr 2010 promovierte er mit einer Arbeit über Strömungsoptimierung. 2013 gründete er die interdisziplinäre LBRG am KIT. Er ist Initiator und Hauptautor der Open-Source-Bibliothek OpenLB, einem C++-Code für die Simulation von 2D- und 3D-Strömungen mittels Lattice Boltzmann-Methoden.

Mathematische Modellierungswochen – auch online!

Sarah Schönbrodt und Stephanie Hofmann

In diesem Beitrag wird ein erprobtes ganzheitliches Konzept für die Online-Durchführung mathematischer Modellierungswochen vorgestellt. Dieses wurde im Rahmen des Computational and Mathematical Modeling Program (CAMMP)[1] entwickelt und bereits mehrfach erprobt. Es ermöglicht Schüler*innen ab Klasse 9 auch in Zeiten des Distanzlernens einen authentischen Einblick in Strategien der angewandten Mathematik. In kleinen virtuellen Teams arbeiten Schüler*innen an aktuellen, offenen Problemstellungen aus Wirtschaft und Forschung.

Mathematische Modellierungswochen für Schüler*innen haben mittlerweile eine lange Tradition. Inspiriert von der Mathematics in Industry Study Group aus Großbritannien werden sie schon seit 1993 in Kaiserslautern[2] angeboten, wo sie von Helmut Neunzert ins Leben gerufen wurden. Im Rahmen des Projekts CAMMP werden Modellierungswochen unter dem Namen CAMMP week[3] seit 2011 in Aachen und seit 2018 in Karlsruhe durchgeführt. Die CAMMP week findet halbjährlich und üblicherweise in Präsenz statt.[4] Im Folgenden werden zunächst wesentliche Elemente einer in Präsenz durchgeführten CAMMP week vorgestellt. Anschließend werden Herausforderungen für die Online-Durchführung benannt und Möglichkeiten, diese mit einem durchdachten Einsatz digitaler Werkzeuge zu meistern.[5] Abschließend teilen wir unsere Erfahrungen aus bisher durchgeführten Online-Modellierungswochen.

Während einer Modellierungswoche arbeiten mathematisch interessierte Schüler*innen ab Klasse 9 in kleinen Gruppen (5–6 Lernende) an realen Problemen. Die Probleme stammen aus der aktuellen Forschung von Firmen oder universitären Instituten und decken unterschiedlichste Bereiche ab: von Problemstellungen aus Luft- und Raumfahrt oder aus dem Gesundheitswesen bis hin zu Fragestellungen aus der medizinischen Bildgebung oder aus der Forschung rund um erneuerbare Energien. Drei exemplarische Problemstellungen, an denen Lerngruppen während mathematischer Modellierungswochen gearbeitet haben, sind:

- Wo sollten Apotheken in der Städteregion Aachen gebaut werden, damit die Versorgung der Bevölkerung jederzeit gesichert ist? (Problemstellung vom Lehrstuhl II für Mathematik, RWTH Aachen)
- Wie sollten Windturbinen in einem Offshore-Windpark positioniert werden, damit sie sich nicht gegenseitig abschatten, aber gleichzeitig die verfügbare Fläche optimal ausgenutzt wird? (Problemstellung der Firma Vattenfall)
- Wie kann aus den Sensordaten einer Sportuhr die Frequenz einer Bewegung, z. B. beim Laufen oder beim Ausführen von Kniebeugen, geschätzt werden? (Problemstellung der Firma Wahoo)

Es handelt sich dabei um offene, meist ungelöste Probleme. Es gibt folglich keinen Lösungsweg, der übernommen werden könnte. Die Lernenden erhalten lediglich die Aufgabenstellung und gegebenenfalls einen im Vorhinein aufbereiteten Datensatz. Ziel ist es, die Lerngruppen möglichst unangeleitet und selbstbestimmt an den Problemen arbeiten zu lassen. Die Lernenden bringen ihre eigene Ideen in den Modellierungsprozess ein und setzten diese computergestützt um. Während der Modellierungswoche wird jede Lerngruppe von einer/einem wissenschaftlichen Mitarbeitenden betreut. Diese/Dieser begleitet den Modellierungsprozess und unterstützt die Gruppe nach dem ‚Prinzip der minimale Hilfe' im Sinne Aeblis (2006).[6] Die betreuende Person sollte somit so viel Unterstützung wie nötig und so wenig wie möglich anbieten. Da Programmierkenntnisse für die Teilnahme an der Modellierungswoche nicht vorausgesetzt werden, sind das vor allem Hinweise zur Entwicklung von Programmcode. In den Präsenzdurchführungen wird zum Programmieren die Software Matlab eingesetzt. Grundsätzlich wäre auch der Einsatz einer anderen Programmiersprache mit ähnlich simpler Syntax (z. B. Python oder Julia) denkbar.

Der typische Ablauf einer Modellierungswoche ist in Abbildung 1 dargestellt. Die Woche beginnt mit einer Kennenlernphase. Anschließend folgt eine Einstiegspräsentation, in der die Problemstellung und die zur Verfügung stehenden Daten von den Betreuenden vorgestellt werden. In den folgenden vier Tagen arbeiten die Lernenden in ihrer Gruppe an der Problemstellung. In den Arbeitsphasen hat jede Gruppe einen eigenen Gruppenraum. Zudem stehen jeder Gruppe ein Flipchart zum Notieren von Überlegungen und zur Strukturierung des Arbeitsprozesses sowie mehrere Laptops zur Verfügung. Erfahrungsgemäß sitzen mehrere Lernende an einem Laptop und entwickeln gemeinsam ein Programm. In dieser Phase teilt sich die Lerngruppe wiederholt in Untergruppen auf, um an kleineren Teilproblemen zu arbeiten. Immer wieder sammelt sich die gesamte Lerngruppe, um Zwischenergebnisse zu diskutieren und nächste Arbeitsschritte zu planen. Am Ende der Modellierungswoche gibt jede Lerngruppe einen Bericht ab, der ihren Modellierungsprozess dokumentiert. Zudem stellt sie ihre Ergebnisse in einer Abschlusspräsentation vor interessiertem Publikum (Teil-

DOI 10.1515/dmvm-2022-0016

Programm

Sonntag

bis 17:30	Ankunft an der Jugendherberge
17:45	Willkommen & Kennenlernspiel
18:30 - 19:30	Abendessen
19:30	Vortrag zur mathematischen Modellierung

Montag

08:00 - 09:00	Frühstück
09:00 - 10:00	Vorstellung der Problemstellungen
10:30 - 12:30	Gruppenarbeit
12:30 - 14:00	Mittagessen
14:00 - 18:00	Gruppenarbeit
18:30 - 19:30	Abendessen
19:30 Uhr	MATLAB - Crash-Kurs (optional)

Dienstag

08:00 - 09:00	Frühstück
09:00 - 12:30	Gruppenarbeit
12:30 - 14:00	Mittagessen
14:00 - 18:00	Gruppenarbeit
18:30 - 19:30	Abendessen
19:30 Uhr	Betreuer:innentreffen

Mittwoch

08:00 - 09:00	Frühstück
09:00 - 12:30	Gruppenarbeit
12:30 - 13:45	Mittagessen
14:00 - 14:45	Studieninfo
14:45 - 17:45	Sports Game
17:45	Grillen
19:00	Gäste besuchen die Gruppen

Donnerstag

08:00 - 09:00	Frühstück
09:00 - 12:30	Gruppenarbeit
12:30 - 14:00	Mittagessen
14:00 - 15:00	Gruppenarbeit
15:00 - 18:00	Probevorträge & Deadline für den Gruppenbericht
18:30 - 19:30 Uhr	Abendessen
19:30 Uhr	Betreuer:innentreffen

Freitag

08:00 - 09:00	Frühstück
09:00 - 09:30	Evaluation
11:15 - 16:30	Präsentationen der Schüler:innen & Abschied

Abbildung 1. Ablauf einer in Präsenz durchgeführten mathematischen Modellierungswoche (CAMMP week)

nehmer*innen, Eltern, Freunde, Problemsteller*innen aus Firmen oder Instituten) vor. Dass die Lernenden in nur einer Woche durchaus in der Lage sind, sehr eigenständig komplexe Modellierung durchzuführen, zeigt exemplarisch der Modellierungsprozess der Gruppe, die an der Problemstellung von Vattenfall gearbeitet hat. Die Lerngruppe entwickelte ein Modell für die Leistung des Windparks unter Berücksichtigung von Windabschattungseffekten. Dabei kamen insbesondere geometrische wie auch physikalisch-technische Überlegungen zum Einsatz (s. Abbildung 2). Zur Optimierung der Positionen der Windräder wählten die Lernenden einen diskreten Ansatz und erarbeiteten sowie implementierten unterschiedliche Lösungsstrategien (u. a. eine Brute-Force-Methode und einen Greedy-Algorithmus).

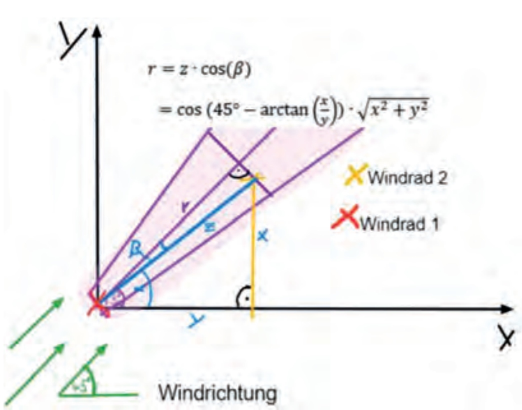


Abbildung 2. Ausschnitt des Whiteboards einer Lerngruppe: Überlegungen zum Abstand zwischen zwei Windrädern

Und so geht's auch online!

Der Grund für die Entwicklung eines Konzepts für die Realisierung von Modellierungswochen online war die COVID-19-Pandemie. Ziel war es, Lernenden auch von zu Hause die Möglichkeit zu bieten, authentische Erfahrungen im mathematischen Modellieren zu sammeln. Insbesondere müssen geeignete digitale Tools für die Online-Durchführung ausgewählt werden.

Um die Durchführung der Modellierungswochen online zu ermöglichen ergeben sich verschiedene Herausforderungen. Dazu zählt die Schwierigkeit, regen Austausch und Interaktion zu erlauben. Die Kommunikationshürde zwischen den Teilnehmer*innen, die sich vor der Woche noch nicht kennen, gilt es zu überwinden, um eine gute Zusammenarbeit in der Gruppe zu ermöglichen. Es muss auch online die Möglichkeit einer flexiblen Kommunikation und Interaktion in kleinen Teilgruppen geschaffen werden. Zudem muss eine Möglichkeit gefunden werden, um das gemeinsame Programmieren auch online zu realisieren. Weiterhin ist zu berücksichtigen, dass die Aufmerksamkeitsspanne vor dem Bildschirm kürzer ist. Abwechslung und aktivierende Übungen zwischendurch sind daher besonders wichtig.

Die Wahl geeigneter digitaler Werkzeuge wie beispielsweise eines Videokonferenztools, einer Plattform zum kollaborativen Programmieren oder eines online-Whiteboards ist damit zentral.

Um vielfältige Interaktion und Kommunikation auch während Online-Modellierungswochen zu ermöglichen,


Foto: CAMMP/KIT

Abbildung 3. Teilnehmerinnen einer CAMMP week 2019 in Präsenz

ergeben sich folgende Anforderungen an ein Videokonferenztool:

- Es sollte die Möglichkeit geben, Break-Out-Räume zu erstellen, wobei ein leichter Wechsel zwischen den einzelnen Räumen möglich sein sollte.
- Die Plattform sollte quelloffen sein, sodass es keine datenschutzrechtlichen Probleme bei der Verarbeitung und Erfassung personenbezogener Daten gibt.
- Die Plattform sollte auch bei der Teilnahme von mehreren Personen und einer weniger guten Internetverbindung möglichst stabil laufen.
- Es sollte sowohl mündlicher als auch schriftlicher Austausch möglich sein.
- Die Plattform sollte die Möglichkeit bieten, den Bildschirm zu teilen und Dateien auszutauschen.
- Im Idealfall sollte es ein integriertes Whiteboard geben, welches die Schüler*innen zum Visualisieren und Strukturieren von Ideen nutzen können.

Wir haben uns für die Plattform *Mattermost*[7] entschieden, da diese alle oben genannten Anforderungen erfüllt. Die Plattform ist robust und quelloffen und bietet jeder Person die Möglichkeit, verschiedene Kanäle zu eröffnen, in denen sowohl schriftlicher Austausch über einen Chat als auch mündlicher Austausch über ein *Jitsi-Plugin* stattfinden kann. So können sich die Lernenden selbst organisieren, eigene Untergruppen erstellen und problemlos zwischen Untergruppen und Videochats hin und her wechseln. Außerdem kann der Bildschirm ohne vorherige Genehmigung der Betreuenden geteilt und Dateien über den Chat ausgetauscht werden. Der Chatverlauf bleibt über die Dauer der Modellierungswoche gespeichert. Das integrierte Whiteboard ermöglicht das gemeinsame Erstellen von Skizzen, Visualisierungen und Dokumentationen des Arbeitsprozesses, die jederzeit flexibel bearbeitet werden können.

Um gemeinsames Arbeiten am selben Programmcode auch im Rahmen von Online-Modellierungswochen zu ermöglichen, haben wir uns für den Einsatz der webbasierten cloud-computing Plattform *CoCalc*[8] entschieden. Änderungen, die eine Person vornimmt, sind somit für die ganze Gruppe und auch für die Betreuenden sichtbar. Die Plattform erlaubt das Erstellen von *Jupyter Notebooks*[9] basierend auf verschiedenen Programmiersprachen (bspw. Python, Julia oder Octave). Die Notebooks ermöglichen es den Lernenden, Code zu schreiben, auszuführen und zugleich schriftliche Dokumentationen zu integrieren. Da CoCalc auf Servern des KIT läuft und der Zugriff darauf über einen Webbrowser möglich ist, bedarf es seitens der Lernenden nicht der Installation von Software. Technische Voraussetzung für die Teilnahme an einer Online-Modellierungswoche ist somit lediglich ein stabiler Internetzugang, ein Mikrofon und idealerweise eine Kamera. Um die Woche zudem möglichst abwechslungsreich zu gestalten, sollten auch online diverse Programmpunkte fernab des Modellierungsprozesses integriert werden. Bis dato haben wir gute Erfahrungen mit der Einbindung von Fragerunden mit MINT-Studierenden, virtuellen Spieleabenden oder Aktivpausen mit kleinen Sportübungen gesammelt.

Trotz einiger Hürden, die sich bei der Durchführung von Online-Modellierungswochen ergeben, bringt die Online-Durchführung durchaus auch Vorteile mit sich. Beispielsweise können auch Schüler*innen aus entlegenen Regionen an den Veranstaltungen teilnehmen. Zudem ist es für die Problemstellenden aus Wirtschaft und Forschung leichter, an den Abschlusspräsentationen der Lernenden teilzunehmen (Anreise entfällt). Durch die Online-Durchführung der Modellierungswochen kann somit die Reichweite enorm vergrößert werden.

Wir und auch die Schüler*innen werden tagtäglich mit sich rasant wandelnden Technologien konfrontiert.

Bild: CAMMP/KIT

Abbildung 4. Teilnehmer*innen einer Online-CAMMP week

Die aktive, reflektierte Nutzung digitaler Werkzeuge gehört somit zu einer zentralen Kompetenz in der heutigen Zeit. Während einer Online-Modellierungswoche arbeiten die Lernenden mit Videokonferenztools, nutzen digitale Whiteboards und schreiben eigenen Programmcode auf einer kollaborativen Plattform. Die Digitalkompetenz wird bei Online-Modellierungswochen somit in besonderem Maße gefördert.

Erfahrungen aus Online-Modellierungswochen

Seit 2011 haben bereits 20 mathematische Modellierungswochen im Rahmen von CAMMP mit insgesamt 561 Schüler*innen stattgefunden. Davon wurden bereits drei online mit mehr als 80 Lernenden durchgeführt.

Die folgenden Rückmeldungen der Schüler*innen[10] unterstreichen, dass den Lernenden authentische Erfahrungen im mathematischen Modellieren ermöglicht werden konnten:

- „Ich habe für mich persönlich gelernt, dass mir wissenschaftliches Modellieren und Problemlösen wirklich Spaß macht. Das hat mich in meinem Wunsch bestärkt, eine Naturwissenschaft (wahrscheinlich Mathematik oder Physik) zu studieren. Außerdem war es eine tolle Erfahrung, in einer Gruppe von interessierten Menschen zu arbeiten, bei der jeder und jede seine/ihre Stärken mit eingebracht hat (z. B. Personen, die (nicht) programmieren können)."
- „Dass es für Probleme nicht nur einen richtigen Weg gibt, sondern man durch ganz viele verschiedene Ansätze zum Ziel gelangen kann."
- „Die mathematische Modellierung ist nicht wie die Schulmathematik, sondern ist viel cooler."

Vielfach betonten die Lernenden zudem, dass die Bedeutung von Mathematik für Probleme aus der realen Welt ersichtlich geworden ist:

- „Ich habe gelernt, wie mathematische Modellierung in der Wirtschaft Anwendung findet."
- „Durch die CAMMP week habe ich gelernt, wie der wirkliche Modellierungs- und Problemlösungsprozess auch bei großen Firmen abläuft."

Trotz der Distanz zwischen den Lernenden wurde zudem eindrücklich deutlich, dass Teamarbeit für das Lösen realer, komplexer Probleme wesentlich ist:

- „Ich habe gelernt, Probleme, die alleine schwierig lösbar sind, besser zu lösen, und koordinierter in einer Gruppe zu arbeiten."

Im Hinblick auf die eingesetzten digitalen Werkzeuge hat sich gezeigt, dass die Lernenden in kurzer Zeit in der Lage waren, die verschiedenen für sie neuen digitalen Werkzeuge zielgerichtet einzusetzen. Auch wenn kleinere technische Schwierigkeiten auftraten, war zu beobachten, dass sich die Lernenden in den Kleingruppen gegenseitig unterstützten. So ermöglichte eine Lerngruppe es einer Teilnehmerin, deren Mikrofon ausgefallen war, sich über den Chat dennoch in die gemeinsame Gruppenarbeit einzubringen.

Im virtuellen Format ist die Durchführung von sozialen Veranstaltungen schwieriger. Es gibt zwar viele Online-Spiele, die sich für das Kennenlernen der Lernenden eignen, aber hier sitzen die Schüler*innen erneut vor dem Bildschirm, sodass sie wenig Bewegung und Abwechslung haben. Dies stellt eine Herausforderung dar, für die wir noch keine voll zufriedenstellende Lösung gefunden haben. Auch persönliche Begegnungen und soziale Interaktion können online nicht so realisiert werden, wie es in Präsenz möglich ist. Dass die Lernenden sich dennoch bis zu einem gewissen Grad kennenlernen, unterstreichen folgende abschließende Kommentare:

– „Ich finde, ihr habt die online CAMMP week sehr gut umgesetzt. Sich so zu treffen, wäre natürlich besser, vor allem, um die Leute besser kennenzulernen, aber ich denke, ihr habt das Beste daraus gemacht und ich hatte auch viel Spaß.“
– „Hat Spaß gemacht und ich werde meine Gruppe vermissen. Insgesamt ein sehr tolles Projekt!“

Neben den in diesem Beitrag beschriebenen mathematischen Modellierungswochen bietet CAMMP zudem (Online-)Modellierungstage oder Unterrichtsreihen zur mathematischen Modellierung an. Bei diesen arbeiten die Lernenden stärker angeleitet mit didaktisch-methodisch ausgearbeitetem digitalen Lernmaterial an Fragen wie: *Wie funktioniert eigentlich GPS/Google/Shazam/CT … und was hat das mit Mathe zu tun?*[11]

Das digitale Lehr- und Lernmaterial der Modellierungstage wird Interessierten (insbes. Lehrkräften) jederzeit per Anfrage an cammp@scc.kit.edu unter einer CC-Lizenz zur Verfügung gestellt.

In den Podcastfolgen modellansatz.de/optimale-verladestrategie und modellansatz.de/cammp-week geben Teilnehmende einen persönlichen Einblick, wie sie die Modellierungswoche erlebt haben.

Anmerkungen

1. CAMMP ist ein Programm am Karlsruher Institut für Technologie und ein Schülerlabor an der RWTH Aachen, welches seit 2011 Modellierungsaktivitäten für Schüler*innen der Klassenstufen 8 bis 13 durchführt.
2. Für weitere Informationen siehe komms.uni-kl.de.
3. Für weitere Informationen siehe www.cammp.online/21.php.
4. Die Modellierungswochen finden üblicherweise in einer Jugendherberge oder in Räumlichkeiten des KIT oder der RWTH Aachen statt.
5. Siehe hierzu auch Schönbrodt, S., Wohak, K., & Frank, M. (2022). *Digital Tools to Enable Collaborative Mathematical Modeling Online* MSEL.
6. Aebli, H. (2006). *Zwölf Grundformen des Lehrens. Eine Allgemeine Didaktik auf psychologischer Grundlage. Medien und Inhalte didaktischer Kommunikation, der Lernzyklus* (13. Aufl.). Stuttgart: Klett-Cotta. S. 300.
7. Weiterführende Informationen auf mattermost.com, letzter Zugriff 20. 12. 2021
8. Weiterführende Informationen auf cocalc.com, letzter Zugriff 20. 12. 2021.
9. Weiterführende Informationen auf www.jupyter.org, letzter Zugriff 20. 12. 2021.
10. Die Lernenden erhalten am Ende der Modellierungswoche einen schriftlichen Fragebogen. In diesem können sie u. a. zu Organisation, Inhalten, eingesetzten technischen Werkzeugen und persönlichem Lernzuwachs Stellung nehmen. Basierend auf den Rückmeldungen der Lernenden werden die Modellierungswochen kontinuierlich verbessert. Rechtschreib- und Interpunktionsfehler der Zitate der Lernenden wurden zur besseren Lesbarkeit korrigiert.
11. Eine vollständige Übersicht über alle Themen der Modellierungstage ist unter www.cammp.online/116.php zu finden.

Stephanie Hofmann
Karlsruher Institut für Technologie (KIT),
Institut für Angewandte und Numerische Mathematik/SCC,
Hermann-von-Helmholtz-Platz 1, 76344 Eggenstein-Leopoldshafen
s.hofmann@kit.edu

M. Ed. Sarah Schönbrodt
Karlsruher Institut für Technologie (KIT),
Institut für Angewandte und Numerische Mathematik/SCC,
Hermann-von-Helmholtz-Platz 1, 76344 Eggenstein-Leopoldshafen
schoenbrodt@kit.edu

Stephanie Hofmann studierte Gymnasiallehramt am KIT mit den Fächern Mathematik und Physik. Seit 2020 ist sie als Doktorandin am KIT. Sie forscht dort im Rahmen des Projektes CAMMP im Bereich mathematische Modellierung und natürliche Sprachverarbeitung und erarbeitet zugehöriges Lernmaterial.

Sarah Schönbrodt studierte an der RWTH Aachen Mathematik und Chemie für das Lehramt an Gymnasien/Gesamtschulen. Seit 2019 ist sie wissenschaftliche Mitarbeiterin am Karlsruher Institut für Technologie (KIT). Sie arbeitet und promoviert dort im Bereich der Mathematikdidaktik mit Schwerpunkt auf der Vermittlung der mathematischen Grundlagen von Künstlicher Intelligenz und maschinellem Lernen.

Von der Tafelvorlesung zum Multimedia-Angebot

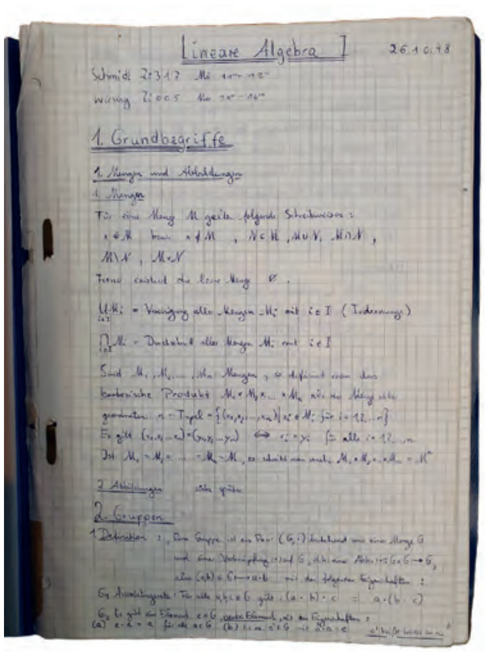
Rebecca Waldecker

Kann man mathematisches Denken und Argumentieren und die Kommunikation der eigenen Gedanken lernen, indem man Videos anschaut und Audiodateien anhört?

Vor circa zehn Jahren hätte ich mir diese Frage gar nicht gestellt. Als Studentin bin ich mit Tafelvorlesungen aufgewachsen, und die unterschieden sich nur in solchen Dingen wie der Lesbarkeit der Schrift, dem Tempo, der Ausführlichkeit, dem Grad an Interaktivität, dem Enthusiasmus des Professors. Manche dieser Vorlesungen waren ganz wunderbar, ich denke gern daran zurück. Selten gab es ein Skript zur Vorlesung – jedenfalls in der Mathematik. In manchen anderen Fächern, in denen ich Vorlesungen hörte, wurden Vorlesungen nach Büchern gehalten, und es gab auch mal Folien und nicht nur beschriebene Tafeln. Gute Tafelvorlesungen habe ich immer sehr genossen, und für mich funktionierten reine Tafelvorlesungen viel besser als die, bei denen es Bücher oder Skripte dazu gab. Schon damals habe ich erlebt, dass alles, worüber ich gründlich nachdenken muss oder möchte, mindestens einmal durch meine Hände fließen muss.

Als Übungsleiterin in Kiel war ich die Arbeit an der Tafel gewohnt und als ich an der University of Birmingham meine ersten Vorlesungen hielt, fanden die auch an Whiteboards oder an der Tafel statt. Als Juniorprofessorin in Halle stand bei der Konzeption meiner ersten eigenen Vorlesungen die Arbeit an der Tafel im Mittelpunkt. Mit der Zeit kamen vereinzelt Folien dazu, aber das grundsätzliche Konzept der Tafelvorlesung, bei der mitgeschrieben (und hoffentlich manchmal mitgedacht) wird und nicht nur im Skript oder auf der Folie mitgelesen wird, habe ich nie in Frage gestellt. In fortgeschrittenen Vorlesungen spüre ich deutlich, wie vorteilhaft es ist, noch kein komplett ausgefeiltes vorbereitetes Skript zu haben, denn den unterschiedlichen Bedürfnissen der Studis kann ich oft am besten durch Improvisation gerecht werden. Die Vorlesung entsteht dann also wirklich erst an der Tafel. In großen Grundlagenvorlesungen scheinen die Studis aber davon zu profitieren, wenn es grobe Notizen gibt, denen sie folgen und die sie nach eigenem Bedarf mit Details füllen können. Und schließlich hat auch die plötzliche Umstellung im April 2020 auf rein virtuelle Lehre, oder später auf einen der Lage angepassten Methodenmix, stark beeinflusst, was ich über die verschiedenen Formate denke und wie ich sie je nach Stoff und Zielgruppe einsetze.

Wie sich unter all diesen Gesichtspunkten mein Vorlesungskonzept entwickelt und gewandelt hat, möchte ich anhand von Fragen erläutern, die nach und nach zu Veränderungen geführt haben. Oft waren das Fragen von Studis oder Kolleg*innen an mich, und manchmal auch Fragen von mir an die Studis oder von mir an mich selbst.



Lineare Algebra bei Prof. Dr. Roland Schmidt an der CAU zu Kiel – die erste Seite meiner Mitschrift

Darf ich das, was Sie während der Vorlesung erklären, mit meinem Handy aufnehmen?

Diese Frage kam während meiner ersten Vorlesung „Lineare Algebra" auf, im Wintersemester 2011/12. Wenn ich mich richtig erinnere, war eine Überschneidung mit einer anderen Lehrveranstaltung der Grund, und der Student, der mich ansprach, konnte daher nur eine der beiden Vorlesungen jede Woche besuchen. Sich die Notizen auszuleihen und abzuschreiben, war nicht das Problem, sondern es ging um all die Kommentare und Nebenbemerkungen, die ich während der Vorlesung machte. Ich glaube, dass wir einfach ein altes Handy des Studenten als Aufnahmegerät benutzt und alle Vorlesungen damit aufgenommen haben, denn selbst wenn er anwesend war, konnte er sich besser auf den Tafelanschrieb konzentrieren und aufmerksamer zuhören in dem Wissen, dass er sich später noch Notizen machen könnte auf der Grundlage dessen, was ich nebenbei erklärt hatte.

DOI 10.1515/dmvm-2022-0017

Dürfen alle diese Aufnahmen haben?

Bald wollten noch mehr Studis die Audioaufnahmen der Vorlesungen haben, um damit die Vorlesung nachzuarbeiten und sich im Hörsaal mehr aufs Zuhören und auf das Tafelbild zu konzentrieren. Daher gab es auf meiner Internetseite unter „Lehre“ irgendwann die Rubrik „Audioaufnahmen der Vorlesung“. Wie sehr dieses Angebot geschätzt wurde, zeigte sich daran, dass die Studis mich am Ende der Vorlesung mit einem Diktiergerät überraschten, damit ich auch in Zukunft für sie (und später für andere Studis) meine Vorlesungen aufnehmen konnte. Eine super Idee, und ich bin den Studis bis heute dankbar für dieses Geschenk und für die zahlreichen Rückmeldungen, die ich im Zusammenhang mit den Audioaufnahmen bekommen habe. Manche haben durch die Arbeit mit den Aufnahmen festgestellt, dass sie viel mehr über das Zuhören lernen als über das Mitlesen. Da lief dann die Vorlesung irgendwann in Dauerschleife, um sich auf die Prüfung vorzubereiten. Andere konzentrierten sich komplett auf das Tafelbild und schrieben sehr sorgfältig mit, blendeten mich und meine Kommentare völlig aus. Später kam eine zweite Schicht auf die Mitschrift, es wurden (teils aufwändig mit Farbcode etc.) zahlreiche Kommentare aus den Audioaufnahmen ergänzt. Wie vielfältig die Studis mit diesem neuen Angebot umgingen und wie sehr sich plötzlich ausdifferenzierte, wie die eigene Mitschrift erstellt und wie der Stoff nachgearbeitet wurde, hat mich bestärkt darin, dass es eine gewisse Vielfalt geben muss und eine Ermutigung, sich auszuprobieren. Selbst eine sehr gute Vorlesung holt nicht alle Studis gleichermaßen ab, und ich möchte sie immer weiter darin bestärken, zu experimentieren und nach und nach den eigenen Arbeitsstil zu finden.

Soll ich dieses Beispiel in einer separaten Audiodatei ausführlicher erklären?

Bei Beweisen und komplexen Beispielen fällt in Vorlesungen immer wieder auf, dass manche Studis sofort folgen und schon viel im Kopf nachvollziehen können und dass bei anderen noch viele Fragezeichen im Gesicht sind. Für die müsste ich das deutlich langsamer erklären und mit viel mehr Details. Also überlegte ich und fragte schließlich die Studis: Was können wir tun? Wie gehen wir mit den unterschiedlichen Geschwindigkeiten beim Mitdenken um? Die Lösung wurde eine eher kurze Erklärung in der Vorlesung mit der Möglichkeit, direkt konkret nachzufragen, kombiniert mit einer Audiodatei, in der das ganze Beispiel noch einmal viel ausführlicher erklärt wurde. Das war die Geburt der „Audio-Specials“. Es ergab sich schnell eine rege Nachfrage, und auch bei anderen, weitergehenden Fragen habe ich dann manchmal in der Vorlesung eine kurze Antwort gegeben und angekündigt, eine ausführlichere als Audio-Special nachzureichen. Bald zeichnete sich ab, dass ich oft zu Themen Audio-Specials machte, die früher zu besonders vielen Nachfragen in der Sprechstunde oder im Tutorium geführt hatten. Durch die

Mein aktuelles Aufnahmegerät produziert mp3-Dateien, die mit einem USB-Kabel auf den PC gezogen und gegebenenfalls nachbearbeitet werden können.

Audio-Specials hatten die Studis, die mehr Details brauchen, sofort mehr Unterstützung bei der Nachbearbeitung der Vorlesung, so dass viele Rückfragen gar nicht erst aufkamen bzw. die Fragen dann schon eine andere Qualität hatten. Ich erwähne das deshalb, weil das Erstellen einer Audiodatei zwar nicht viel Zeit braucht (insbesondere ohne Nachbearbeitung, so wie ich das mache), ich aber schon einschätzen wollte, wie oft ich das machen möchte, wie viel Zeit ich dafür aufwende und ob ich woanders Zeit einspare.

Könnten Sie bitte das Plenum im Workshop aufnehmen?

Mit den großen Grundlagenvorlesungen kam das Konzept des Workshops. Klären wir kurz, was ich darunter verstehe.

Workshops
Unter dem Begriff „Workshop“ fasse ich Veranstaltungen zusammen, die normalerweise über mindestens zwei Stunden gehen, oft mit offenem Ende und einem Mix an Formaten, bei denen die Teilnahme freiwillig ist und die Teilnehmer*innen viel Einfluss auf die genaue Ausgestaltung haben. Nebenbei wird gegessen, getrunken, gequatscht. Ein Workshop ist am Ende immer das, was die Studis daraus machen, und vor allem die ersten Workshops sind eine wunderbare Gelegenheit für uns alle, uns besser kennenzulernen. Zusammen mit dem Lernzentrum „Mathe-Treffpunkt“ (s. u.) bilden die Workshops oft die Grundlage für erste Freundschaften und für Studi-Arbeitsgemeinschaften, in denen zusammen die Übungsaufgaben gelöst werden und für Prüfungen gelernt wird. Die Bausteine variieren, aber es gibt eigentlich immer ein Plenum (also eine große Fragestunde mit mir im Hörsaal, quasi wie eine riesige Sprechstunde) und Arbeit an sehr vielen kleinen Übungsaufgaben mit unterschiedlichem Schwierigkeitsgrad, allein oder in Gruppen, meistens auf mehrere Räume verteilt. Dabei laufen wissenschaftliche Hilfskräfte (HiWis), Übungsleiter*innen und ich herum und helfen, wenn es Probleme gibt. Viele der kleinen Übungsaufgaben stelle ich den Studis später irgendwie zur Verfügung, damit sie zuhause weiter üben

Beispiele für Workshopmaterial zur selbstständigen Bearbeitung von Aufgaben

können. Manchmal gibt es Themenräume oder Stationen, Probeprüfungen oder andere Dinge, je nach Anlass des Workshops. Am Anfang des Studiums ist eine Korrektur in Anwesenheit hilfreich, also das Durchsprechen einer Lösung für eine Übungsaufgabe mit Hinweisen auf Fehler und mit der Möglichkeit, direkt nachzufragen. Das Format „Workshop“ ist flexibel, lässt Raum für fachliche Tiefe und hat gleichzeitig eine wichtige soziale Komponente. U. a. deshalb ist es bei den Studis sehr beliebt. Zu Beginn waren die Workshops zur Prüfungsvorbereitung gedacht, aber inzwischen gibt es viele andere: Zu Beginn einer Grundlagenvorlesung kann man kompakt an einem Nachmittag ganz viele Probleme bearbeiten, die typisch für die ersten Wochen zu Beginn des Mathe-Studiums sind, und das entlastet die Vorlesung und die Übungen. Beim Wiedereinstieg nach der Weihnachtspause oder am Anfang einer fortgeschrittenen Vorlesung kann ein Workshop genutzt werden, um Wissen aufzufrischen, Erinnerungslücken zu füllen, Notationsfragen zu klären und so eine gemeinsame Grundlage zu etablieren, auf der der weitere Stoff aufbaut. Häufig wünschen sich die Studis Workshops speziell zur Prüfungsvorbereitung oder auch zu nicht-fachlichen Themen. Wie finde ich meine Arbeitsweise und organisiere meinen Studienalltag? Wie gehe ich mit Stress um? Was ist wichtig, wenn ich meinen ersten Fachvortrag halte oder mich für ein Thema für meine Abschlussarbeit entscheiden möchte?

Workshops kann man nicht nacharbeiten, man muss schon dabei sein, um wirklich davon zu profitieren. Aber manchmal verpassen Studis das Plenum und können erst später dazukommen, oder sie wollen auch da, genau wie in der Vorlesung, die Möglichkeit haben, später noch einmal reinzuhören und sich zusätzliche Notizen zu machen. Die Lösung ist, mal wieder, eine Audioaufnahme. Wenn die Zeit nicht für alle Fragen im Plenum reicht, gibt es inzwischen auch die Verabredung, dass man sich mich später während der Gruppenarbeit schnappt und die Frage klärt oder dass, falls die Frage für viele wichtig ist, ich eine Podcastfolge dazu mache. Ich freue mich immer wieder darüber, zu sehen, wie jeder neue Mathe-Studi-Jahrgang seinen eigenen Umgang mit den Workshops findet, wie das Plenum durch die Art der Fragen Impulse bekommt und ich durch die Studis auf neue Ideen für Workshop-Bausteine komme.

Aus der Workshop-Idee entstand später das Konzept für das Lernzentrum „Mathe-Treffpunkt“.

Der Mathe-Treffpunkt

Inzwischen gibt es das an einigen mathematischen Instituten: Einen Ort, wo man allein oder in Gruppen arbeiten kann und Hilfe bekommt, wenn man Fragen hat. Am besten noch mit Nachschlagewerken, alten Übungsaufgaben oder Klausuren zum Üben etc. Die Konzepte sind vielfältig – meine Vorstellung war, dass man etwas von der Workshop-Idee in den Alltag der Studis überträgt und sie dadurch flexibel unterstützt, vor allem im ersten Studienjahr. In der Physik gab es bereits den durch Hochschulpaktmittel unterstützten „Physik-Treff statt Studienabbruch“, so dass ich hoffen konnte, ebenfalls eine Anschubfinanzierung aus Hochschulpaktmitteln zu bekommen. Glücklicherweise hatten wir im Institut einen geeigneten großen Raum und auch die Bereitschaft der Kolleg*innen, das Konzept auszuprobieren und zu beobachten, wie sich das auf die Leistungen der Studis und die Abbruchquote auswirkt. Mit einem entsprechend formulierten und bewilligten Antrag ging es 2016 los: Eine halbe E13-Stelle zur Koordination und für die fachdidaktische Begleitung, Mittel für die Ausstattung des ersten Raums und viel Geld für HiWis. Das Konzept ist einfach – innerhalb der Öffnungszeiten gibt es Platz zum Arbeiten, es stehen Bücher, alte Aufgaben und Vorlesungsskripte zur Verfügung und es gibt kompetente Betreuung bei Fragen durch HiWis oder Mitarbeiter*innen, die herumlaufen. Da wir die vielen unterschiedlichen Anlaufstellen an der Uni kennen, helfen wir manchmal auch bei nichtmathematischen Problemen weiter. Außerhalb der Öffnungszeiten kann man auf Anfrage den Raum für Gruppenarbeit, für Probevorträge etc. nutzen. Aufgrund der dauerhaft großen Nachfrage gibt es jetzt einen zweiten Raum und eine breite, sogar fachübergreifende Grundlage für die Finanzierung, denn es profitieren auch Physik- und Informatikstudis von dieser Anlaufstelle. Im Jahr 2020 wurde der Mathe-Treffpunkt mit einem Sonderlehrpreis vom Fachschaftsrat Mathe/Info ausgezeichnet, worüber wir uns sehr gefreut haben. Ergänzt wird das Angebot seit kurzem von einer Mathematikdidaktik-Werkstatt, ebenfalls bei uns im Haus.

Soll ich für die, die den Workshop verpasst haben, eine Podcastfolge machen?

Hier geht es nicht um fachliche Workshops und das Plenum dort, sondern um nicht-mathematische Workshops. Diese basieren hauptsächlich auf Fragen zur Reflektion, die ich stelle und zu denen man dann einfach selbst ein bisschen was aufschreiben soll. Die Selbstbefragung ist dabei für viele genauso wichtig wie der Austausch mit den anderen – der ist komplett freiwillig und hängt in seiner


Foto: Laura Krauel

Einer der beiden Räume im Mathe-Treffpunkt mit Arbeitstischen, Literatur zum Nachschlagen, Tafel und Whiteboard, der Möglichkeit zum Teekochen etc. Im zweiten Raum gibt es noch mehr Arbeitsplätze und einen PC mit Drucker.

Intensität davon ab, wie gut sich die Workshopteilnehmer*innen kennen, was das Thema ist und wie viele wir sind. Irgendwann kam der Wunsch auf, einige Aspekte unserer Diskussion in einer Audioaufnahme festzuhalten, damit man sich das später – mit etwas Abstand – noch einmal anhören kann oder damit man überhaupt einen Einblick in das Thema bekommt, z. B. wenn man den Workshop verpasst hat. Im Podcast gibt es normalerweise etwas Hintergrund dazu, wie ich überhaupt auf das Workshopthema gekommen bin, dazu alle Fragen, die ich gestellt habe, und einen kleinen anonymisierten Eindruck von den Antworten und darauf aufbauenden Fragen. Hier profitiere ich auch selbst sehr von der Erstellung der Audioaufnahme, weil ich so die Antworten gut reflektieren kann und noch besser verstehe, was die Studis außerhalb der Mathematik bewegt. Fast immer ergeben sich am Ende Themenwünsche für den nächsten Workshop.

Wie kann ich anonym gestellte Fragen so beantworten, dass möglichst viele Studis etwas davon haben?

Auch wenn meine Veranstaltungen sehr interaktiv sind und stets das Motto gilt „Es gibt keine dummen Fragen!“, werden manche Fragen einfach nicht direkt gestellt. Manche Studis trauen sich nicht in der großen Runde und kommen hinterher zu mir, manche trauen sich gar nicht. Deshalb gebe ich den Studis in den Grundlagenveranstaltungen immer die Möglichkeit, anonym Fragen zu stellen. Wie stark das genutzt wird und was für Fragen da kommen, schwankt stark, aber der Bedarf ist sichtbar und hat sich auch mehrmals in Umfragen bestätigt. Manchmal reicht als Antwort ein Satz zu Beginn der nächsten Vorlesung, manchmal wird ein Wunsch formuliert, den ich einfach im Lauf der Vorlesung erfülle. Bei komplexeren Fragen eignet sich das Audio-Format gut, denn dann kann ich ohne viel Aufwand über die Frage sprechen, kann erklären, wie ich sie verstanden habe, etwas Kontext geben und mögliche Antworten besprechen. Oft ist das verbunden mit dem Aufruf, sich erneut zu melden, falls ich die Frage falsch verstanden habe. Sehr oft wird nach mehr Beispielen gefragt – das ist kein Problem. Manchmal wird die Sinnfrage gestellt oder es fehlt Kontext: „Warum machen wir das? Warum so? Was ist der Zusammenhang zur Vorlesung xy? Ist das wie . . . , nur mit anderen Bezeichnungen?“. Auch vor Prüfungen scheuen sich manche, ihre Fragen zum Ablauf oder zum Stoffumfang einfach offen zu stellen. Hier habe ich inzwischen beliebte Formate entwickelt wie „To-Do-Liste für die Prüfung“, „Not-To-Do-Liste für die Prüfung“ oder auch „Die Top 10 der schlimmsten Fehler beim Thema xy“. Kein Thema ist mir zu albern – wenn die Studis sich das wünschen, mache ich es. Die Rückmeldungen zeigen, dass viele Studis sich einfach alles anhören, auch dann, wenn die Fragen nicht von ihnen kommen, und dass sie für jede Zusatz- oder Hintergrundinfo und jedes zusätzliche Beispiel dankbar sind. Ich bin bei vielen dieser Fragen froh, dass ich sie nicht 20-mal, verteilt über mehrere Sprechstunden, beantworten muss, sondern dass ich es einfach einmal machen kann. Und dass auf jeden Fall alle die gleiche Antwort bekommen.

Können wir die Vorlesung auf Video aufnehmen, damit es für die Studis, die keinen Sitzplatz mehr bekommen, ein gutes Ersatzangebot gibt?

Das war eine Situation im Wintersemester 2019/20, in der mich meine Studis sehr beeindruckt haben. Ein starker Jahrgang mit einem ausgeprägten Gemeinschaftsgefühl, das sich sofort zeigte, als ein logistisches Problem auftauchte: Der für die Pflichtvorlesung „Algebra“ gebuchte Hörsaal war zu klein. Schon länger hatten sich Probleme dabei abgezeichnet, ausreichend viele ausreichend große Hörsäle für die Pflichtvorlesungen im ersten und zweiten Studienjahr zu bekommen, und dieser Jahrgang war tatsächlich außergewöhnlich groß. Meine Anfragen hatten nichts genützt, wir mussten uns mit der Situation arrangieren. Und während ich über Lösungen nachdachte, taten das auch die Studis! Bald schon meldete sich gleich eine ganze Gruppe von Leuten mit vielen unterschiedlichen Vorschlägen. Dabei war auch der, eine Videoaufzeichnung der Vorlesung zu machen. Im (zu kleinen) Hörsaal gab es keine Technik dafür, daher musste viel geklärt werden: Wessen Kamera nehmen wir, wo muss die stehen, wie bekommen wir guten Ton, wer schneidet, wie machen wir die Videos für die Studis verfügbar? Wir konnten die Videolösung nur deshalb umsetzen, weil jemand seine eigene Videokamera zur Verfügung stellte, bereits Erfahrung mit Videoaufnahmen, Schnitt etc. hatte und auch bereit war, jede Woche mit mir zusammen etwas Zeit zu investieren, um die Videos für alle Studis verfügbar zu machen. Am Ende war es eine kleine Gruppe, mit der ich alle Vorbereitungen besprach, die notwendige Ausrüstung zusammenstellte und Testaufnahmen machte. Es schien zu klappen! Eine Vorlesungszeit lang trug ich also nicht nur meinen kleinen Werkzeugkoffer (mit Kreide, Wischern und anderem Zubehör) mit in die Vorlesung, sondern auch eine Kabeltrommel und die Videokamera samt Stativ. Die Studis waren rechtzeitig vorher da und bauten alles auf, wir waren schnell ein eingespieltes Team. Mit Hilfe der Audioaufnahmen, die ich sowieso weiterhin auf einem Diktiergerät machte, kümmerte sich der „Videobeauftragte“ neben dem Schnitt auch noch um die Tonqualität. Oft war das Vorlesungsvideo schon am nächsten Tag auf meiner Internetseite verfügbar (mit Passwortschutz), nur ganz selten dauerte es mal zwei Tage. Dank des Einsatzes einer kleinen Gruppe von Studis konnten so alle die Vorlesung hören, durch die Videos verpasste man so gut wie nichts. Selbst die, die regelmäßig im Hörsaal

Der „Tafelkoffer“, das Tablet mit Vorlesungsnotizen und technisches Zubehör

waren, konnten davon profitieren, sich zur Prüfungsvorbereitung alles noch einmal anzuschauen. Vorher habe ich nie über Videoaufzeichnungen meiner Vorlesungen nachgedacht, aber durch die Rückmeldungen damals ist mir klargeworden, wie hilfreich das für viele Studis sein kann. Seitdem bin ich gegenüber Vorlesungsvideos deutlich aufgeschlossener. Diese Algebra-Vorlesung wurde für einen Lehrpreis der MLU nominiert und mit einem Lehrpreis des Fachschaftsrats Mathe/Info ausgezeichnet.

Könnten Sie bitte ein Erklärvideo zum Thema … machen?

Manche Studis kommen mit reinen Audioangeboten prima zurecht, aber nicht alle. Daher werde ich manchmal auch nach Videos gefragt, in denen ich zu einem bestimmten Thema der Vorlesung oder zum Ablauf einer Prüfung etwas sage. Wie alles andere, was ich mache, ist auch das „low tech“: Ich sitze vor der Kamera und erzähle, stehe auf und schreibe oder male etwas an die Tafel, oder ich nehme mit einem Handy oder einer Webcam etwas auf, was wie eine Mini-Spezialvorlesung an meiner kleinen Bürotafel ist. Nix Besonderes, aber manchen Studis gefällt es mit Bild besser als ohne, und daher mache ich mir manchmal die Mühe. Mehr Spaß macht es natürlich mit Gästen! Zum Beispiel kann ich die Studis viel besser abholen in einem gemeinsamen Video mit einem Tutor, der aus seiner eigenen Erfahrung erzählt, wie er sich auf Prüfungen vorbereitet, wie er mit Nervosität umgeht und was er rückblickend für Fehler gemacht hat zu Beginn seines Studiums, als ich das allein könnte.

Wie werden die verschiedenen Formate genutzt?

Bis auf wenige Ausnahmen habe ich keine Nutzungsdaten, keine Klickzahlen oder ähnliche Informationen.

Ich bin auf Aussagen von Studis angewiesen, die sie in Befragungen machen oder in persönlichen Gesprächen. Dabei ergeben die Befragungen seit vielen Jahren, dass die Bearbeitung von Übungsaufgaben zwar viel Zeit kostet, dass das aber als hilfreich zum tieferen Verständnis des Stoffes angesehen wird. (Und ich rede mir, seit ich denken kann, den Mund fusselig, dass eigenständig bearbeitete Übungsaufgaben die beste Prüfungsvorbereitung sind. Wie wir alle, oder?) Als konkrete Unterstützung dabei werden das Lernzentrum „Mathe-Treffpunkt" und ggf. Tutorien besonders stark genutzt. Manche Studis entscheiden sich aber auch dafür, die Aufgaben einfach ganz allein zu bearbeiten, und die gleichen Studis geben in Befragungen oft an, keine oder kaum Zusatzangebote zu nutzen. Hier hat sich seit meiner eigenen Zeit als Studentin nichts verändert! Es gibt durch den Mathe-Treffpunkt und die vorlesungsbegleitenden Tutorien weniger Bedarf an Sprechstundenzeit, dafür aber gezielte Anfragen von Studis, die besonders viel Hilfe brauchen und nicht in einer Gruppe arbeiten möchten. Die brauchen dann so etwas wie Coaching, eine Ermutigung, sich auszuprobieren und im eigenen Tempo die passende Arbeitsweise zu finden. Die Nutzung der Audioangebote reicht von „in Dauerschleife im Auto hören" bis hin zum ganz gezielten, konzentrierten Anhören, oft in einer Gruppe, mit Diskussion, Notizen dazu und evtl. konkreten Rückfragen bei mir im Anschluss. Manche Studis haben mir ihre Notizen zu Podcastfolgen gezeigt, mit denen sie gearbeitet haben, und da war klar zu erkennen, wie intensiv sie sich mit dem relevanten Vorlesungsstoff auseinandergesetzt haben. Durch solche Gespräche fühlte ich mich auch ermutigt, den Podcast experimenteller zu nutzen: Mehrteilige Folgen, Cliffhanger, die Anweisung, „auf Pause zu drücken" und dies oder jenes selbst zu machen, bevor man weiterhört, oder auch ein Ping-Pong-Spiel mit den Studis, die nach dem Anhören weiterführende Fragen stellen und dann weiterführende Podcastfolgen bekommen. Insgesamt werden die Podcastfolgen stark genutzt, mit sehr schön individuell ausgeprägten Umgangsformen damit. Das ist eine große Inspiration für mich. Die Audioaufnahmen der Vorlesung werden, wenig überraschend, nicht so viel angehört, wenn es Videos gibt. Die letzte Umfrage ergab, dass viele Studis sich Präsenzlehre im Hörsaal wünschen und Videos nicht als vollwertigen Ersatz sehen, sie aber als Ergänzung oder zum Nacharbeiten nutzen. Da scheinen viele die Videos den Audios vorzuziehen, und ich werde am Ende der aktuellen „Lineare Algebra" mal erfragen, wer denn trotzdem mit den Audioaufnahmen gearbeitet hat und wie. Bei den Workshops fällt auf, dass sie als eins der besten Angebote zur Prüfungsvorbereitung gesehen werden und dass der soziale Aspekt eine große Rolle spielt. Wir bekommen regelmäßig die Rückmeldung, dass die Studis es schätzen, uns im Workshop für mehrere Stunden am Stück zu erleben, etwas formloser als in der Lehrveranstaltung, und dass sie entspannter arbeiten und mehr nachfragen, weil ihre Leistung im Workshop nicht beurteilt wird. Das baut viele Berührungsängste ab.

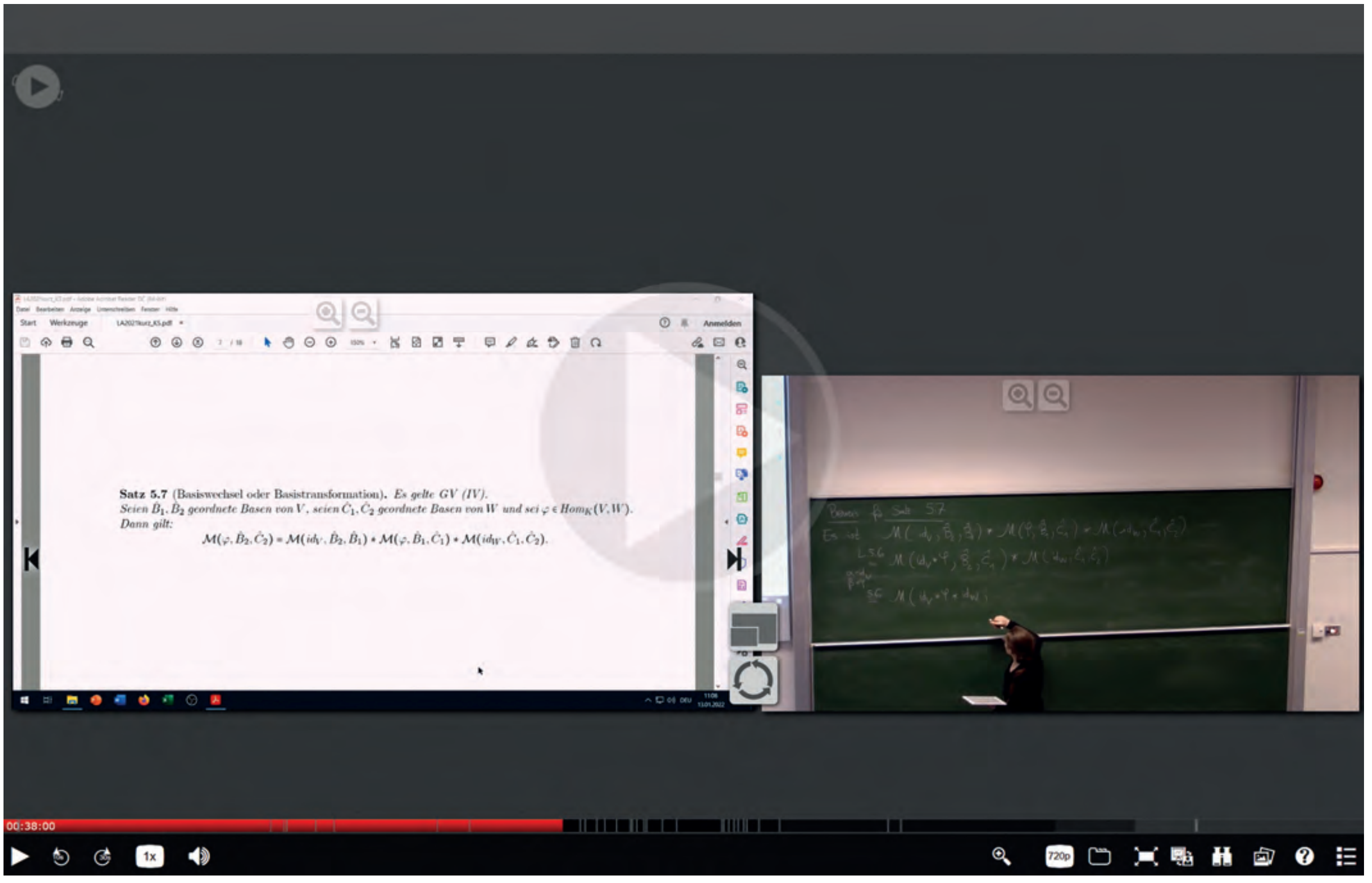
Kommen überhaupt noch Studis zur Vorlesung, wenn es so viele Alternativangebote gibt?

Diese Frage habe ich mir selbst oft gestellt, und sie ist immer Thema, wenn es um die Ausgestaltung von Vorlesungen geht. Manche machen ausführliche Vorlesungsskripte oder lesen entlang eines Buchs, manche zeigen Folien und stellen die zur Verfügung, manche machen Videoaufzeichnungen in Hörsälen, die mit entsprechender Technik ausgestattet sind. Wie wirkt sich das darauf aus, wie viele Studis noch zur Vorlesung kommen? Wie wirkt es sich auf die Leistungen aus? Am stärksten hat mich diese Frage bei der Algebra-Vorlesung im Wintersemester 2019/20 beschäftigt, als es zum ersten Mal Vorlesungsvideos gab und ein zur Vorlesung passendes Buch. Warum sollte man da noch in den Hörsaal kommen? Der Raum blieb aber gut gefüllt. In einem Workshop habe ich die Studis dann einfach gefragt, was sie bewegt, zur Vorlesung zu kommen, obwohl sie doch ganz flexibel und „zuhause auf dem Sofa, im Schlafanzug" alles bekommen, was sie brauchen. Bis heute bin ich dankbar dafür, wie offen die Studis das mit mir besprochen haben, da habe ich viel gelernt! Neben sozialen Aspekten spielte eine Rolle, dass Termine wie Vorlesungen und Übungen die Tage strukturieren und dabei helfen, einen Arbeitsrhythmus zu etablieren. Viele Studis legen Wert darauf, Fragen sofort stellen zu können, oder auch auf Fragen von mir reagieren zu können – sie nehmen also inhaltlich tatsächlich mehr aus der Vorlesung mit, wenn sie wirklich dabei sind, als wenn sie nur dem Video oder der Audiodatei zuhören. Besonders hängen geblieben ist, dass viele sich in der Arbeitsatmosphäre des Hörsaals besser konzentrieren können. Das hat mich überrascht, aber gerade während der letzten zwei Jahre, als viele von uns über längere Zeit virtuell lehren (und lernen) mussten, haben viele Studis noch einmal ganz stark gespürt, dass sie allein weniger motiviert und konzentriert sind. Auch das Gegenteil gibt es, aber das hält diese Studis meistens nicht davon ab, zur Vorlesung zu kommen, wenn sie in Präsenz stattfindet. Zur Vorlesung zu kommen, wirklich live dabei zu sein, mit mir und den anderen interagieren zu können und sich für 90 Minuten am Stück fast ohne Ablenkung auf Mathematik zu konzentrieren ist für viele Studis sehr wichtig. Die Zusatzangebote helfen, auch die sehr leistungsstarken Studis greifen ab und zu darauf zurück, aber nichts davon ist dauerhaft ein Ersatz für die Begegnung im Hörsaal oder Seminarraum.

Wie sieht ein guter Mix an Formaten aus?

Meine Lehraufgaben umfassen seit ca. 12 Jahren ein Spektrum, das bei großen Grundlagenvorlesungen anfängt (für verschiedene mathematische Studiengänge) und über Vertiefungsveranstaltungen bis hin zu sehr speziellen, kleinen Vorlesungen und Seminaren reicht. Alle hier relevanten Erfahrungen beziehen sich auf diesen Zeitraum.

Den größten Aufwand betreibe ich bei den größten Vorlesungen, vor allem für Studis im ersten Studienjahr.



Vorlesungsvideo aus der Perspektive der Studierenden

In der aktuell laufenden Vorlesung „Lineare Algebra“ gibt es grobe Vorlesungsnotizen, die die Studis vorab bekommen, es gibt die Vorlesung im großen Hörsaal mit Videoaufzeichnung (mit Studis im Hörsaal, kein Live-Stream), und neben dem Pflichtprogramm wie Übungsaufgaben und der Teilnahme an den Übungen gibt es ein Tutorium, das Lernzentrum „Mathe-Treffpunkt“ mit virtuellen und Präsenz-Öffnungszeiten, jede Woche eine virtuelle Sprechstunde bei mir, Möglichkeiten für anonyme Fragen und zwei Podcastserien. Eine inhaltliche direkt zur Vorlesung und eine, die den Bogen etwas weiter spannt. Workshops finden unregelmäßig statt und richten sich in ihren Bausteinen danach, was die Studis gerade brauchen und ob wir virtuell oder in Präsenz arbeiten. Vom Plenum gibt es jeweils eine Video- und eine Audioaufnahme. Da es bei so großen Lehrveranstaltungen auch ein großes Team an Übungsleiter*innen und HiWis gibt, haben die Studis mehrere Ansprechpersonen. Mir ist das wichtig, weil die Studis unterschiedliche Ansprachen brauchen und auch unterschiedliche Beispiele und Detailliertheitsgrade bei Erklärungen. Aufgrund unserer individuellen Erfahrungen beim Einstieg in die Mathematik und ggf. aufgrund der Erinnerung daran, was uns schwer oder leicht gefallen ist und was uns geholfen hat, können wir als Team viel besser auf diese verschiedenen Bedürfnisse der Studis eingehen als ich das allein könnte. Daher ist mir wichtig, dass wir nicht nur bei den Formaten vielseitig sind, sondern auch bei den beteiligten Lehrpersonen. Hier denke ich nicht nur an Männer und Frauen, verschiedene Studiengänge oder Altersgruppen, sondern auch an Persönlichkeitstypen und die eigenen Erfahrungen.

Die fortgeschrittenen Lehrveranstaltungen sind kleiner, so dass ich manchmal die Übung einfach selbst mache und mit den Studis ganz individuell aushandle, was die brauchen und was ich an Aufwand vertretbar finde. Basis ist hier immer die Tafelvorlesung – mit Audioaufnahme dazu, aber sonst ohne „Schnickschnack“. Wenn die Studis mich schon kennen, wird zum Beispiel die Möglichkeit für anonymes Fragenstellen weniger wichtig, und es wird auch weniger nach Zusatzangeboten gefragt, weil die Studis einfach schon erfahrener mit der eigenständigen Nachbearbeitung der Vorlesung sind. Das lässt mir mehr Zeit für Individuelles: Fehlt jemandem relevantes Hintergrundwissen? Sind ein fortgeschrittenes Seminar oder Abschlussarbeiten aufbauend auf dem Vorlesungsstoff geplant und können wir das gleich berücksichtigen? Ist es sinnvoll, eine praktische Komponente mit einzubauen, etwa mit Computeralgebra-Software? Wie flexibel wollen wir in den Übungen sein? Die Umstellung auf virtuelle Lehre oder gemischte Formate lösen wir dann so, dass ich grobe Notizen vorbereite (z. B. Definitionen und Sätze) und den Rest an der Tafel mache, mit Live-Übertragung an die, die nicht in Präsenz dabei sind. Wir reden hier allerdings über „low tech“-Lösungen mit Laptop, Webcam und gegebenenfalls einem etwas besseren Mikrofon. Manche meiner Kolleg*innen betreiben da erheblich mehr Aufwand bei Hardware und Software und sind daher noch viel flexibler.

Am Ende bleibt immer die gleiche Frage: Mit welchem Mix holen wir möglichst viele Studis ab? Zum Abschluss gibt es Prüfungen, da haben wir gewisse Erwartungen an das Wissen und die Argumentationsfähigkeit. Wir können die Lernkurve auf dem Weg dahin beeinflussen, aber die Studierenden beginnen mit sehr unterschiedlichen Voraussetzungen, und auch während des Studiums sind die Bedingungen häufig nicht vergleichbar. Familiäre Situation, Wohnsituation, technische Ausstattung – all das hat uns bisher vielleicht nicht interessiert, und oft aus gutem Grund nicht, aber wenn der Universitätsalltag sich vom Campus ganz oder teilweise nach Hause verlagert, spielt es eine Rolle.

Dadurch hat sich verändert, was ich von mir selbst erwarte, wenn es um die Hinwendung zu den Studis geht und den Umgang mit ihren Bedürfnissen in Bezug auf Betreuung und die universitäre Lehre. Ich kann an Vieles denken, mir viele mögliche Probleme vorstellen, und meine blinden Flecken werden hoffentlich durch den Austausch mit Kolleg*innen teilweise ausgeglichen. Aber jetzt erscheint mir viel wichtiger, möglichst schnell eine Gesprächskultur mit den Studis und meinem Lehrteam zu etablieren, die dazu ermutigt, Probleme sofort anzusprechen. Wenn Studis zuhause kein gutes Internet haben und daher virtuelle Live-Formate nicht funktionieren, oder wenn sie keinen Drucker oder Scanner haben und daher manche unserer Anforderungen nicht umsetzen können, dann möchte ich das möglichst schnell wissen. Bei Problemen wegen fehlender Kinderbetreuung, wegen Lärm zuhause, wegen eingeschränkter Mobilität oder aus ganz anderen Gründen finden wir meistens Lösungen – ich muss nicht vorher alle Eventualitäten einplanen und mitdenken. Aber ich muss wissen, wenn es ein Problem gibt, und dafür müssen die Studis mir vertrauen. Es ist erstaunlich, wie oft Studis Hemmungen haben, einfach nur anzusprechen, wo der Schuh drückt. Diese Hemmungen zu Beginn des Studiums möglichst effektiv abzubauen ist mir deshalb ebenso wichtig wie die Einführung in mathematisches Denken.

Ich nutze diese Gelegenheit, um mich zu bedanken: Bei allen Studis für ihre Fragen, Ideen und diese Momente, in denen ich dabei sein darf, wenn der Groschen fällt. Beim Fachschaftsrat Mathe/Info für die Wertschätzung. Bei den Kolleg*innen, von denen ich viel über gute und engagierte Lehre gelernt habe. Und bei all den wunderbaren HiWis und Übungsleiter*innen, ohne die meine Ideen nicht umsetzbar wären.

Wo liegen die Grenzen?

Neben den schon angesprochenen Baustellen, die uns alle unabhängig von der eigenen Lehrphilosophie betreffen, gibt es ein paar grundsätzliche Fragen, die ich mir zu den Formaten stelle. Wenn ich Vorlesungsinhalte per Video transportiere, verstärke ich dann eine passive Haltung, quasi ein „Konsumieren“ ohne wirkliches Mitarbeiten? Besteht die Gefahr, dass Studis sich einfach nur berieseln lassen und falsch einschätzen, was sie wirklich verstanden haben? Trage ich dazu bei, dass die Grenze verschwimmt zwischen „Das hört sich nachvollziehbar an.“ und „Ich habe das verstanden und könnte es jetzt in meinen eigenen Worten erklären.“? Welche Rolle spielen Gruppenarbeit und Einzelarbeit? Wie können wir noch besser einschätzen und kommunizieren, wo Zusammenarbeit sinnvoll ist und was für Fähigkeiten dabei entwickelt und trainiert werden, und wo es auf die komplett eigenständige Arbeit ankommt? Wie sollten wir mit Vorlesungsskripten umgehen? Ist es eine Zumutung, zu verlangen, dass von Folien oder von der Tafel abgeschrieben wird? Eine notwendige Zumutung? Machen wir es Studis zu leicht, wenn sie einfach mitlesen können? Was macht eine Tafelvorlesung gut? Was ist nur an der Tafel möglich? Welche Vor- und Nachteile haben interaktive Formate und welche Vor- und Nachteile haben Formate, die zunächst konsumiert werden und bei denen die Interaktion höchstens asynchron stattfinden kann? Wie stark darf, wie stark soll meine Persönlichkeit beeinflussen, wie ich lehre? Wo sollte ich auch mal die Komfortzone verlassen und Neues ausprobieren?

Prof. Dr. Rebecca Waldecker
Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg,
Institut für Mathematik, 06099 Halle (Saale)
rebecca.waldecker@mathematik.uni-halle.de

Rebecca Waldecker (www2.mathematik.uni-halle.de/waldecker/index.html) ist in der Nähe von Kiel aufgewachsen, hat in Kiel Mathematik studiert und ist seit 2015 Professorin für Algebra in Halle (Saale). Sie interessiert sich für endliche Gruppen und dort besonders für die Bandbreite lokaler Techniken, für historische Aspekte sowie für anwendungsbezogene Fragen. Seit vielen Jahren bietet sie Studien- und Berufsberatung an, organisiert für ihre Studierenden Workshops zu verschiedenen Themen und engagiert sich für den wissenschaftlichen Nachwuchs.

Mathe studiert – und dann?

Swantje Gährs treffe ich Anfang Dezember vergangenen Jahres online, sie sitzt in ihrem privaten Arbeitszimmer in Hamburg. Hinter ihr eine Wand mit Fotos, die sie auf Reisen geschossen hat. Auch die von einem Trip nach Japan und China, wo sie nachhaltige Formen der Energieversorgung studiert hat. Die promovierte Mathematikerin ist Expertin für dezentrale Energieversorgung und arbeitet als wissenschaftliche Mitarbeiterin am Institut für ökologische Wirtschaftsforschung (IÖW) in Berlin.

Frau Gährs, eine politische Frage vorneweg: Sind Sie zufrieden damit, was die neue Bundesregierung im Koalitionsvertrag zum Thema Klimaschutz und Energieversorgung ausgehandelt hat?

Den Koalitionsvertrag habe ich mir lustigerweise gerade heute Morgen in Ruhe zu Gemüte geführt. Er steht unter der Überschrift sozial-ökologische Marktwirtschaft, woran man ganz gut erkennen kann, dass der erste Teil eher von den Grünen, der zweite Teil eher von der FDP reingekommen ist. Was natürlich total schön ist, ist, dass die jetzt doch versuchen, das 1,5-Grad-Ziel zu halten. Man muss natürlich gucken, wie sie das umsetzen, aber man sieht schon, dass es großen Handlungsdruck gibt, da soll schnell viel passieren. Aber abgesehen davon, dass der Ausbau der Photovoltaik und der Windkraft vorankommen soll, ist das Thema der dezentralen Energieversorgung tatsächlich ein bisschen dünn aus meiner Sicht. Es gibt eine Passage, wo gesagt wird, dass man sogenanntes Energy Sharing voranbringen will, aber es gibt zum Beispiel kein klares Commitment zu Bürgerenergie oder so was. Andererseits ist es auch verständlich, dass man erst mal Ziele formuliert und die dann im Laufe der Regierung konkretisiert.

Ihr Arbeitgeber, das Institut für ökologischen Wirtschaftsforschung, konzentriert sich laut Website auf praxisorientierte Nachhaltigkeitsforschung. Was machen Sie dort als Mathematikerin?

Das Institut für ökologische Wirtschaftsforschung ist ein rein drittmittelfinanziertes Institut und gehört zu keiner Universität. Wir sind komplett unabhängig und haben keine Grundfinanzierung, das heißt, wir machen drittmittelfinanzierte Projekte. Und da sind wir interdisziplinär und eben auch transdisziplinär tätig. Das heißt, in meinem Team gibt's keine anderen Mathematiker oder Mathematikerinnen, sondern das sind Ingenieure, Wirtschaftswissenschaftlerinnen, Ökologinnen, Politologinnen, das ist ganz divers. Und je länger man dort arbeitet, desto mehr löst man sich von der eigenen Disziplin. In meinem Team sind wir jetzt aktuell 16 Leute und die Projekte, die wir machen, sind eigentlich zum Großteil Projekte mit Partnern. Das können Unternehmen sein, die ihre Forschungsfragen mitbringen, und wir gucken dann, welche Fragen haben wir eigentlich, wenn es darum geht, die Zukunft zu gestalten. Daraus entsteht dann ein gemeinsames Projekt. Ziel ist, die Forschungsergebnisse gleich in die Umsetzung zu bringen.

Sind das Partner aus der Energiebranche?

Ja, häufig natürlich aus der Energiebranche. Aber nicht nur Energieversorger oder Netzbetreiber, sondern auch Bürgerenergie-Gemeinschaften, Städte, Verbände oder Kommunen. Wir haben auch häufig Projekte, wo wir Kommunen unterstützen, die beispielsweise eine nachhaltige Quartiersentwicklung wollen.

Gehört Politikberatung damit auch zu ihrem Arbeitsgebiet?

Sehr wenig, aber unsere Projekte werden zum größten Teil aktuell von den Bundesministerien gefördert. Wir sind eine gemeinnützige GmbH, wobei man dazu sagen muss, und das ist vielleicht auch etwas Besonderes: die Gesellschafter des Instituts sind zum größten Teil die Mitarbeiter. Das heißt, uns gehört das Institut auch ein Stück weit selbst.

Erzählen Sie uns bitte von einem Projekt, das repräsentativ für Ihre Arbeit ist.

Ich hatte letztes Jahr ein EU-Projekt, das sich mit Prosumern in der EU beschäftigt hat. Das ist von der Aufgabenstellung her schon typisch.

Was sind Prosumer in diesem Zusammenhang?

Prosumer sind Haushalte oder größere Gemeinschaften, die ihren Strom selber erzeugen und verbrauchen, auch wenn sie nicht autark sind. Diese Prosumer sind wichtig für den dezentralen Ausbau der erneuerbaren Energien. Die Solaranlagen, die wir in Deutschland haben, die sind hauptsächlich aus privatem Kapital finanziert. Und der Vorteil, wenn die Leute auch ein Stück weit selber verbrauchen, was sie produzieren, ist, dass sie mehr Bewusstsein entwickeln für das, was da passiert, also mehr ökologisches Bewusstsein. Und wenn die dann auch noch versuchen, sich ein bisschen abzustimmen mit ihrer Erzeugung, dann entlastet das auch die Stromnetze. Die Idee ist also, dass die auch einen Mehrwert fürs Energiesystem haben.

Was haben Sie in dem EU-Projekt erforscht?

Das ist eigentlich ein Projekt gewesen, was eher sozialwissenschaftlich geprägt war. Es hieß „Prosumer for the Energy Union", und da ging es darum zu gucken, wie in sieben verschiedenen Ländern der EU der Stand der Prosumer ist. Der Hauptfokus des Projekts war die Frage, wie

DOI 10.1515/dmvm-2022-0018

man Anreize setzen kann und welchen Rahmen Prosumer brauchen – ökonomisch und regulatorisch –, um wachsen zu können. Und da gab zwei Bausteine: Einmal hat man sich die Lage insgesamt angeguckt, und dann gab es in jedem Land sogenannte Living Labs, also echte Projekte, die wir begleitet und unterstützt haben. Das war in meinem Fall ein Projekt im Süden von Bremen, wo eine Gemeinde ein innovatives Nahwärmekonzept umsetzen wollte und dafür auch dezentrale Wärmeerzeuger einbinden wollte, also zum Beispiel eine Solarthermieanlage irgendwo auf dem Dach. Da haben wir ein paar Workshops gemacht. Das war total spannend zu sehen, was die Bürger eigentlich interessiert. Warum würden die da mitmachen wollen oder auch nicht? Der andere Baustein war eine technisch-ökonomische Simulation der Prosumer-Gemeinschaften. Dafür haben wir mit einem Partner in Kroatien und einem Partner in den Niederlanden zusammengearbeitet. Wir haben die unterste Ebene, einzelne Prosumer, einzelne Quartiere abgebildet; die in Kroatien haben sich eher um Städte gekümmert, und in den Niederlanden haben sie sich die Länderebene und die EU-Ebene angeguckt. Und wir haben eben auch versucht, diese Living-Labs abzubilden; zum Beispiel ein Quartier in den Niederlanden, das schon ganz weit war, das Photovoltaik hatte und auch schon Batteriespeicher und das uns auch Verbrauchsdaten zur Verfügung stellen konnte.

Stichwort Simulation – ist bei ihrer Tätigkeit als wissenschaftliche Mitarbeiterin vielleicht doch Mathematik im Spiel?

Tatsächlich habe ich damals im Institut angefangen mit der Aufgabe, die Modellierung und Simulation zu übernehmen, und das habe ich zunächst auch gemacht. Die haben gezielt jemanden gesucht, der sich dieser Aufgabe gewachsen fühlt. Ich habe also mit dem mathematischen Hintergrund hier angefangen, und vorher hatte ich noch bei einer Unternehmensberatung gearbeitet und da begleitend eine IHK-Fortbildung zur Energiewirtschaftsmanagerin gemacht – also ein bisschen den fachlichen Background aufgebaut. Mittlerweile ist es tatsächlich so, dass ich meine Kollegen, die an dem Prosumer-Modell arbeiten, anleite oder ihnen Tipps gebe. Und dann mache ich auch mal ökonomische Berechnungen, aber wahrscheinlich würden viele Mathematiker das nicht Mathematik nennen [lacht].

Die würden wahrscheinlich eher von Rechnen sprechen.

Genau, rechnen, das mache ich ab und zu.

Sie haben schon erwähnt, wie Sie zu ihrem Arbeitsgebiet gekommen sind. Aber wie haben Sie nach Abschluss Ihrer Promotion 2011 überhaupt den Übergang von der akademischen Forschung in die Praxis geschafft?

Ich hatte in algebraischer Geometrie promoviert, da ist es aus meiner Sicht schon ein bisschen schwierig, den Sprung in die Praxis zu schaffen. Aber ich hatte schon während meiner Doktorarbeit gemerkt, dass mir die Grundlagenforschung ein bisschen schwer fällt. Da braucht man aus meiner Sicht viel intrinsische Motivation. Das liegt mir nicht so. Und dann dachte ich, okay, dann mache ich lieber einen kompletten Cut: Bevor ich Mathematik mache, die ich nicht so toll finde, mache ich lieber ganz was anderes. Energiethemen fand ich schon damals total interessant und habe mich deswegen in die Richtung beworben. Bei den Rückmeldungen hatte ich das Gefühl, da gibt es Leute, die wissen zu schätzen, dass man Mathe studiert hat und lösungsorientiertes Arbeiten gelernt hat, und die denken, dass man das Fachliche dann auch schnell hinkriegt.

Sie haben auch Meteorologie im Nebenfach studiert, das geht ja schon in Richtung Anwendung.

Ja, stimmt. Aber das ist weder in meine Diplomarbeit noch in meine Doktorarbeit eingeflossen. Eine gewisse Affinität zu dem Umweltthema hatte ich dadurch aber schon.

Und wie sind Sie als Schülerin auf die Idee gekommen, Mathematik zu studieren?

Ich sage immer, es war das, was ich am besten konnte. Es ist mir tatsächlich immer leichtgefallen, und ich habe es immer gerne gemacht. Es war das einzige Fach, wo ich in meiner Schulkarriere durchgehend meine Hausaufgaben selber gemacht habe, und da dachte ich dann, warum nicht? Und das Schöne war ja auch, damals gab es noch keinen NC, das heißt, ich konnte mir aussuchen, wo ich hingehen möchte.

Sie haben in Berlin an der Freien Universität studiert, sind aber nicht gebürtig aus Berlin.

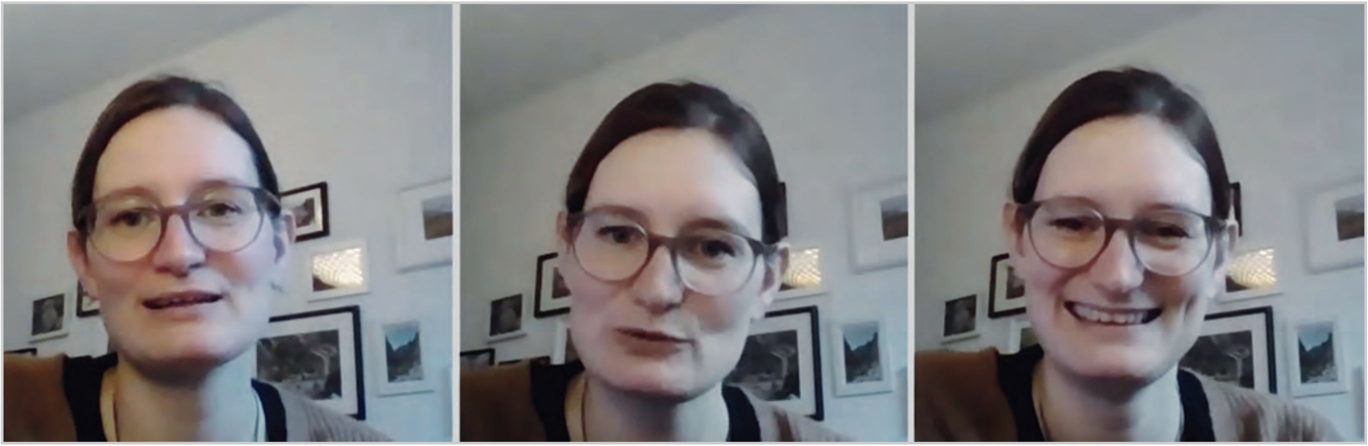
Nein, gebürtig komme ich aus Hamburg, bin aber in Buxtehude groß geworden. Ich wollte gern in eine Großstadt und nicht in den Süden. Wenn ich in Hamburg studiere, hat mein Vater gesagt, dann könnte ich ja zu Hause wohnen bleiben. Und dann dachte ich, nee, jetzt muss ich auch mal raus.

Lassen Sie uns auf ihren Arbeitsalltag blicken. Gibt es Aufgaben, die typisch sind für ihre Tätigkeit?

Ich würde sagen, typisch ist tatsächlich, dass wir viel Austausch haben, weil es eben so ein interdisziplinäres Team ist. Man erarbeitet sich ein Thema natürlich ein Stück weit selbst, aber man muss sich häufig rückkoppeln mit Kollegen, besonders dann, wenn man daraus ein Fazit zieht oder Empfehlungen ableitet. Denn das machen wir eigentlich immer in einem größeren Team, wo dann ganz unterschiedliches Wissen und Erfahrungen dahinterstecken. Typisch ist auch, dass man eigentlich immer auf der Suche nach neuen Ideen und Projekten ist, denn ich muss ja auch selber dafür sorgen, dass ich meinem Job behalte.

Sie machen also auch Akquise.

Ja, Projektakquise, Projektanträge schreiben, Partner suchen, alles, was dazugehört; sich überlegen, wie viel Zeit man braucht für die einzelnen Arbeitsschritte und so weiter und so fort. Und dann gehören viele klassische Projektmanagementarbeiten zum Arbeitsalltag.



Stills aus dem Interview

Gibt es Tätigkeiten, die zu ihren Lieblingsaufgaben gehören?

Ja, tatsächlich mag ich es gerne, wenn es darum geht, etwas zu strukturieren. Und da ist mir auch egal, was das ist. Zum Beispiel, wenn wir ein neues Projekt haben und es geht darum einen Antrag von 15 Seiten in einen Arbeitsplan zu übersetzen: Was baut eigentlich aufeinander auf? Was ist voneinander abhängig, und wo sind vielleicht Fallstricke zu erwarten? Oder wenn ich meine Kollegen bei der Modellierung begleite, dann finde ich das auch immer schön zu gucken, an welchen Stellen muss ich ins Detail gehen und an welchen kann ich Daten auch oberflächlich ins Modell einpflegen. Struktur reinbringen – solche Aufgaben finden sich eigentlich an ganz vielen Stellen.

Das klingt als ob Ihr Mathematikerinnen-Sein hier zum Tragen kommt. Sehen Sie sich eigentlich als Mathematikerin?

Also, man hat sich das ja ausgesucht, so ein Studium. Und wenn man am Ball bleibt, zeigt das schon, dass man dafür auch eine große Liebe hat. Und trotzdem tue ich mich mittlerweile mit nur einer Berufsbezeichnung total schwer.

Wenn Sie jetzt jemand fragen würde, was sind Sie von Beruf, was würden Sie antworten?

Dann sage ich wissenschaftliche Mitarbeiterin.

Wenn man als ausgebildete Mathematikerin oder Mathematiker einsteigen möchte in die nachhaltigkeitsorientierte Forschung für die Praxis, wie macht man das am besten?

Erst mal glaube ich, man muss einfach darauf vertrauen, dass man ganz viele Qualitäten mitbringt aus dem Studium. Und dann braucht man eben auch das Gegenüber, das weiß, dass man die fachlichen Sachen schnell aufbauen kann und dafür auch eine gute Auffassungsgabe mitbringt.

Kann man bereits im Studium drauf achten, dass man die passenden Kompetenzen entwickelt?

Man kann das natürlich auch während des Studiums machen. Ein Praktikum ist immer eine Möglichkeit, darüber kann man einfach mal in eine andere Richtung reinschnuppern. Und wenn man sich wirklich für Nachhaltigkeitsthemen interessiert, dann gibt es an den Universitäten ganz viele studentische Initiativen, an denen man sich beteiligen kann. Ich scheue mich aber immer ein bisschen davor zu sagen, man sollte dies und das machen. Man sollte eigentlich das machen, was einen interessiert. Und wenn es eben Nachhaltigkeitsthemen sind, dann wird man automatisch mal in die Richtung gucken und sehen, wo sich Möglichkeiten ergeben.

Zum Schluss möchte ich noch mal auf die Zukunft der Energieversorgung zurückkommen. Welchen Beitrag können die Prosumer dazu leisten?

Rein theoretisch ist es schon möglich, dass man in Deutschland etwa 80 Prozent des Strombedarfs mit solchen Prosumer-Anlagen deckt – wenn man wirklich alle Dachflächen nutzt. Gegenwärtig sind es erst um die zehn bis 15 Prozent.

Frau Gährs, ich danke Ihnen für dieses Gespräch.

Das Gespräch führte Kristina Vaillant,
freie Journalistin in Berlin.
www.vaillant-texte.de

Das Institut für Mathematik und Informatik der Universität Greifswald

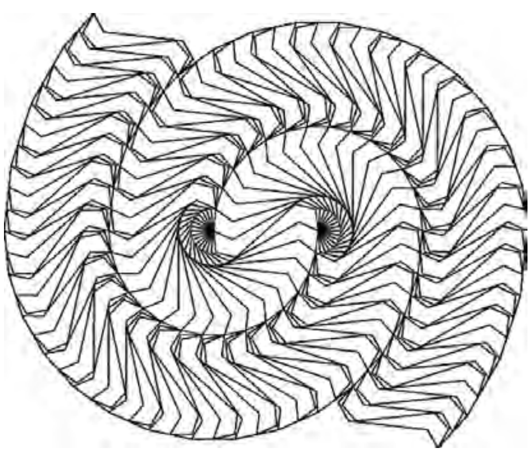
Ines Kath

Moderne Mathematik an einer Universität mit Tradition und Meer

Tradition

Die Universität Greifswald gehört zu den ältesten Universitäten Mitteleuropas. Im 19. Jahrhundert begann die Mathematik hier eine eigenständige Rolle zu spielen. Seitdem wirkten zahlreiche namhafte Mathematiker in Greifswald: Leo Koenigsberger (ordentlicher Professor von 1866 bis 1869), Eduard Study (1897–1904), Friedrich Engel (1904–1913), Felix Hausdorff (1913–1921), Johann Radon (1922–1925), Karl Reinhardt (1928–1941), Willi Rinow (1950–1972).

Vielen bekannt ist die von Heinz Voderberg, einem Schüler von Karl Reinhardt, gefundene Spiralkachelung der Ebene durch 9-Ecke. Sie ist heute das Logo unseres Instituts.



Forschung

Da wir ein eher kleines Institut sind, konzentrieren wir uns auf einige wenige Schwerpunkte:

Schwerpunkt Algebra, Geometrie, Topologie
In der Arbeitsgruppe um Joscha Diehl, Alexander Engel, Ines Kath und Konrad Waldorf untersuchen wir Probleme an den Schnittstellen von Algebra, Geometrie und Topologie.

Zum einen beschäftigen wir uns mit Fragestellungen der klassischen Differentialgeometrie von semi-Riemannschen und konformen Mannigfaltigkeiten und ihren Transformationsgruppen. Insbesondere untersuchen wir eingehend pseudo-Riemannsche symmetrische Räume, wobei häufig Methoden aus der Lie-Theorie zum Einsatz kommen.

Zum anderen untersuchen wir in Geometrie, Topologie und Mathematischer Physik auftretende „Höhere Strukturen", mit denen sich verallgemeinerte Arten von Symmetrie beschreiben und untersuchen lassen. Insbesondere beschäftigen wir uns mit höher-kategoriellen Faserbündeln und Zusammenhängen und deren Anwendungen in der String-Theorie.

Innerhalb der Algebra studieren wir Gruppen hauptsächlich vom geometrischen Standpunkt aus: Gruppen nicht-positiver Krümmung wie hyperbolische Gruppen und mittelbare sowie exakte Gruppen werden auf Kämmungen, Kompaktifizierungen und ihre homologischen Eigenschaften untersucht. Mit Assembly-Abbildungen, die in den Vermutungen von Farrell-Jones und Baum-Connes vorkommen, entsteht der Zusammenhang zu geometrischen und topologischen Fragestellungen über Mannigfaltigkeiten.

Schwerpunkt Biomathematik
Der Schwerpunkt Biomathematik beschäftigt sich mit mathematischen Methoden zur Beantwortung biologischer Fragestellungen. Daher spielt unter anderem die mathematische Modellierung eine zentrale Rolle.

Konkret widmet sich die Arbeitsgruppe um Volkmar Liebscher der Entwicklung statistischer Methoden für biologische Anwendungen. Einerseits fokussiert sie sich auf Methoden zur Erkennung und Analyse von sogenannten Change Points in Zeitreihen, andererseits auf die Ableitung von populationsökologischen Modellen auf der Basis von ersten Prinzipien und individuenbasierten Prozessen.

Das zentrale Forschungsthema der Arbeitsgruppe um Mareike Fischer ist die mathematische Phylogenetik, in der evolutionäre Verwandtschaftsverhältnisse rekonstruiert und die mathematischen Eigenschaften daraus resultierender Strukturen analysiert werden. Diese betreffen beispielsweise kombinatorische und graphentheoretische Aspekte von Bäumen und Netzwerken, aber auch stochastische Prozesse auf diesen Strukturen.

Darüber hinaus befindet sich eine Arbeitsgruppe im Bereich Data Science im Aufbau. Diese wird die biomathematische Forschung und Lehre inhaltlich ergänzen und die bereits bestehenden Bezüge zur Bioinformatik weiter ausbauen und stärken.

DOI 10.1515/dmvm-2022-0019

Blick auf die Alte Universitätsbibliothek

Schwerpunkt Wissenschaftliches Rechnen und Informatik
Die Arbeitsgruppe Bioinformatik um Mario Stanke beschäftigt sich mit Methoden maschinellen und statistischen Lernens sowie mit Algorithmen, um strukturierte Probleme aus den Lebenswissenschaften zu lösen. Ein Anwendungsschwerpunkt ist die Genomannotation, für die wir die bioinformatischen Tools AUGUSTUS und BRAKER entwickeln. Diese AG entwickelt darüber hinaus Methoden, Tools und Pipelines aus den Bereichen vergleichende Genomik, Metagenomik, Alignments und Objekterkennung auf medizinischen Bildern. Es werden solche Tools auch in Anwendungsprojekten auf biologische oder medizinische Daten angewandt.

Die Arbeitsgruppe Informatik um Marc Ebner befasst sich mit der menschlichen Wahrnehmung und menschlichem Verhalten und wie beides im Bereich Robotik maschinell reproduziert werden kann. Insbesondere arbeitet die Gruppe in den Bereichen Farbkonstanz (Wahrnehmung von Farben), Machine Consciousness (Erzeugung von maschinellem Bewusstsein), Natural Language Generation (Erzeugung natürlicher Sprache), visuelle Navigation (Navigation anhand von visuellen Daten) und Evolutionäre Algorithmen. Dabei werden bevorzugt Verfahren entwickelt, die auf eine neuronale Verarbeitung abgebildet werden können.

Eine Arbeitsgruppe um Roland Pulch und Bernd Kugelmann beschäftigt sich mit Problemstellungen aus den Bereichen Numerik, Optimierung und wissenschaftliches Rechnen. Häufig werden Modelle auf der Grundlage von Differentialgleichungen untersucht. Dabei geht es zum einen um die Simulation von komplexen und teilweise stochastischen Aufgabenstellungen aus der Praxis (z. B. Elektronik, Finanzmathematik), auch mit Hilfe von Modellreduktion. Insbesondere wird die Quantifizierung von Unsicherheiten durch Schwankungen der Parameter in den Modellen untersucht. Theoretische Resultate fließen hier direkt in die Entwicklung konkreter Lösungsverfahren ein. Zum anderen spielen Optimierungsaufgaben mit Nebenbedingungen in Differentialgleichungsform eine wichtige Rolle in der Forschungsarbeit. Theoretische Fragen der Optimalsteuerung und aus dem Gebiet der Differentialspiele stehen genauso im Fokus wie numerische Methoden zur näherungsweisen Lösung von entsprechenden anwendungsnahen Problemen (z. B. Raumfahrt, Medizin).

Neben diesen Schwerpunkten befindet sich ein Lehrstuhl für *Didaktik der Mathematik* im Aufbau.

Studiengänge

Das Institut bietet neben den ‚üblichen' Studiengängen BSc/MSc Mathematik und Lehramt Mathematik an Gymnasien (Staatsexamen) die Studiengänge BSc Mathematik mit Informatik und BSc/MSc Biomathematik an. Der Schwerpunkt des Studiengangs BSc Mathematik mit Informatik liegt auf mathematischen Inhalten, die aber durch eine Informatikausbildung ergänzt wird, welche den üblichen Umfang eines Nebenfachs übersteigt. Der Studiengang BSc/MSc Biomathematik ist ein interdisziplinärer Studiengang, der in dieser Form deutschlandweit einmalig ist. Studiengegenstände sind Grundlagen der analytischen, stochastischen und diskreten Mathematik sowie Grundlagen der allgemeinen Biologie, Biochemie, Biotechnologie, Genetik, Ökologie und Chemie. Die Studierenden erwerben die Fähigkeit, verschiedenste biologische Sachverhalte mathematisch zu modellieren.

Gegenwärtig haben wir etwa 220 Studierende in diesen Studiengängen. Es geht also eher familiär zu und das Maß an individueller Betreuung liegt weit über dem, was an größeren Universitäten möglich ist.

Internationalität

Selbstverständlich haben wir zahlreiche internationale Kooperationen. Aber auch am Institut selbst gibt es Doktoranden und Mitarbeiter zum Beispiel aus Italien, dem Iran, der Türkei, Jordanien und Südkorea. Wir haben Erasmus-Partner in Helsinki, Turin und Vilnius und regelmäßig absolvieren insbesondere Studierende der Biomathematik einen Auslandsaufenthalt in Neuseeland.

Prof. Dr. Ines Kath
Institut für Mathematik und Informatik der Universität Greifswald,
Walther-Rathenau-Straße 47, 17489 Greifswald
ines.kath@uni-greifswald.de

Dieser Artikel ist in Zusammenarbeit mit den Kollegen des Instituts entstanden.

Ohne Bildung geht es nicht: Pythagoras und die Krise des Beweisens im Mathematikunterricht

Mario Gerwig

Mein Beitrag bezieht sich auf „Ins Gespräch kommen: Schulbuchaufgaben im Mathematikunterricht" in den Mitteilungen 29-2 (2021). Der Initiative liegt – so die Autorinnen Thäter/Lutz-Westphal – etwas vereinfacht gesagt, die durch die beobachtete Entwicklung von Schulbuchaufgaben und durch Zuschriften insbesondere aus dem Bereich der Hochschulmathematik genährte Sorge zugrunde, dass der Mathematikunterricht an den Schulen im Großen und Ganzen immer unmathematischer, die Schulausbildung im Fach Mathematik immer schlechter zu werden scheint. Diese Sorge aus verschiedenen Perspektiven zu diskutieren, ist Ziel der Initiative. Mein Beitrag stellt dazu ein Zentralproblem der Mathematikdidaktik ins Zentrum, beispielhaft entfaltet am Satz des Pythagoras und dessen Beweisvielfalt, und trägt zu diesem Schreibgespräch damit eine Sicht aus der Schulpraxis und Fachdidaktik bei. Es geht um die Krise des Beweisens, eine eindrückliche Beweissammlung, gelingenden Mathematikunterricht – und um Bildung.

Ausgangslage

Dass das Beweisen in der Schule in einer Krise steckt, wird seit Jahren beklagt. Nicht nur Beweise selbst, insb. die Tätigkeit des Beweisens ist im Mathematikunterricht völlig unterrepräsentiert [14, S. 4], [4]. Beweise werden häufig als ein Tätigkeitsfeld für begabtere Schüler*innen angesehen, wodurch der Aufbau der Kompetenz, die ja für alle gleichermaßen gelten sollte, erschwert bzw. verunmöglicht wird. Zahlreiche empirische Befunde belegen, dass auch starke Schüler*innen [17] sowie viele Studienanfänger*innen [15] teils erhebliche Schwierigkeiten beim mathematischen Begründen haben.

Und auch vielen Lehrpersonen fällt es schwer, da Argumente der Lernenden häufig erst noch ergänzt und gegebenenfalls in die symbolische Sprache der Mathematik transformiert werden müssen.

> Es kann deshalb davon ausgegangen werden, dass beim Thema ‚Beweisen' eine größere Diskrepanz herrscht zwischen dem Anspruch, wie er sich beispielsweise in Bildungsstandards manifestiert, und der Wirklichkeit, realisiert als alltägliche Praxis des Mathematikunterrichts einzelner Lehrpersonen. [1, S. 2]

Doch auch in der Unterrichtstheorie kommt dem Beweisen nicht die Rolle zu, die es eigentlich verdient hätte. Es scheint geradezu charakteristisch, dass Heymann in seinem Katalog „zentraler Ideen für den Mathematikunterricht" [8, S. 173–182] keine Leitidee des Beweisens vorgeschlagen hat – Gerwig hat diese Ergänzung schließlich vorgenommen [3] – und es ist daher auch wenig verwunderlich, dass auch in den Bildungsstandards Beweise bzw. die Tätigkeit des Beweisens nur sehr implizit Erwähnung findet; man könnte gar von dem Gefühl beschlichen werden, man vermeide die entsprechenden Vokabeln bewusst. Beispielsweise werden Beweise tatsächlich ausschließlich innerhalb der Kompetenz ‚Mathematisch argumentieren' erwähnt, wo von „einfachen Plausibilitätsargumenten über inhaltlich-anschauliche Begründungen bis zu formalen Beweisen" die Rede ist [10, S. 14].

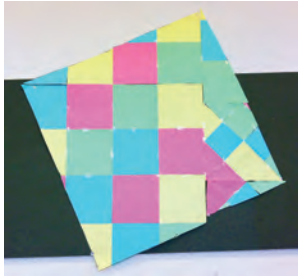
Man sucht jedoch vergeblich nach einem konkreten Inhalt, d. h. nach Sätzen, die im Unterricht bewiesen werden sollten. Ein Blick in die Schulbücher hilft bei diesem Dilemma kaum weiter. Mit jeder Auflage scheinen sich die Beweise immer mehr zurückzuziehen, was auch Hermann Karcher (Bonn) in seinem Brief in den *Mitteilungen* 29-3 (2021, S. 112) beklagt. Vielleicht ist es an der Zeit für einen Katalog an (im Wagenschein'schen Sinn) exemplarischen, in den unterschiedlichen Klassenstufen zu beweisenden Sätzen.

Nicht unerwähnt bleiben soll bei all dieser Kritik jedoch eine rühmliche Ausnahme: In dem Band *Neue Wege* für die Klasse 9 (NRW) [11] findet sich das Unterkapitel „Begründen des Satzes von Pythagoras". In diesem werden auf fünf Seiten insgesamt 14 Beweise unterschiedlicher Art (Beweise durch Zerlegen und Umlegen, durch Ergänzung, durch Flächenumformung, mit Rechnen, durch Hinschauen, durch das Verwenden bekannter Sätze, mithilfe von Kongruenz und Ähnlichkeit etc.) behandelt. Hier rückt am Beispiel des Satzes von Pythagoras das Beweisen selbst auf erfreuliche Art in den Mittelpunkt, was Lehrpersonen die Möglichkeit gibt, auf unkomplizierte Weise in ein bis zwei Doppelstunden dem Beweisen in der Mathematik die Aufmerksamkeit zukommen zu lassen, die es verdient hat.

Das vielleicht berühmteste Theorem der Mathematik

Im Satz des Pythagoras verbirgt sich ein nur selten genutztes Potential, wenn es um das Beweisen im Mathematikunterricht geht. Dieses Potential liegt in der ungeheuren Beweisvielfalt des Satzes.

DOI 10.1515/dmvm-2022-0020



In der Ouvertüre der beschriebenen Pythagoras-Unterrichtseinheit werden 24 große und kleine Quadrate zu einem einzigen Quadrat vereinigt. Doch ist das Resultat tatsächlich ein Quadrat?

Diese wird bislang jedoch nicht nur im Unterricht, sondern insbesondere auch in der Unterrichtsforschung viel zu wenig nutzbar gemacht: Die sogenannte Pythagoras-Studie [9] (Laufzeit: 2000–2007), in welcher Kontext-, Bedingungs- und Prozessmerkmale von Unterricht sowie deren Bedeutung für die Entwicklung von Schüler*innen untersucht worden sind und an der insgesamt 20 deutsche und 20 Schweizer Klassen teilnahmen, machte es zur notwendigen Bedingung, dass innerhalb von drei Unterrichtsstunden der Satz des Pythagoras erarbeitet, bewiesen und angewendet werden musste. Wenn ein videographierter Unterricht diese Voraussetzung nicht erfüllte, konnte er in der Studie nicht berücksichtigt werden.

Der Satz des Pythagoras – das vielleicht berühmteste Theorem der Mathematik – hat über die Jahrhunderte hinweg einen erstaunlichen Reiz auf Personen sämtlicher Kulturkreise ausgeübt: Es gibt Beweise aus dem antiken Griechenland und dem alten China, von Künstlern und Philosophen, Mathematikprofis und -amateuren. Bei welchem anderen Thema kann es gelingen, Euklid von Alexandria und einen amerikanischen Präsidenten (James A. Garfield), Leonardo da Vinci und Gottfried Wilhelm Leibniz, indische und persische Mathematiker, Seilspanner aus dem alten Ägypten, Architekten aus dem antiken Griechenland sowie Zimmermänner und Maurer der Gegenwart an einen Tisch zu bringen?

Der Amerikaner Elisha Scott Loomis (1852–1940) erkannte zu Beginn des 20. Jahrhunderts diesen besonderen Reiz und begann damit, Pythagoras-Beweise zu sammeln, zu ordnen und neue zu entwickeln. Das erste Manuskript stellte er 1907 fertig. Es enthielt 230 verschiedene Beweise und erschien zwanzig Jahre später unter dem Titel *The Pythagorean Proposition*, die zweite Auflage (1940, Nachdruck 1968) beinhaltete über 370 Beweise.

Dies mag zunächst überreichlich, vielleicht unbescheiden erscheinen, immerhin reicht ein einziger gültiger Beweis aus, um die Richtigkeit des Satzes ein für alle Mal darzulegen. Nur den Satz zu verifizieren kann daher unmöglich das Ziel seiner eindrücklichen Sammlung sein. Bei der intensiveren Lektüre wird schließlich das eigentliche Potential deutlich: Die Sammlung ist Kristallisationskern einer Geistes- und Kulturgeschichte der Mathematik, verdichtet am pythagoreischen Lehrsatz, einem der zentralen Sätze der elementaren Geometrie und einem der wichtigsten Sätze der Schulmathematik. Eine Fundgrube für jeden Mathematiker, jede Mathematikerin, alle in der Ausbildung von Mathematiklehrpersonen Beschäftigten und jede Mathematiklehrperson selbst – und für den heutigen Unterricht eine echte Chance, das Beweisen so zu thematisieren, dass nicht nur ein einzelnes Beweisprodukt, sondern vielmehr der Beweisprozess und damit das, was es mit dem Beweisen in der Mathematik eigentlich auf sich hat, deutlich werden kann.

Umso erstaunlicher, dass Loomis‘ Buch nur in zwei Auflagen erschienen und heute nur noch antiquarisch zu horrenden Preisen erhältlich ist – bis jetzt.

Der Satz des Pythagoras im Unterricht

Über 50 Jahre nach der letzten Auflage ist nun eine aktualisierte, deutlich erweiterte und explizit auf den Schulunterricht ausgerichtete, deutsche Übersetzung erschienen [5]. Die beiden Beweiskapitel mit insgesamt rund 365 Beweisen werden gerahmt durch ein Kapitel über die Mathematik der Pythagoreer, in welchem neun mathematische Erkenntnisse im Zentrum stehen, sowie ein ausführliches Unterrichtskapitel, welches eine mehrfach erprobte Unterrichtseinheit präsentiert und in welcher die Beweissammlung bzw. mehrere Pythagoras-Beweise aus dieser Sammlung eine entscheidende Rolle spielen.

Dadurch wird das mathematikdidaktische Zentralproblem zu lösen versucht, das Beweisen so in den Unterricht zu bringen, dass nicht nur ein einzelner Beweis, sondern damit auch die Denkhaltung hinter der Idee des Beweisens deutlich wird. Denn es besteht ein breiter Konsens in der Feststellung, dass die Möglichkeit, Aussagen ein für alle Mal zu beweisen, ein Privileg ist, das der Mathematik vorbehalten ist. Erst durch die Entdeckung des Beweisens im antiken Griechenland haben sich die rein numerologischen Betrachtungen der Ägypter und Babylonier zu einer Kunst der Deduktion, zur Wissenschaft weiterentwickelt. Und Beweisen ist bis heute das Charakteristikum der Mathematik. Gleichzeitig stellt dieses Charakteristikum Unterricht und Lehre vor eine gewaltige Herausforderung, und zu verstehen, was es mit dem Beweisen eigentlich auf sich hat, ist eine der größten Herausforderungen.

Die in der Beweis-Sammlung dargestellte Unterrichtseinheit schlägt hier nun einen besonderen Ansatz vor. Nach der Entdeckung des Satzes wird dieser nicht, wie so häufig, von der Lehrperson (ggf. mit partizipativen Anteilen der Schülerschaft) bewiesen, um ihn anschließend in vielfältiger Form anzuwenden. Bei einem solchen Vorgehen bleibt die Funktion des Beweises [7] meist fraglich: Wird der Satz bewiesen, um die Lernenden von dessen Richtigkeit zu überzeugen? Wenn ja, wurde denn zuvor überhaupt ernsthaft bezweifelt, ob der Satz wirklich stimmt? Oder wird er bewiesen, um an dem Beweis etwas neues, bspw. neue Aussagen, zu entdecken? Oder wird er bewiesen, um bereits bekannte Definitionen, Sätze und Begriffe miteinander in Beziehung zu setzen? Oder – und diese Begründung kommt vermutlich nicht gerade selten vor – wird er vielleicht bewiesen, weil man das in der Mathematik einfach so macht?

Ouvertüre Quadrate vereinen und entzweien (2–3 Stunden)	*I. Akt* Pythagoras und „sein“ Satz (1 Stunde)	*II. Akt* Beweisvielfalt (4 Stunden)	*III. Akt* Beweisen in den *Elementen* Euklids (1 Stunde)	*IV. Akt* Übungsphase (ca. 4 Stunden)	*Finale* Rück-und Ausblick (1–2 Stunden)
Aus 24 mach 1: 24 kleine und große Quadrate werden zu einem einzigen Klassenquadrat vereinigt. Zwischenschritte: Vereinigung zweier gleich bzw. unterschiedlich großer Quadrate und Entzweiung eines Quadrats in zwei gleich bzw. unterschiedlich große Quadrate. Optional: Lesen des Menon-Dialogs bei der Vereinigung zweier gleich großer Quadrate.	Dass bei der gefundenen Vereinigung zweier unterschiedlich großer Quadrate (a^2 und b^2) zu einem flächengleichen Quadrat (c^2) tatsächlich ein Quadrat entsteht, ist nicht selbstverständlich und wird im erarbeitenden Unterrichtsgespräch bewiesen. Der Satz erhält seinen Namen und wird in der „klassischen“ Version formuliert.	In Gruppen werden verschiedene Beweise aus der Loomis-Sammlung erarbeitet und präsentiert bzw. in Expertengruppen diskutiert, so dass sich alle in mindestens einen Beweis intensiv einarbeiten und mehrere Beweise kennen lernen. Der Satz selbst rückt dabei in den Hintergrund, die *Beweistätigkeit* steht nun im Zentrum.	In den *Elementen* Euklids beschließt der Satz des Pythagoras das erste Kapitel. Die Analyse dieses Beweises gewährt einen Einblick in den deduktiven Aufbau der Mathematik: mathematische Wahrheiten ruhen aufeinander und gehen auseinander hervor. Basis sind Definitionen, Postulate und Axiome.	Das Gelernte soll gefestigt werden: Höhen- und Kathetensatz, Umkehrung des Satzes des Pythagoras, Verwandlungen von Flächen, verschiedene Anwendungen, Abstände und Kreise im Koordinatensystem, Wurzelgesetze u. a.	Überraschend: Der Satz des Pythagoras lässt sich auf beliebige (ähnliche) Figuren, die über den Dreiecksseiten errichtet werden, verallgemeinern – der Beweis findet sich ebenfalls in den *Elementen*. Zudem wird die Historie des Satzes, insb. dessen Anwendungen im alten Ägypten und antiken Griechenland, beleuchtet.

In der im Buch vorgestellten Unterrichtseinheit hat das Beweisen eine andere, klar definierte Funktion. Hier wird der Satz des Pythagoras auf vielfältige Art und auf unterschiedlichen Wegen bewiesen, weil es sich bei ihm um ein Muster für die Entdeckungen der antiken Mathematik handelt, an welchem sich exemplarisch erkennen lässt, wie die mathematischen Wahrheiten der euklidischen Geometrie aufeinander ruhen und was es mit dem Beweisen in der Mathematik auf sich hat. Dabei kann die eigentliche Aussage des Satzes in den Hintergrund und das Beweisen selbst ins Zentrum der Aufmerksamkeit rücken. Dieses Ziel kann besonders dann erreicht werden, wenn es gelingt, mehrere Beweise desselben Satzes zu verstehen und zu diskutieren. Genau dies geschieht nach einer rund zweistündigen Ouvertüre und der Entdeckung des pythagoreischen Zusammenhangs im II. Akt der lehrkunstdidaktisch angelegten Unterrichtseinheit. Anschließend rückt der historisch wertvolle euklidische Beweis aus den Elementen ins Zentrum, bevor der Satz angewendet und abschließend in den historischen Kontext des antiken Griechenlands eingebettet wird.

Das beschriebene Vorgehen (eine ausführliche Beschreibung findet sich in [5, S. 310–325]) ist in den letzten Jahren an zahlreichen Schulen in Deutschland und der Schweiz durchgeführt worden. Eine empirische Untersuchung des Unterrichts steht noch aus, doch erste Resultate aus Befragungen von Lehrpersonen und Lernenden zeigen, dass es sich dabei um einen vielversprechenden Ansatz handeln könnte, um das beschriebene didaktische Problem zu bearbeiten und insgesamt den so erteilten Beweisunterricht als Bildungsunterricht im Sinne Klafkis zu erfahren.

Denn ohne Bildung geht es nicht und ein rein utilitaristisches Unterrichtsverständnis, bei dem es bezüglich eines zu unterrichtenden Inhalts nur noch um die Frage nach einem möglichen Nutzen und einer möglichst sinnvollen Anwendung geht und das immer wieder von verschiedenen Seiten in die Diskussion um einen gelingenden Mathematikunterricht eingebracht wird – zuletzt von Harald Gercken in den *Mitteilungen* 29-3 (2021, S. 165 f) – greift für eine Schule, die nicht nur ein Lern-, sondern auch ein Bildungswesen sein will, viel zu kurz. Eine bildungsdidaktische Analyse der beschriebenen Unterrichteinheit kann an dieser Stelle nicht erfolgen, kann aber in [5, S. 325–338] nachgelesen werden.

Ausblick: Ein Weg aus der Krise

Das Beweisen im Mathematikunterricht steckt in einer Krise, das didaktische Problem scheint noch immer weitgehend ungelöst: Wie kann es gelingen, den Satz des Pythagoras so zu unterrichten, dass Lernende ihn als ein Muster für die Entdeckungen der antiken Mathematik verstehen, an ihm exemplarisch erkennen, wie die mathematischen Wahrheiten der euklidischen Geometrie aufeinander ruhen und damit auch begreifen, was es mit dem Beweisen in der Mathematik auf sich hat?

Mithilfe der herkömmlichen Schulbücher und Schulbuchaufgaben kann dieses Problem kaum ausreichend bearbeitet werden. Beweise werden dort durch Übungsaufgaben mit oftmals zweifelhaften Anwendungen und fragwürdigen Kontexten immer weiter zurückgedrängt. Natürlich ist es sehr wichtig, im Unterricht deutlich zu machen, wozu gewisse mathematische Sachverhalte genutzt werden können, wo Mathematik im Alltag vorkommt und wie sie unser Leben in zahlreichen Situationen beeinflusst. Doch dieser utilitaristische Fokus darf nicht zur Hauptsache, schon gar nicht zur einzigen Motivation werden.

> Bildung ist in der Schule überall und nirgends. In den Präambeln herrscht Bildung, aber im Unterrichtsalltag herrscht Lernen. Und die Verbindung von Lernen und Bildung ist konzeptionell und institutionell meist nur ein glücklicher Zufall: Bildung hat in der Schule keine Heimat gefunden!

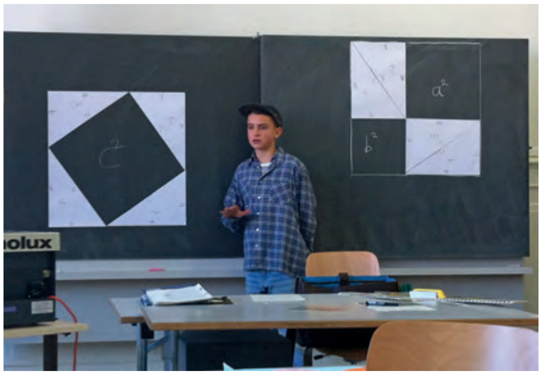


Foto: Mario Gerwig

Ein Schüler präsentiert im II. Akt einen Verschiebebeweis im Plenum. Es handelt sich um den geometrischen Beweis Nr. 218 (S. 273 f) im hier vorgestellten Buch.

> Das Schulwesen soll und will aber auch ein Bildungswesen sein und nicht nur ein Lernwesen[,]

betont der Marburger Schulpädagoge Hans Christoph Berg schon seit Jahren [6]. Für den Satz des Pythagoras liegt – in der Grundfigur übrigens seit 1960 [18] – ein ausführlicher und praxiserprobter Vorschlag vor, der sowohl das beschriebene, fachdidaktische Zentralproblem, als auch die Forderung nach einem bildenden Unterricht umzusetzen versucht. Er kann den Mathematikunterricht an den Schulen und die Ausbildung von Mathematiklehrpersonen beleben, da an ihm Grundfragen des Mathematikunterrichts deutlich werden: Was heißt es eigentlich, etwas zu beweisen? Warum ist es wichtig, dass auch Schüler*innen dies mit- und nachvollziehen? Und wie können diese Grundfragen im Mathematikunterricht gelingend inszeniert werden? Wenn man am Pythagoras einmal ausführlich gelernt hat, was es heißt, etwas zu beweisen und sich einer Sache gewiss zu sein, so kann an anderer Stelle viel leichter und verständnisvoller ein kurzer Beweis ausreichen, ja man kann sogar eine mathematische Wahrheit ohne Beweis akzeptieren, da man ja bereits erlebt hat, dass Mathematik nicht autoritär ist, mathematische Wahrheiten aufeinander ruhen und grundsätzlich beweisbar sind.

Literatur

[1] Brunner, E. (2014): Mathematisches Argumentieren, Begründen und Beweisen. Grundlagen, Befunde und Konzepte. Heidelberg: Springer Spektrum.

[2] Gercken, H. (2021): Meine Vision von einem zeitgemäßen Mathematikunterricht auf dem Weg zum Abitur. In: Mitteilungen der DMV, 29-3. S. 165–166.

[3] Gerwig, M. (2015): Beweisen verstehen im Mathematikunterricht. Axiomatik, Pythagoras und Primzahlen als Exempel der Lehrkunstdidaktik. Wiesbaden: Springer Spektrum.

[4] Gerwig, M. (2020): Ein Film über die Entstehung des Beweisens im Unterricht. Neue Ansätze für eine seit Langem bestehende Herausforderung der Didaktik. GDM-Mitteilungen 109 (Juli 2020). S. 34–36.

[5] Gerwig, M. (2021): Der Satz des Pythagoras in 365 Beweisen. Mathematische, kulturgeschichtliche und didaktische Überlegungen zum vielleicht berühmtesten Theorem der Mathematik. Berlin: Springer Spektrum.

[6] Gerwig, M.; Wildhirt, S. (Hrsg.) (2016): Das Schulwesen soll und will auch ein Bildungswesen sein. Lehrkunstdidaktik im Dialog. Baltmannsweiler: Schneider Verlag Hohengehren.

[7] Hefendehl-Hebeker, L.; Hußmann, S. (2010): Beweisen – Argumentieren. In: Leuders, T. (Hrsg.) (2010): Mathematikdidaktik. Praxishandbuch für die Sekundarstufe I und II. Berlin: Cornelsen Scriptor. S. 93–106.

[8] Heymann, H. W. (1996/22013): Allgemeinbildung und Mathematik. Weinheim: Beltz.

[9] Klieme, E.; Pauli, C.; Reusser, K. (Hrsg.) (2006): Dokumentation der Erhebungs- und Auswertungsinstrumente zur schweizerisch-deutschen Videostudie „Unterrichtsqualität, Lernverhalten und mathematisches Verständnis“. Teil 3: Videoanalysen. Frankfurt a. M.: Materialien zur Bildungsforschung. Band 15.

[10] KMK (2015): Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife. Bonn und Berlin: KMK. Link: https://is.gd/qQUqBm

[11] Körner, H.; Lergenmüller, A.; Schmidt, G.; Zaccharias, M. (Hrsg.) (2022, i.V.): Neue Wege Mathematik 9. Arbeitsbuch für Gymnasien (Ausgabe Nordrhein-Westfalen). Braunschweig: Westermann.

[12] Loomis, E. S. (1927): The Pythagorean Proposition. Its Proofs Analyzed and Classified and Bibliography of Sources For Data of the Four Kinds of Proofs. Cleveland: Masters and Wardens Association of the 22nd Masonic District of the Most Worshipful Grand Lodge of Free and Accepted Masons of Ohi

[13] Loomis, E. S. (21940, Nachdruck 1968): The Pythagorean Proposition. Its Demonstrations Analyzed and Classified and Bibliography of Sources for Data of the Four Kinds of “Proofs”. Washington D.C.: The National Council of Teachers of Mathematics.

[14] Malle, G. (2002): Begründen – eine vernachlässigte Tätigkeit im Mathematikunterricht. Basisartikel. In: Mathematik lehren, Heft 110. Seelze: Friedrich-Verlag. S. 4–8.

[15] Nagel, K. & Reiss, K. (2016): Zwischen Schule und Universität: Argumentation in der Mathematik. In: Zeitschrift für Erziehungswissenschaft, 19(2), S. 299–328.

[16] Thäter, G; Lutz-Westphal, B. (2021): Ins Gespräch kommen: Schulbuchaufgaben im Mathematikunterricht. In: Mitteilungen der DMV, 29-2. S. 82–83.

[17] Ufer, S.; Heinze, A.; Reiss, K. (2008): Individual predictors of geometrical proof competence. In: Figueras, O.; Cortina, J.L.; Alatorre, S.; Rojano, T.; Sepulveda, A. (Hrsg.): Proceedings of the Joint Meeting of PME 32 and PME-NA XXX. Vol. 4. Mexico: Cinvestav-UMSNH. S. 361–368.

[18] Wagenschein, M. (1960): Das exemplarische Lehren als fächerverbindendes Prinzip: der Satz des Pythagoras. In: Ders. (42009): Naturphänomene sehen und verstehen. Genetische Lehrgänge. Das Wagenschein-Studienbuch. Herausgegeben von Hans Christoph Berg. Band 4 der Reihe „Lehrkunstdidaktik“. hep-Verlag. Bern. S. 241–256.

Dr. Mario Gerwig, Gymnasium Leonhard in Basel
mario.gerwig@gmail.com

Studium (Mathematik und Chemie Lehramt; 2004–2009, Marburg), Referendariat (2009–2011, Oldenburg). Seit 2011 Lehrer für Mathematik und Chemie an einem Basler Gymnasium. 2014 Promotion mit einer Arbeit über das Beweisen im Mathematikunterricht; seit 2018 Mitglied im Präsidium der Gesellschaft für Lehrkunstdidaktik. Schulbuchautor und Länderberater (Westermann Schweiz), Experte für Maturprüfungen in Mathematik in verschiedenen Schweizer Kantonen sowie für Diplomprüfungen in den Bildungs- und Sozialwissenschaften (PH Luzern).

Gesprächsfäden zum Artikel ‚Meine Vision …'

Harald Gercken

Als Reaktion auf ‚Meine Vision von einem zeitgemäßen Mathematikunterricht auf dem Weg zum Abitur' in den *Mitteilungen* 29-3 (2021) haben mich mehrere DMV-Leser*innen angeschrieben. Wegen des offenbar vorhandenen Interesses an dem Thema habe ich im Folgenden die wesentlichen Aspekte aus den anregenden Diskussionen, die sich daraus kurzzeitig entwickelt haben, zusammengefasst und im Anschluss meine Sichtweisen dargestellt.

A Struktur der Diskussionen

I. Die Diskussionen drehten sich im Wesentlichen um drei thematische Achsen:

1. Was ist die *Ziel-Orientierung* des Mathematik-Unterrichts – ist es ein Bildungsideal (und wenn, wie ist das definiert), oder ist es die Orientierung an den Berufsanforderungen?
2. Was soll *Inhalt des Unterrichts* am Gymnasium sein? Die aktuelle Kompetenzorientierung scheint Begründungen aus dem Mathematikunterricht auszuschließen; es geht derzeit um das Erlernen von Rezepten, nicht aber um das Verständnis, warum ein Rezept funktioniert; thematisch wird die Angewandte Mathematik im Unterricht nicht berücksichtigt.
3. Wer definiert die *Mathematik-Anforderungen* an Abiturient*innen – sollten sich alle Fachbereiche und auch die (sehr heterogene) Wirtschaft mit einbringen?

II. Im Vergleich mit den Anforderungen von Hochschulen und Wirtschaft an die Mathematik-Kenntnisse im Abitur wird die *IST-Situation* im Mathematik-Unterricht als falsch orientiert empfunden:

- die vollständige Kompetenzorientierung gemäß dem PISA Bildungsideal ist keine Mathematik mehr im herkömmlichen Sinne; die Logik hinter der Kompetenz, die Abstraktion, die die Anwendung auf andere, strukturell gleiche Situationen erst ermöglicht, wird nicht mehr vermittelt;
- die Mathe-Anforderungen der Hochschulen an Erstsemester werden von den Fachbereichen der Reinen Mathematik definiert; aus den Bereichen, in die die Mehrheit der Abiturient*innen geht, liegt (außer Kritik) kein Input vor; insofern ist die Diskussion über die Anforderungen einseitig und kann so, wie sie derzeit geführt wird, nicht für alle in gleicher Weise zutreffen.

Die *SOLL-Anforderungen* zur Überwindung des aktuellen, als inadäquat empfundenen Mathe-Unterrichts sollten wie folgt entwickelt werden:

- das Maß an sinnvoller Kompetenzorientierung und das Maß an Mathe-Logik im Unterricht sollte gezielter für die jeweiligen Bereiche definiert und abgestimmt werden;
- zur Orientierung sollte ein zeitgemäßes Bildungsideal definiert werden, das für die Mathematik besser geeignet ist und sowohl althergebrachte (humanistische) Vorstellungen als auch reine (PISA) Kompetenzorientierung überwindet;
- die Anforderungen anderer Fachbereiche und der Wirtschaft sollten mit einbezogen werden; eine ausschließliche Orientierung an den Interessen der Wirtschaft wird aber nicht als sinnvoll angesehen und deshalb ausdrücklich abgelehnt.

III. Die Mängel der heutigen Fehl-Orientierung könnten evidenter kaum sein:

- die Gymnasien berichten seit Einführung der Kompetenzorientierung einen zunehmend besseren Notendurchschnitt im Mathe-Abitur;
- die Bereiche, die die Abiturient*innen im Anschluss an das Abitur aufnehmen (Hochschulen und Wirtschaft), beklagen unisono zunehmende Defizite: die Erfahrungen der Hochschulen und der Wirtschaft scheinen zu belegen, dass die Verbesserung der Noten zu Lasten der Qualität des Mathematik-Unterrichts erzielt wurde. Dies legt nahe, dass Bildung an den Gymnasien nach anderen Kriterien und mit anderen Maßstäben gemessen wird als an den Hochschulen und in der Wirtschaft.

B Diskutierte Kritikpunkte und Fragen

Im Folgenden zitiere ich des Öfteren Meinungen anderer, manchmal wörtlich – meist aber paraphrasiert. Aus dem Kontext ist das jeweils gut ersichtlich.

Allgemeinbildung. Letztlich geht es um Allgemeinbildung (eines allgemeinbildenden Gymnasiums). Das bereits über Jahrzehnte andauernde Verschwinden von stringenten Begründungen im Mathematikunterricht ist zu beklagen. Der heranwachsenden Generation wird das anspruchsvolle logische Denken geradezu vorenthalten, was uns aber im Innovationsindex im Vergleich mit anderen Ländern nicht voranbringen wird, sondern weiter zurückfallen lässt.

DOI 10.1515/dmvm-2022-0021

Andere Studienfächer. Hinsichtlich der Bedeutung der Mathematik in anderen Studienfächern, ist in fast allen Disziplinen wie Physik, Informatik, Wirtschaftsingenieurwesen, Bauingenieurwesen, Biologie, Chemie, Elektrotechnik, Chemieingenieurwesen eine umfangreiche mathematische Grundausbildung vorgesehen; jeder, der die Schule verlässt, sollte wissen, was der Unterschied zwischen linearem und exponentiellem Wachstum ist.

Angewandte Mathematik. Es ist nicht klar erkennbar, dass sich die Konsequenz ergibt, die in Ihrem Artikel steht. Ich habe nichts gegen die Angewandte Mathematik, ich bin aber dagegen, dass man es den Schülerinnen und Schülern immer leichter macht, ein Abitur zu bekommen; das scheint der Trend zu sein.

Anteile eines Abiturjahrgangs. Es kommt nur in zweiter Linie darauf an, wie viel Prozent eines Abiturjahrgangs Mathematik studieren. Auch diejenigen, die ein Ingenieurstudium aufnehmen, benötigen ein erhebliches Maß an Mathematik und durchlaufen mehrsemestrige Vorlesungen über höhere Mathematik.

Bildungsideal. Die Schule bildet auf das Ziel hin aus, was PISA als Kultur definiert hat; dabei geht es nicht um Bildung an sich, sondern um die Normierung der Bildung.

Employability. Das Verhältnis von Fachausbildung, Berufsausbildung und Allgemeinbildung wurde schon lange diskutiert. Nun soll alles auf die „Employability“ reduziert werden, Allgemeinbildung ist „out“, es zählt nur die zu erwartende Berufswelt, Mathematik als Allgemeinwissen sei „nach heutigen Konkurrenz- und Wertmaßstäben“ überholt, nur der spätere Berufsweg zählt. Welche Halbwertszeit mögen die jetzigen Maßstäbe haben, gilt das in 50 Jahren so auch noch?

Hochschulreife. Spielen die Hochschulreife und das Hochschulstudium noch irgendeine Rolle? Das Abitur galt mal als Vorbereitung auf ein Universitätsstudium, ist davon noch etwas übrig?

Kompetenzorientierung. Durch die durchgängige sogenannte Kompetenzorientierung im schulischen Unterricht wurden auch in der Mathematik die Kenntnisse immer weiter ausgedünnt, was u. a. in den asiatischen Ländern nicht passiert ist. Es haben textschwangere Aufgaben mit angeblichem Anwendungsbezug Einzug selbst in Abiturprüfungen gehalten. Die Mathematik ist aber die der Mittelstufe. Wir beobachten bei Studienanfängern, dass sie nicht einmal richtig mit Brüchen rechnen können.

Logisch denken lernen. Wer richtig logisch denken gelernt und dabei dicke Bretter gebohrt hat, kann auch Industrieprobleme lösen, die erst in 20 Jahren auftreten. Dafür müssen aber die Grundlagen vorhanden sein.

Mathe-Defizite. Die drei Verbände DMV, GDM, MNU haben in einer gemeinsamen Erklärung kürzlich festgestellt, dass 47 % der Studenten Defizite in ihren Mathekenntnissen haben und irgendeinen Mathekurs in ihrem Studium benötigen.

Mehr Mathematik. Es kann im Prinzip nur um mehr als um weniger Mathematik gehen, denn fast jede technische Innovation hat als Basis die Mathematik. Selbst Handwerksbetriebe beklagen unter anderem, dass nicht einmal mehr die Prozentrechnung beherrscht wird.

Mensch sein oder doch nicht. Es ist vermessen, durch die Kompetenzorientierung im Unterricht angeblich bewerten zu können, ob die Kompetenzen ausreichen, um als ‚Mensch‘ zu gelten.

Primat des ökonomischen Nutzens. Mathematik ist so universell, dass die Idee, sie angesichts eines allgemeinbildenden Auftrags der Schulen dem Primat des ökonomischen Nutzens bestimmter Bereiche in Industrie und Wirtschaft unterordnen zu wollen, äußerst befremdlich wirkt.

Schulmathematik. Heute gebräuchliche Schulmathematik ist inhaltlich mindestens 100 Jahre alt. Die Mathematik war dem Zeitgeist immer eher wenig unterworfen. Die KMK-Abiturstandards vom 18. 10. 2012 sind schon recht anwendungsorientiert. Das „mathematische Modellieren“ nimmt dort einen breiten Raum ein, auch in Abituraufgaben. Viel klassische Mathematik ist entrümpelt worden. An Schulreformen hat es bei der Mathematik in den letzten 20 Jahren nicht gefehlt.

Zeitgemäßer Mathematikunterricht. Im Zusammenhang mit Ihrer Utopie von einem zeitgemäßen Mathematikunterricht verweise ich auf einen vielzitierten, schon über 25 Jahre alten Artikel von Heinrich Winter.

C Meine Stellungnahmen und Sichtweisen

1 *Was sind solide Kenntnisse?*

Unsere Welt hat sich in den letzten 50 Jahren in so dramatischer Weise gewandelt, wie es niemand hätte vorhersehen können. In den *Mitteilungen* 29-2 (2021) (S. 82) wird von „inhaltlichem Verfall“ im Matheunterricht und dass „solide mathematische Grundkenntnisse zu kurz kommen“ berichtet. Sollte man da den heutigen jungen Generationen nicht helfen, den Bildungsbegriff ihrer heutigen (der aus Sicht der ‚alten‘ Generationen veränderten) Welt anzupassen? Was wäre daran verwerflich? Wer definiert denn eigentlich, was ‚solide‘ Kenntnisse sind? Liegt das heutige Dilemma im Matheunterricht nicht viel mehr darin, dass das Thema nicht längst angepackt wurde?

2 *Was ist zeitgemäße Allgemeinbildung?*

Zur Allgemeinbildung stellt sich die Frage der Definition und wer diese für die heutigen jungen Generationen vornimmt. Was inhaltlich als ‚Allgemeinbildung‘ angesehen wird, unterliegt dem zeitlichen Wandel.

Was ist es also, das jemandem heute die Kompetenz zuspricht, eine aktuelle inhaltliche Definition vorzugeben – und für welchen Zeitraum sollte das dann gelten? Ich meine, die zeitgemäße Anpassung des ‚Bildungsideals' bedarf schon etwas mehr konsolidierten Aufwands, als nur die vor 25–50 Jahren geltende Interpretation fortzuschreiben – insbesondere dann, wenn es mit den qualitativen Ergebnissen in den letzten Jahren daran gemessen kontinuierlich bergab gegangen ist.

3 Ausbildung sollte zeitgemäß sein

Wenn es bei der Ausbildung darum geht, nach der Ausbildung sein Leben meistern zu können, dann werden die Kriterien hierfür doch unweigerlich von der Weiterentwicklung der Welt beeinflusst. Das heißt nicht, dass das derzeit im Mathematikunterricht verwendete Bildungsideal geeignet ist. Aber einem althergebrachten Bildungsideal zu folgen, nur weil es schön und erhaben war, hilft doch heute auch nicht mehr. Manchem der ‚alten' Generationen erscheint dies schwer erträglich. Aber so, wie die ‚Alten' sich damals ihre zeitgemäße Bildung ‚gesucht' haben, wollen die ‚Jungen' heute ihre zeitgemäße Bildung.

4 Unterstützung oder Gegendruck?

Seit Ewigkeiten haben die Menschen sich ihre Bildungsideale definiert – ohne uns zu fragen. Die Menschen werden auch nach uns weiterhin jeweils für sich ihre Bildungsideale definieren, wie vorher, ohne uns zu fragen. Also unterstützen wir doch besser die ‚Jungen' statt sie zu blockieren!

5 Ausbildung für Broterwerb

Die Ausbildung ist nicht Zeitvertreib, sondern Grundlage für Broterwerb. Letztendlich landen alle unabhängig vom gewählten Weg (ausgenommen nur diejenigen, die einen Lehrberuf einschlagen) in der Wirtschaft oder Verwaltung. Das heißt die Ausbildung auf dem Weg dahin erfolgt entweder

– in der Orientierung an einem Bildungsideal oder
– in der Orientierung am Broterwerb.

Das passt gemeinsam nur dann unter einen Hut, wenn das Bildungsideal zeitgemäß angepasst ist. Derzeit sieht es danach aus, als sei das Bildungsideal auf der Verliererseite, weil es so, wie es derzeit angeboten wird, immer mehr von der realen Welt der Schüler divergiert und demzufolge Opfer mangelnden Interesses wird. Die Realität läßt sich nicht dem Bildungsideal anpassen, nur umgekehrt kann es gehen.

6 Vergeudete Ausbildungszeit

Wenn diese Anpassung aber verweigert wird und das Interesse deshalb bei den Lernenden (und Lehrenden?) verloren geht und die Frustration zunimmt, kann Mathematikunterricht schnell zum mutlosen Einüben von Rezepten mutieren, was aus meiner Sicht für alle Beteiligten die größte Verschwendung der wertvollen Ausbildungszeit ist.

7 Wer setzt den Maßstab für den Matheunterricht?

Nach meiner Kenntnis nimmt nur ein kleiner Bruchteil eines Jahrgangs nach dem Abitur ein Mathematikstudium auf.

Umso überraschender ist, dass obwohl ‚schon lange darüber diskutiert wird', immer noch der Maßstab im Mathematikunterricht und im Abitur die Reine Mathematik ist. Nach meinem Verständnis sollte sich der Mathematikunterricht auf dem Weg zum Abitur daran ausrichten, was für die Mehrheit sinnvoll ist.

Daraus würde folgen, dass man sich zunächst auf die Mehrheit fokussiert und für diese den Matheunterricht gestaltet. Für die übrigen sollte für den Weg zum Abitur eine adäquate Lösung geschaffen werden, die über das Niveau, das heute im Matheunterricht verbreitet angeboten wird, (signifikant) hinausgeht. Solche Ansätze gibt es nach meiner Beobachtung durchaus vereinzelt an manchen Gymnasien.

8 Anpassung an reale Anforderungen

Die heutigen jungen Generationen sollten es uns wert sein, dass wir uns um die Anforderungen, die die Berufswelt nach dem Abitur in Bezug auf Mathematik an sie stellen wird, kümmern und das Bildungsideal und den Unterricht dahingehend anpassen.

Ein solcher Anpassungsprozess (‚Was' soll erreicht werden und ‚Wie' ist der Weg dorthin) muß ergebnisoffen geführt werden, wenn man etwas erreichen will. Die Erfahrung zeigt, dass man entlang des Weges auch auf Stimmen stößt, die partout bewahren möchten und Verteidigungslinien gegen drohende Änderungen ziehen.

Dennoch steht die Erkenntnis, dass man einen problembehafteten Status Quo nur überwinden kann, wenn man bereit ist, eben diesen Status Quo zur Disposition zu stellen, auf breitem Fundament. Dass das im Rahmen unseres Bildungssystems nicht einfach ist, ist klar. Aber Stillstand wäre hier Rückschritt.

9 Anpassung, nicht Unterwerfung der Mathematik

Davon, den Mathematikunterricht Industrie und Wirtschaft unterzuordnen, kann nicht die Rede sein. Das habe ich in meiner ‚Vision' nicht gemeint. Mir geht es um etwas anderes.

Den Mathe-Unterricht auf dem Weg zum Abitur für alle (!) Schüler*innen nach den Anforderungen einer Minderheit auszurichten, halte ich für unpassend. Die vollständige Ausrichtung auf die Wirtschaft wäre aber natürlich ebenso wenig eine sinnvolle Lösung.

10 Verbesserung des Status Quo

Wenn ein unbefriedigender Status Quo überwunden und Fortschritt erreicht werden soll, ist das übliche Vorgehen, unter Einbeziehung der betroffenen Parteien ergebnisoffen ein adäquates Lösungskonzept zu entwickeln, das Ziel und Weg beschreibt und den (nicht selten divergierenden) Anforderungen der einzelnen Gruppen möglichst gut gerecht wird. Wenn ein solches Konzept am Ende des Prozesses vorliegt, wird es umgesetzt. Das skizziere ich in

Fotos: Gudrun Thäter

Außerschulische Erfahrungen mit Anwendungen von Mathematik

meinem Beitrag unter der Überschrift ‚Meine Vision'. Die Vorstellung, Heinrich Winters Überlegungen zu einem allgemeinbildenden Mathematikunterricht, die bereits mehr als ein Vierteljahrhundert zurückliegen (*Mitteilungen der GDM* 61, S. 37–46, 1995), seien bereits die Lösung für die heutigen Probleme und deshalb sollte man sie an den Beginn des Prozesses stellen und zur Rechtfertigung nur noch mit Argumenten unterlegen, teile ich nicht.

11 *Wer braucht wie viel Mathematik und welche?*

Es kann also nicht nur um mehr als um weniger Mathematik gehen, hier ist ein differenzierterer Blick angebracht:

(a) für zukünftige Mathematik-Studierende sollte m. E. signifikant mehr geboten werden als heute. Dafür scheint es auch auf Basis meiner (begrenzten) Erfahrung bei den Gymnasien vereinzelt gute Ansätze zu geben, sodass der Unterrichtstoff maßvoll mit dem ersten Semester ‚verzahnt' wird. (Dies erfordert natürlich Lehrpersonen, die dazu willens und in der Lage sind.)

(b) aus den zukünftigen Bereichen für die anderen sollten deren Anforderungen ebenso aufgenommen werden; das wird sicher heterogener werden und macht es nicht einfacher, aber das ist kein Grund, es nicht zu machen, im Gegenteil, die Gleichbehandlung erfordert es; die Erkenntnis am Ende mag sein, wo für die Mathematiker ‚mehr' genau das richtige wäre, könnte für die anderen nicht ein ‚mehr' sondern ein ‚anders' die geeignete Lösung sein.

Insofern teile ich die Sicht, es könne sich nur um ‚mehr (Reine) Mathematik' handeln, nur bedingt, nämlich für die angehenden Mathematikstudenten; für die anderen ist die Sichtweise m. E. zu kurz gesprungen; die Einbeziehung der heute die nahezu gesamte Welt der Praxis beherrschenden ‚Angewandten Mathematik' ist unausweichlich. In welcher Dosis jeweils, muß eruiert werden.

12 *Ausgewogenheit der Diskussion*

Wie bereits gesagt, fehlen mir in der Diskussion viele Stimmen.

Wenn jeder Bereich, in den Abiturient*innen wechseln, seine eigenen Anforderungen mit dem Nachdruck in die Diskussion einbringen würde, wie die ‚Reine Mathematik' dies macht, würde im Interesse aller auf dem Weg zum Abitur eine bessere Ausgewogenheit der Diskussion erreicht. Eine solche Diskussion wäre sicher aufwendiger und heterogener, aber Vielfalt kann kein Grund sein, diese Bereiche auszugrenzen.

Harald Gercken, Berlin
hgercken@jff-hh.de

Ich habe 1975 mein Diplom in Mathematik an der Universität in Hamburg gemacht; mein Schwerpunkt war die Reine Mathematik (die Angewandte Mathematik war damals zwar schon sehr interessant, aber noch mangels geeigneter Rechner eine eher begrenzte, theoretische Wissenschaft), im Nebenfach habe ich anfangs Physik, dann BWL und VWL studiert. Beruflich war ich (nach einigen Jahren in der Wirtschaftsprüfung) als Unternehmensberater für verschiedene Industrien (im Wesentlichen Produktion, Energie und Finanzdienstleistung) tätig. Die Vorgänge innerhalb von Unternehmen sind mir deshalb sehr transparent und erlauben mir relativ gut den Abgleich der praktischen Anforderungen mit dem Mathematik-Unterricht in der Schule. Verbindung zum und Einblick in den heutigen Schulunterricht und dessen Anforderungen habe ich in den letzten ca. zehn Jahren indirekt regelmäßig dadurch bekommen, dass ich nebenbei in begrenztem Umfang Abiturienten und Studenten in Mathematik und BWL Nachhilfe gegeben habe.

50 Jahre Mathematikstudiengänge an Hochschulen für Angewandte Wissenschaften (HAW)

Hanspeter Bopp und Georg Illies

Der Studiengang Mathematik an der heutigen Hochschule für Technik Stuttgart besteht seit dem WS 1970/71. Dass es in Deutschland an einigen Hochschulen für Angewandte Wissenschaften (HAW) Mathematikstudiengänge gibt, ist nicht sonderlich bekannt. Im Fachbereichstag (FBT) Mathematik sind aber zurzeit immerhin 16 Fachbereiche bzw. Fakultäten von HAW zusammengeschlossen, die mathematische Studiengänge anbieten. Der FBT Mathematik entspricht dabei in seiner Funktion in etwa der universitären Konferenz der mathematischen Fachbereiche (KMathF).

Foto: Gudrun Thäter

Am 15./16. Oktober 2021 fand die jährliche Vollversammlung des FBT Mathematik an der Hochschule für Technik (HFT) Stuttgart statt. Nachdem im Vorjahr nur per Videokonferenz getagt werden konnte, war die Wahl des Ortes in diesem Jahr kanonisch: Der erste Mathematikstudiengang an einer deutschen Fachhochschule startete zum Wintersemester 1970/71 und zwar eben an der heutigen HfT Stuttgart, er besteht also seit 50 Jahren. Diesem Jubiläum waren ein Rückblick auf die Anfänge der Mathematik an Fachhochschulen und eine Bestandsaufnahme gewidmet, wenngleich eine Feier in größerem Rahmen pandemiebedingt nicht möglich war. Gudrun Thäter (DMV) schilderte in ihrem Grußwort den großen Bedarf von Wirtschaft und Gesellschaft sowohl an Mathematikern, als auch an mathematisch ausgebildeten Ingenieuren. Sie hob hervor, dass die HAW jungen Menschen ein Angebot für diese Gebiete unterbreitet, das die etablierten universitären Studiengänge sinnvoll ergänzt. Hanspeter Bopp, Emeritus der HfT Stuttgart und Mitautor dieses Berichts, beschrieb in seinem Vortrag „Über die Anfänge des ersten Studiengangs Mathematik an einer nicht universitären Einrichtung“ die doch etwas abenteuerliche Entstehungsgeschichte und die Anfangsjahre des Stuttgarter Studiengangs. Seine Darstellung sei hier kurz zusammengefasst: Die Einrichtung von Fachhochschulen in Deutschland ab 1969, oft durch Umbenennung und Umgestaltung früherer Ingenieurschulen, war die hochschulpolitische Antwort auf mehrere Erfordernisse, von denen hier vor allem

- die Bewältigung des großen Drucks durch stark anwachsende Studierendenzahlen,
- die Statusanhebung der Ingenieurschulen, insbesondere wegen fehlender Anerkennung in Europa (hier waren die Studierenden selbst sehr laut)
- das Vordringen der EDV in die verschiedensten Arbeitsbereiche

zu nennen sind. Die Mathematiker Wolfgang Biegert (1925–2013; erster Vorsitzender des FBT Mathematik) und Gerhard Kellerhals (1928–2017) an der damaligen Staatlichen Ingenieurschule für Bauwesen Stuttgart entwickelten in dieser Zeit und in einem der Idee günstig gestimmten Umfeld in Stuttgart konkrete Vorstellungen für einen Mathematikstudiengang an einer Ingenieur- bzw. Fachhochschule. Biegert entwarf ein Anforderungsprofil samt Studienplan, Stundentafel, Personalbedarf, Finanzierung und zeitlicher Planung für einen solchen Studiengang. Dabei waren eine Abgrenzung zum Diplomstudiengang der TH Stuttgart sowie eine Ausrichtung an den Erwartungen der regionalen Wirtschaft (Versicherungen, Banken, Datenverarbeitung) an die Absolventen zentrale Ziele. Schlagwortartig formuliert sollten die Absolventen

- mathematisch denken,
- mit dem Rechner umgehen,
- den jeweiligen Anwender verstehen

können. Das achtsemestrige Curriculum umfasste dabei zwei Praxissemester (3. und 6. Semester). Der Studiengang konnte schon im WS 70/71 mit 24 Erstsemestern (Abitur als Zugangsvoraussetzung) starten. Aber die Studienanfänger wussten zu dem Zeitpunkt noch nicht, welchen Namen ihr Abschluss eigentlich tragen würde. Erst am 1. 10. 1971 trat das Fachhochschulgesetz für Baden-Württemberg in Kraft, womit die Ingenieurschule zur Fachhochschule Stuttgart wurde und die zukünftigen Zugangsvoraussetzungen (Abitur oder FH-Reife) sowie der zu erlangende akademische Grad geklärt wurden: Die Absolventen erhielten zunächst den Grad „Mathematiker (grad.)“ – im WS 79/80 wurde zum ersten Mal der Grad „Dipl.-Math. (FH)“ vergeben.

DOI 10.1515/dmvm-2022-0022

Foto: HFT Stuttgart

Hochschule für Technik Stuttgart

Georg Illies (Ostbayerische Technische Hochschule Regensburg), ebenfalls Mitautor dieses Berichts, zog in seinem Vortrag „Mathematik an HAW – Wo stehen wir?“ ein insgesamt positives Resümee der Entwicklung der vergangenen fünf Jahrzehnte: Die Rückmeldungen der Alumni und der Unternehmen sind positiv und Arbeitslosigkeit ist unter Mathematikabsolventen von HAW genauso unbekannt wie bei denen von Universitäten.

Die Gesamtzahlen an Erstsemestern und Absolventen haben sich unter dem Strich recht positiv entwickelt, wenn auch aktuell im vergangenen Jahr ein gewisser Rückgang verzeichnet werden musste. Die Konzeption der Studiengänge, nämlich

– allgemeine wissenschaftliche mathematische Ausbildung, aber
– mit starkem Bezug zu konkreten Anwendungsfeldern und
– erhöhtem IT-Anteil, Praktikum und Industriekooperation,

hat durch hochschulpolitische Entwicklungen, aber vor allem auch durch die weitere Digitalisierung und mathematische Durchdringung der Arbeitswelt und die (Weiter-) Entwicklung vieler mathematisch geprägter Anwendungsfelder (z. B. Finanzmathematik, KI, Data Science, Robotik, IT-Sicherheit/Kryptographie) eine Bestätigung erfahren.

In der anschließenden Diskussion wurde u. a. festgestellt, dass es bislang leider nicht gelungen ist, der Öffentlichkeit, darunter besonders Studieninteressierten und Lehrern, die vielfältigen Einsatzgebiete von Mathematikern – sei es von einer Universität oder von einer HAW – ausreichend zu vermitteln.

Fazit des Rückblicks: Der Studiengang Mathematik der HfT Stuttgart wurde in einer Zeit des hochschulpolitischen Umbruchs konzipiert und war bei aller Planung Neuland. Sowohl dem Engagement der Dozenten als auch der Aufgeschlossenheit des Ministeriums und der Studenten ist es zu verdanken, dass der Studiengang ein Erfolg wurde. Er besteht nicht nur seit nunmehr 50 Jahren, sondern wurde Vorbild für eine Reihe weiterer Mathematikstudiengänge an HAW in Deutschland: Heute bieten 16 Mitglieder des Fachbereichstags Mathematik solche Studiengänge an.

Weitere Informationen zum Fachbereichstags Mathematik auf www.fbt-mathematik.de.

Prof. em. Hanspeter Bopp
Hochschule für Technik Stuttgart, Fakultät Vermessung, Informatik und Mathematik, Schellingstraße 24, 70174 Stuttgart
hanspeterbopp@t-online.de

Prof. Dr. rer. nat. Georg Illies
Ostbayerische Technische Hochschule Regensburg, Fakultät Informatik und Mathematik, Galgenbergstraße 32, 93053 Regensburg
georg.illies@oth-regensburg.de

Hanspeter Bopp war von 1980–2014 Professor für Mathematik an der HfT Stuttgart mit Funktionen als Studiendekan, Dekan und Mitglied im Aufsichtsrat. Von 2001–2009 war er Vorsitzender des FBT Mathematik.

Georg Illies ist seit 2009 Professor für Mathematik an der OTH Regensburg, Schwerpunkt Kryptographie. Seit 2017 ist er Vorsitzender des FBT Mathematik.

20 Jahre GAUSS IN …

Bernhard Hanke

Am 30. April 2002 feierte die Gauß-Vorlesung der DMV in der Alten Handelsbörse in Leipzig Premiere. Anlässlich ihres runden Geburtstags blicken wir auf zwei Jahrzehnte einer bemerkenswerten Vortragsreihe.

Die Gauß-Vorlesung macht Spitzenforschung in der Mathematik erleb- und nachvollziehbar, ohne spezialisierte Kenntnisse vorauszusetzen. Sie bildet neben den Jahrestagungen eine Hauptsäule der Öffentlichkeitsarbeit der DMV. In einem repräsentativen Rahmen – herausragende Örtlichkeit, Grußworte von DMV-Präsidentin und Universitätsleitung, musikalische Umrahmung – rückt sie zweimal im Jahr die Mathematik in den Mittelpunkt eines Festes der Wissenschaft, das allen Interessierten aus Schule, Hochschule und Gesellschaft offensteht.

Das Konzept der Gauß-Vorlesung wurde von Gernot Stroth während seiner DMV-Präsidentschaft (2000–2001) entworfen und lehnt sich an die seit 1993 stattfindende Euler-Vorlesung in Sanssouci an. Wesentlicher Unterschied zur Euler-Vorlesung sind die Trägerschaft durch einen bundesweit vertretenen Fachverband sowie die wechselnden Austragungsorte in Zusammenarbeit mit verschiedenen Universitäten.

Als Patron einer renommierten Vorlesungsreihe, die die Mathematik in ihrer gesamten Breite thematisiert, eignet sich der Mathematiker Carl-Friedrich Gauß (1777–1855) ideal. Dieser große Name ist einerseits mit dem Anspruch verbunden, die besten Vertreter und Vertreterinnen des Faches als Referenten zu gewinnen. Andererseits steht er in besonderer Weise für die öffentliche Wahrnehmung der Mathematik als Wissenschaft sowie ihre enorme Bedeutung für jeglichen technologischen Fortschritt.

Im Mittelpunkt jeder Gauß-Vorlesung steht der einstündige Hauptvortrag. Als erster Sprecher trug Gerhard Huisken (MPI Golm, Tübingen) zum Thema *Geometric Analysis and Gravitation* vor, also zur Beschreibung gekrümmter Raumzeiten und ihrer physikalischen Eigenschaften mithilfe moderner Konzepte aus Analysis und Geometrie. Das Themenspektrum der folgenden Gauß-Vorlesungen ist äußerst vielfältig: von Zahlentheorie, Geometrie und Topologie über Numerik, angewandte Analysis und Wahrscheinlichkeitstheorie bis hin zu Finanzmathematik, Modellierung und Philosophie der Mathematik.

Neben führenden Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftlern aus dem deutschsprachigen Raum waren immer wieder auch internationale Persönlichkeiten zu Gast, wie Mike Hopkins (Harvard) in Wuppertal, Ingrid Daubechies (Duke) in Münster, Ben Green (Cambridge) in Augsburg, Hendrik Lenstra (Leiden) in Aachen, John Morgan (Columbia) in Bonn und Isadore Singer (MIT) in Münster.

Besondere Erwähnung verdienen der Kryptologe Ralph Erskine, der in der zweiten Gauß-Vorlesung am 12. Juni 2002 in München als Zeitzeuge zum Thema *Breaking Naval Enigma at Bletchley Park and in Washington*

Plakat der ersten Gauß-Vorlesung am 30. April 2002 in Leipzig (Gestaltung: Ott+Stein)

DOI 10.1515/dmvm-2022-0023

Foto: Klaus Barbey

Cédric Villani am 23. Oktober 2017 in Regensburg

D.C. – and the Lessons for Today sprach, sowie der Fields-Medaillenträger und Wissenschaftspolitiker Cédric Villani (Paris). In seinem Vortrag *On Triangles, Gases, Prices and Men* am 23. Oktober 2017 verdeutlichte Villani im voll besetzten Neuhaussaal des Regensburger Theaters eindrucksvoll den Austausch von Ideen und Methoden aus Geometrie, statistischer Mechanik und Wirtschaftswissenschaften. (Über die Regensburger Gauß-Vorlesung wurde ausführlich in den *Mitteilungen* 2/3-2018 berichtet.)

Dem Hauptvortrag geht regelmäßig ein weiterer, kürzerer Beitrag voraus, der in den ersten Jahren oft mathematikhistorischen Themen gewidmet war, aber zuletzt auch angrenzende Wissenschaften wie Meeresforschung (Antje Boetius in Bremen, Dezember 2021) oder wissenschaftspolitisch ausgerichtete kabarettistische Darbietungen (Vince Ebert in Karlsruhe, November 2014) umfasste.

Die Gauß-Vorlesung wird von der DMV koordiniert sowie logistisch und finanziell (unter Mitwirkung des Springer-Verlages) unterstützt. Ihr Erfolg beruht entscheidend auf der Organisationsfreude der Kolleginnen und Kollegen vor Ort, die naturgemäß über sehr gute Kontakte zu Schulen und zur örtlichen Presse verfügen. Als Anerkennung ihres Engagements genießen die lokalen Organisatoren ein Vorschlagsrecht für die Sprecher und Sprecherinnen sowie die Federführung bei der Auswahl des Veranstaltungsortes und des musikalischen Begleitprogramms. So ist die Gauß-Vorlesung, die bereits an über dreißig Orten gastierte, fest in der wissenschaftlichen Gemeinschaft verankert. Seit einigen Jahren dient sie zudem als festlicher Rahmen für die Verleihung des von Kaven-Ehrenpreises der DFG an die besten Nachwuchsforscherinnen und -forscher im Heisenberg-Programm.

Im Sommer 2021 fand die erste rein virtuelle Gauß-Vorlesung statt. Hauptvortragende war Maryna Viazovska von der EPFL Lausanne, die über das Leech-Gitter berichtete, ein raffiniertes algebraisch-kombinatorisches Konstrukt, das unter anderem den Schlüssel zur Lösung des dichtesten Kugelpackungsproblems in Dimension 24 liefert. Zwar bietet eine Liveübertragung den Vorteil einer deutlich vergrößerten Zuhörerschaft. Ohne die persönliche Begegnung von Vortragenden und Publikum geht jedoch eine wichtige Idee der Gauß-Vorlesung verloren. Vielleicht wird sich in Zukunft eine Kombination aus Präsenzveranstaltung und Internetübertragung durchsetzen, die das Beste aus beiden Welten verbindet.

Schon jetzt blicken wir auf das Jahr 2027, in dem wir am 30. April nicht nur den 250. Geburtstag von Gauß feiern werden, sondern auch das 25-jährige Jubiläum der Gauß-Vorlesung der DMV.

Prof. Dr. Bernhard Hanke
Lehrstuhl für Differentialgeometrie, Universität Augsburg,
Universitätsstraße 14, 86159 Augsburg
bernhard.hanke@math.uni-augsburg.de

Bernhard Hanke, Jahrgang 1971, studierte Mathematik und theoretische Physik in München, Cambridge und Bonn. Nach Promotion und Habilitation an der LMU München wechselte er im Jahr 2009 auf eine Professur an die TU München und im Jahr 2010 auf den Lehrstuhl für Differentialgeometrie an die Universität Augsburg. Er ist Koordinator des DFG-Schwerpunktprogramms Geometrie im Unendlichen *und Mitherausgeber der* Mathematischen Annalen *und des* Tunisian Journal of Mathematics.
Seit 2016 ist er DMV-Beauftragter für die Gauß-Vorlesung.

INFORMATIONEN

Die Informationen in den folgenden Rubriken beruhen auf Meldungen der mathematischen Institute/Fachbereiche.

NEUE MITGLIEDER

[Nur in der gedruckten Ausgabe]

TODESFÄLLE

Herr Prof. em. Dr. Dr. h. c. Jacques **Tits** (Paris) ist am 5. Dezember 2021 verstorben.

Herr Prof. em. Dr. Ernst **Kunz** (Regensburg) ist im April 2021 verstorben.

Herr Peter **May** (Erlangen) ist am 26. Oktober 2021 verstorben.

Herr Prof. em. Dr. Hans-Heinrich **Körle** (Marburg) ist am 12. November 2021 verstorben.

Herr Jürgen **Weiß** (Leipzig) ist am 13. Dezember 2021 verstorben.

Herr Prof.em. Dr. Henning **Mittelbach** (Friedberg) ist am 19. Januar 2022 verstorben.

Frau Prof. Dr. Christine **Bessenrodt** (Hannover) ist am 24. Januar 2022 verstorben.

HABILITATIONEN

Erde, Joshua Paul (Hamburg): *Tree-structure in separation systems and infinitary combinatorics.* Scott, Wollan, 17.07.2020

Pitz, Max Friedrich (Hamburg): *The Eulerian problem and further results in the theory of infinite graphs.* Komjáth, Georgakopoulos, 17.07.2020

Hieber, Peter (Ulm): *Design, valuation and risk management of life insurance products.* Chen, Vanduffel, Bäuerle, 12.01.2022

PROMOTIONEN

Technische Universität Chemnitz

Bünger, Alexandra: *Low-rank Tensor Methods for PDE-constrained optimization.* Elman, Simoncini, Stoll 06.12.2021.

Bünger, geb. Alfke, Dominik: *On the efficient utilization of dense nonlocal adjacency information in graph neural networks.* Knight, Ruthotto, Stoll 08.12.2021.

Technische Universität Dortmund

Rösike, Kim-Alexandra : *Expertise von Lehrkräften zur mathematischen Potenzialförderung. Ein gegenstandsspezifisches Design-Research-Projekt.* Prediger, Schnell 14.01.2021.

Walther, Stephan: *Optimal control of plasticity systems.* Meyer, Wachsmuth 15.01.2021.

Hosseini, Babak Sayyid : *Isogeometric analysis of Cahn–Hilliard phase field-based binary-fluid-structure interaction based on an ALE variational formulation.* Turek, Möller 24.02.2021.

Hein, Kerstin: *Logische Strukturen beim Beweisen und ihre Verbalisierung: Eine sprachintegrative Entwicklungsforschungsstudie zum fachlichen Lernen.* Prediger, Brunner 25.02.2021.

Westervoß, Patrick: *The tensor diffusion approach as a novel technique for simulating viscoelastic fluid flows.* Turek, Kreuzer 12.03.2021.

Poelstra, Klaas Hendrik: *Dimension reduction for elastoplastic rods and homogenization of elastoplastic lattices.* Schweizer, Mielke 07.06.2021.

Brandt, Johanna Maria: *Diagnose und Förderung erlernen – Untersuchung zu Akzeptanz und Kompetenzen in einer universitären Großveranstaltung.* Selter, Lengnink 23.07.2021.

Neugebauer, Philipp: *Unterrichtsqualität im sprachbildenden Mathematikunterricht – Eine quantitative Studie zum Prozente-Unterricht.* Prediger, Friedrich, Lauermann 15.12.2021.

Universität Duisburg-Essen

Azouri, Ran: *Motivic Euler characteristic of nearby cycles and a generalized quadratic conductor formula.* Levine, Østvær 13.09.2021.

Chowdhury, Chirantan: *Motivic homotopy theory of algebraic stacks.* Heinloth, Spitzweck 18.08.2021.

DOI 10.1515/dmvm-2022-0024

DMV-Ansprechpartner/innen vor Ort

- *RWTH Aachen:* Gabriele Nebe
- *U van Amsterdam:* Benedikt Löwe
- *U Augsburg:* Bernhard Hanke
- *U Bamberg:* Anna-Susanne Steinweg
- *U Bayreuth:* Michael Stoll
- *FU Berlin:* Christian Haase
- *HU Berlin:* Jürg Kramer
- *TU Berlin:* Martin Skutella
- *WIAS Berlin:* Wolfgang König
- *FH Bielefeld:* Claudia Cottin
- *U Bielefeld:* Michael Röckner
- *Hochschule Bochum:* Thomas Skill
- *Ruhr-U Bochum:* Peter Eichelsbacher
- *U Bonn:* Daniel Huybrechts
- *TU Braunschweig:* Volker Bach
- *Jacobs U Bremen:* Marcel Oliver
- *U Bremen:* Anke Pohl
- *TU Chemnitz:* Christoph Helmberg
- *BTU Cottbus:* Friedrich Sauvigny
- *Hochschule Darmstadt:* Andreas Fischer
- *TU Darmstadt:* Stefan Ulbrich
- *TU Dortmund:* Ben Schweizer
- *TU Dresden:* Andreas Thom
- *U Düsseldorf:* Kai Köhler
- *U Duisburg-Essen, Campus Essen:* Rüdiger Schultz
- *Katholische U Eichstätt-Ingolstadt:* Thilo Kuessner
- *U Erlangen-Nürnberg:* Günter Leugering
- *U Flensburg:* Hinrich Lorenzen
- *U Frankfurt:* Thorsten Theobald
- *TU Bergakademie Freiberg:* Michael Eiermann
- *U Freiburg:* Sebastian Goette
- *U Gießen:* Thomas Bartsch
- *U Göttingen:* Thomas Schick
- *U Greifswald:* Michael Schürmann
- *FernUni Hagen:* Winfried Hochstättler
- *U Halle-Wittenberg:* Rebecca Waldecker
- *TU Hamburg-Harburg:* Wolfgang Mackens
- *U Hamburg:* Benedikt Löwe
- *U Heidelberg:* Gebhard Böckle
- *U Hildesheim:* Jürgen W. Sander
- *U Hohenheim:* Georg Zimmermann
- *TU Ilmenau:* Carsten Trunk
- *U Jena:* Tobias Oertel-Jäger
- *TU Kaiserslautern:* Max Horn
- *KIT Karlsruhe:* Michael Plum
- *U Kassel:* Elfriede Friedmann
- *U Kiel:* Hannes Thiel
- *U zu Köln:* Peter Littelmann
- *U Koblenz-Landau (Campus Landau):* Peter Ullrich
- *U Konstanz:* Oliver Schnürer
- *Hochschule Landshut:* Konstantin Ziegler
- *MPI MIS Leipzig:* Jörg Lehnert
- *U Leipzig:* Hans-Bert Rademacher
- *U zu Lübeck:* Jürgen Prestin
- *Leuphana U Lüneburg:* Silke Ruwisch
- *U Magdeburg:* Volker Kaibel
- *U Mainz:* Martin Hanke-Bourgeois
- *U Mannheim:* Leif Döring
- *U Marburg:* Volkmar Welker
- *U München:* Helmut Schwichtenberg
- *TU München:* Peter Gritzmann
- *U der Bundeswehr München:* Cornelius Greither
- *U Münster:* Michael Joachim
- *HS Neubrandenburg:* Gerd Teschke
- *U Oldenburg:* Daniel Grieser
- *U Osnabrück:* Holger Brenner
- *U Paderborn:* Margit Rösler
- *U Passau:* Brigitte Forster-Heinlein
- *U Potsdam:* Christian Bär
- *U Regensburg:* Guido Kings
- *U Rostock:* Roger Labahn
- *U Siegen:* Thorsten Raasch
- *Hochschule für Technik (HFT) Stuttgart:* Peter Hauber
- *U Stuttgart:* Timo Weidl
- *U Trier:* Jochen Wengenroth
- *U Tübingen:* Carla Cederbaum
- *Technische Hochschule Ulm:* Günter Gramlich
- *U Ulm:* Alexander Lindner
- *Bauhaus U Weimar:* Klaus Gürlebeck
- *Bergische U Wuppertal:* Jens Hornbostel
- *U Würzburg:* Stefan Waldmann

Dall'Ava, Luca : *Quaternionic Hida families and the triple product p-adic L-function.* Bertolini, Andreatta 30.09.2021.

Ellerbrock, Nils : *Integrality of Stickelberger elements.* Nickel, Johnston 14.09.2021.

Goethe-Universität Frankfurt

Boenkost, Florin: *Haldane's asymptotics for slightly supercritical processes.* Wakolbinger, Pokalyuk 16.12.21.

Universität Hamburg

Schülke, Bjarne: *Thresholds in discrete structures.* Schacht, Rödl, Luczak 16.12.2021.

Häring, Jonas: *r-Dominanz in Inzidenzgeometrien.* Schacht, Kreuzer, Blunck 21.12.2021.

Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg

Linus, Seelinger: *Multiscale methods for high performance uncertainty quantificaton.* Bastian 16.12.2021.

Müller, Luis Felipe: *Analytische Eigenschaften von s-Funktionen.* Walcher 28.09.2021.

Friedrich-Schiller-Universität Jena

Remo, Flavia: *Early Warning signals for non-smooth bifurcation in population dynamics.* Oertel-Jäger, Fuhrmann, Sieber 01.12.2021.

Hinrichs, Benjamin: *Existence of ground states for infrared-critical models of quantum field theory.* Hasler, Herbst, Matte 07.01.2022.

Technische Universität Kaiserslautern

Rotilio, Emil: *The generic character table of Spin8+ (q).* Malle, Geck 07.05.2021.

Krah, Anne-Sophie: *Least-squares monte carlo methods in the life insurance sector.* Korn, Werner 30.04.2021.

Johann, Sebastian: *On simultaneous domination and mixed connectivity in graphs.* Krumke, Wagler 24.03.2021.

Blauth, Sebastian: *Adjoint-based shape optimization and optimal control with applications to microchannel systems.* Pinnau, Sturm 19.03.2021.

Halffmann, Pascal: *Advances in multiobjective optimization scalarisation, approximation, and complexity.* Ruzika, Ehrgott 12.03.2021.

Andres, Mathias: *Improving thermal ablation of liver tumors.* Pinnau, Tse 19.02.2021.

Ullmert, Thomas: *HUB LOCATION: Finite Dominating Sets and Interdiction Problems.* Ruzika, Alev 05.02.2021.

Schlachter, Louisa: *Stochastic Galerkin methods in hyperbolic equations.* Klar, Jin 29.01.2021.

Dietz, Tobias: *Combinatorial optimization in digital communications.* Ruzika, Westphal 14.01.2022.

Diessel, Erik: *Effectively approximating Pareto frontiers by patch representations – with applications to supply chain optimization.* Küfer, Sayin 17.12.2021.

Oktoviany, Prilly: *Price modeling and portfolio optimization in commodity markets.* Korn, Kiesel 17.12.2021.

Höcker, Stephan: *A height function method for the simulation of capillary driven multiphase flows in complex domains.* Iliev, Minev 03.12.2021.

Universität Kassel

Afrooz, Maria: *Wünschenswerte Erschwernisse im Mathematikunterricht bei Real- und Hauptschulkindern.* Borromeo Ferri, Weigand 27.04.2021.

Karney, Alexander: *Zum Zusammenhang der Inhaltsbereiche Raum und Form und Zahl und Operation – Beeinflusst die Steigerung des räumlichen Vorstellungsvermögens die Fähigkeit des arithmetisch*

DEUTSCHE MATHEMATIKER-VEREINIGUNG
▪ **VORSTAND UND PRÄSIDIUM** **Präsidentin** Prof. Dr. Ilka Agricola, FB12, Mathematik und Informatik, Philipps-Universität Marburg, Hans-Meerwein-Straße/Campus Lahnberge, 35032 Marburg, Tel. +49 . 6421 28-25453 agricola@mathematik.uni-marburg.de **Vizepräsident** Prof. Dr. Joachim Escher, Institut für Angewandte Mathematik, Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover, Welfengarten 1, 30167 Hannover, Tel. +49 . 511 762-3251 escher@ifam.uni-hannover.de **Schatzmeister** Prof. Dr. Etienne Emmrich, Institut für Mathematik, MA 5-3, Technische Universität Berlin, Straße des 17. Juni 136, 10623 Berlin, Tel. +49 . 30 314-25745, emmrich@math.tu-berlin.de **Schriftführer** Prof. Dr. Daniel Grieser, Universität Oldenburg, Institut für Mathematik, Carl-von-Ossietzky-Straße 9–11, 26129 Oldenburg, Tel. +49 . 441 . 798-3230 daniel.grieser@uni-oldenburg.de **Herausgeberin der Mitteilungen** PD Dr. Gudrun Thäter (verantwortlich), Karlsruher Institut für Technologie, Institut für Angewandte und Numerische Mathematik, Englerstraße 2, 76131 Karlsruhe, Tel. +49 . 721 608-45840 gudrun.thaeter@kit.edu **Weitere Präsidiumsmitglieder** ▪ Prof. Dr. Heike Faßbender (Vielfalt und Chancengleichheit) ▪ Prof. Dr. Moritz Kaßmann, Bielefeld (Industrie- und Unternehmenskontakte, lokale Ansprechpartner) ▪ Prof. Dr. Wolfram Koepf, Kassel (Kommission *Übergang Schule–Hochschule*) ▪ Matthias Lippert, Remscheid (Kommission *Übergang Schule–Hochschule*) ▪ Prof. Dr. Anke Pohl, Bremen (Nachwuchsförderung, Studierendenkonferenz, Mathematikschulen) ▪ Prof. Dr. Thomas Schick, Göttingen (lokale Ansprechpartner, Fachgruppen) ▪ Prof. Dr. Günter M. Ziegler, FU Berlin (Presse- und Öffentlichkeitsarbeit, Internetseiten, Medienbüro, Netzwerkbüro Schule-Hochschule) ▪ Prof. Dr. Alexander Zimmermann, Amiens (Herausgeber des Jahresberichts der DMV) ▪ **Mitgliedsbeitrag 2022** (inkl. Bezug der Mitteilungen und einer gewählten Zeitschrift, Ausnahme: Studierende und Schüler beziehen nur die Mitteilungen) ▪ regulär EUR 105,00 ▪ bis zur Vollendung des 30. Lebensjahres EUR 50,00 ▪ ermäßigt für Ehepaare und eingetragene Lebenspartnerschaften EUR 150,00 ▪ ermäßigt für Studierende (Bachelor/Master/Diplom) und Schülerinnen und Schüler EUR 20,00 ▪ Sonderbeitrag auf Antrag (z. B. bei Arbeitslosigkeit) EUR 30,00 ▪ ermäßigt für Mitglieder der DPG/GI/GOR/GDM/MNU oder MUED EUR 90,00 EUR ▪ ermäßigt für Reziprozitätsmitglieder (im Ausland wohnend und Vollmitglied einer Mathematischen Gesellschaft, mit der die DMV ein Reziprozitätsabkommen hat) EUR 70,00 ▪ ermäßigt für Senioren EUR 70,00 ▪ **Zeitschriften** (Jahresabo 2022 jeweils EUR 28,00), eine der folgenden Zeitschriften ist im Mitgliedsbeitrag enthalten: ▪ Jahresbericht der DMV (Springer Verlag Heidelberg, 4 Hefte jährlich) ▪ Mathematische Semesterberichte (Springer Verlag Heidelberg, 2 Hefte jährlich) ▪ Journal für Mathematik-Didaktik (Springer Verlag Heidelberg, 2 Hefte jährlich) ▪ **DMV-Server** www.mathematik.de ▪ **DOCUMENTA MATHEMATICA** www.mathematik.uni-bielefeld.de/documenta/ ▪ **Medienbüro der DMV** Thomas Vogt, FU Berlin (mathematik.de) ▪ **Geschäftsstelle der DMV** Geschäftsführerin Andrea Kirstein-Gaekel (mathematik.de) ▪ **Bankverbindung** Volksbank Freiburg 6 95 50 02 (BLZ 680 900 00), IBAN: DE66 6809 0000 0006 9550 02, BIC: GENODE61FR1

Die Deutsche Mathematiker-Vereinigung e. V. ist durch den Freistellungsbescheid für 2016 bis 2018 des Finanzamtes für Körperschaften Berlin I (Steuer-Nr. 27/640/51051) vom 27. 1. 2020 wegen „Förderung von Wissenschaft und Forschung“ als wissenschaftlichen Zwecken dienend und zu den in §5 Absatz 1 Nr. 9 KStG bezeichneten Körperschaften gehörig anerkannt worden. Vereinseintrag: VR 380040 beim Amtsgericht Stuttgart. Umsatzsteuer-Identifikationsnummer: DE 165534138.

mentalen Operierens? Eine empirische Studie im 1. Schuljahr. Wollring, Rathgeb-Schnierer 28.04.2021.

Urich, Maxim: *Symmetrien von Differentialgleichungen via Vessiot-Theorie.* Seiler, Knees 29.07.2021.

Gusman, Nina: *Tafel versus Beamer: Welche Rolle spielt die Präsentation mathematischer Inhalte für das Lernen?*. Eichler, Koepf, Liebendörfer 14.09.2021.

Füllgrabe, Florian: *Konstruktion und Akzeptanz von Beweisen. Eine empirische Analyse der Zusammenhänge.* Eichler, Lengnink 01.11.2021.

Johannes Gutenberg-Universität Mainz

Schütz, Tobias: *Einstein at work on unified field theory. historical interpretation of working sheets, manuscripts, publications, and correspondence on the five-dimensional Einstein–Bergmann approach.* Sauer, Kormos-Buchwald, Renn 07.12.21.

Wiebe, Bettina: *Numerical simulations and uncertainty quantification for cloud simulation.* Lukacova, Spichtinger 10.12.21.

Brunk, Aaron: *Viscoelastic phase separation: Well-posedness and numerical analysis.* Lukacova, Egger, Malek 11.02.2022.

Universität Paderborn

König, Philipp: *Resultate zur Monotonie der Verbindungsfunktion von $C_k \times \mathbb{Z}$ und verwandten Graphen.* Richthammer, Mentemeier, Mörters 24.06.2020.

Nikitin, Natalie: *Regularity properties of infinite-dimensional Lie groups and exponential laws.* Glöckner, Hilgert 29.01.2021.

Budde, Julia: *Wave front sets of nilpotent Lie group representations.* Weich, Ólafsson 05.03.2021.

Freitag, Rachel Charlotte: *Aspects of global solvability in cross-diffusive parabolic systems.* Winkler, Berger 30.03.2021.

Fuest, Mario: *Facets of low regularity in cross-diffusive systems.* Winkler, Cieślak, Yokota 29.09.2021.

Liesenfeld, Matthias: *Analysis of singular stochastic systems: Two classes of examples.* Kolb, Steinsaltz, Aurzada 06.10.2021.

Gerlach, Raphael: *The computation and analysis of invariant sets of infinite-dimensional systems.* Dellnitz, Koltai 03.12.2021.

Universität Stuttgart

Barth, Simon: *Absence of the Efimov effect in dimensions one and two.* Weidl, Griesemer, Hundertmark 08.06.2021.

Seus, David: *LDD Schemes for two-phase flow systems.* Rohde, Flemisch, Radu 21.04.2021.

Rörich, Anna: *A Bayesian approach to parameter reconstruction from surface electromyographic signals.* Göddeke, Röhrle, Grasedyck 22.07.2021.

Universität Trier

Tolle, Kevin: *Efficient interpolation methods for nonlinear finite element problems.* Marheineke, Pinnau 28.01.2022.

Universität Ulm

Dina, Bogdan Adrian: *Algorithms for curves of low genus: complex multiplication and Dieudonné theory.* Bouw, Garcia 08.11.2021.

Olszewski, Judith Sarah: *Asymptotic properties for the volume of excursion sets and for a scan statistic.* Spodarev, Lindner 03.12.2021.

Ulmer, Arthur: *The Erdős–Pósa property.* Bruhn-Fujimoto, Joos 11.10.2021.

Julius-Maximilians-Universität Würzburg

Meyer, Michael: *Practical isogeny-based cryptography.* Steuding, Reith, de Feo 13.10.2021.

Markfelder, Simon: *Convex integration applied to the multi-dimensional compressible Euler equations.* Schlömerkemper, Klingenberg, Feireisl 03.11.2021.

Bartsch, Jan: *Theoretical and numerical investigation of optimal control problems governed by kinetic models.* Borzi, Fanelli, Romano 11.11.2021.

Schmeller, Christof: *Uniform distribution of zero ordinates of Epstein zeta-functions.* Steuding, Garunkštis 05.01.2022.

IMPRESSUM ■ **Verleger** Walter de Gruyter GmbH, Berlin/Boston, www.degruyter.com ■ **Herausgeberin** PD Dr. Gudrun Thäter (verantwortlich), Karlsruher Institut für Technologie, Institut für Angewandte und Numerische Mathematik, Englerstraße 2, 76131 Karlsruhe, gudrun.thaeter@kit.edu ■ Prof. Dr. Carla Cederbaum, Universität Tübingen, Fachbereich Mathematik, An der Morgenstelle 10, 72076 Tübingen, cederbaum@math.uni-tuebingen.de ■ Prof. Dr. Simone Göttlich, Universität Mannheim, Fakultät für Wirtschaftsinformatik und Wirtschaftsmathematik, 61859 Mannheim, goettlich@uni-mannheim.de ■ Dr. Michael Korey, Staatliche Kunstsammlungen Dresden, Mathematisch-Physikalischer Salon, Zwinger, Theaterplatz 1, 01067 Dresden, michael.korey@skd.museum ■ Prof. Dr. Brigitte Lutz-Westphal, Institut für Mathematik, Freie Universität Berlin, Arnimallee 3, 14195 Berlin, brigitte.lutz-westphal@math.fu-berlin.de ■ Prof. Günter M. Ziegler, Institut für Mathematik, Freie Universität Berlin, Arnimallee 2, 14195 Berlin, ziegler@math.fu-berlin.de ■ **Redaktion** Christoph Eyrich, Thomas Vogt, mdmv@math.tu-berlin.de ■ **Adresse der Redaktion** Mitteilungen der DMV, Institut für Mathematik, Freie Universität Berlin, Arnimallee 2, 14195 Berlin, Tel. +49 . 30 . 838 75660 mdmv@math.tu-berlin.de ■ **Grafische Gestaltung und Satz** Christoph Eyrich, Berlin ■ **Druck** Grafisches Centrum Cuno, Calbe ■ Erscheinungsweise vierteljährlich. Der Bezugspreis ist im Mitgliedsbeitrag der DMV enthalten. Manuskripte senden Sie bitte an den Herausgeber.

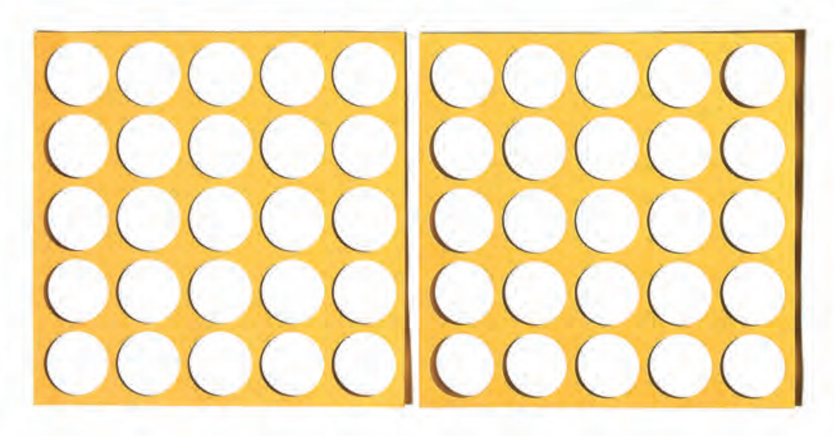
Bitte senden Sie Adressenänderungen und alle die Mitgliedschaft betreffenden Zuschriften an die **Geschäftsstelle der DMV**, c/o WIAS, Mohrenstraße 39, 10117 Berlin, Tel. +49 . 30 . 20372-306, Fax +49 . 30 . 20372-307, dmv@wias-berlin.de ■ Namentlich gekennzeichnete Beiträge geben nicht unbedingt die Meinung der Redaktion wieder.

Gleichmäßig ungleichmäßig

Die Seite für Kinder

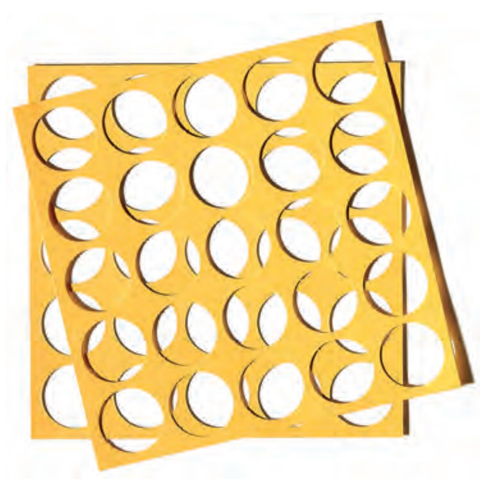
Brigitte Lutz-Westphal

Manchmal hat man solche gleichmäßigen Formen zuhause
(Du kannst auch zwei Stücke Fliegengitter oder etwas Ähnliches nehmen):



Hast du schon einmal probiert, daraus etwas
vollkommen Ungleichmäßiges zu machen?

Wie geht das? Findest du verschiedene ungleichmäßige Muster?
Wohin ist das gleichmäßige Muster verschwunden?

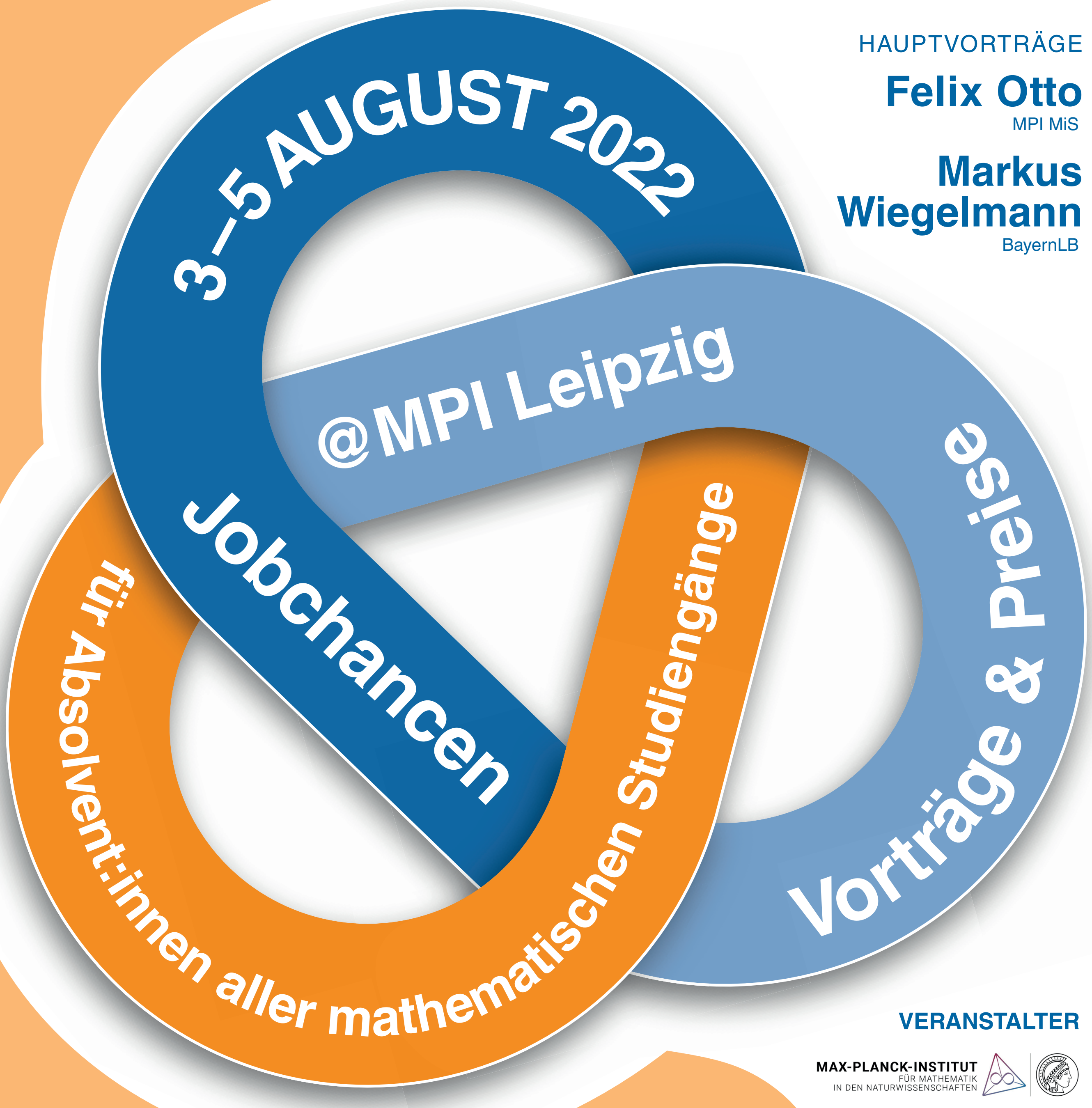


Prof. Dr. Brigitte Lutz-Westphal,
Didaktik der Mathematik, Fachbereich Mathematik und Informatik,
Freie Universität Berlin, Arnimallee 3, 14195 Berlin
brigitte.lutz-westphal@math.fu-berlin.de

(Fotos: Christoph Eyrich)

DOI 10.1515/dmvm-2022-0025

StuKon²²



HAUPTVORTRÄGE

Felix Otto
MPI MiS

Markus Wiegelmann
BayernLB

VERANSTALTER

MAX-PLANCK-INSTITUT FÜR MATHEMATIK IN DEN NATURWISSENSCHAFTEN

UNTERSTÜTZT VON

Deutsche Mathematiker-Vereinigung

KoMa
Konferenz der deutschsprachigen Mathematikfachschaften

Mathe studiert – und dann?
Die DMV-Studierendenkonferenz 2022 in Leipzig gibt Anregungen, Ausblicke und die Gelegenheit zum Austausch.

Ansprechpartner:innen: Frank Loose, Anke Pohl (DMV), Maximilian Jalea (KoMa), Jörg Lehnert (MPI)

Mehr Informationen: **www.mathematik.de/stukon**

GAUSS
IN GREIFSWALD

Daten und Formen

Ulrike Tillmann FRS, University of Oxford

37. öffentliche Gauß-Vorlesung der DMV

12.5.2022 › Programm ab 16.00 Uhr

Aula der Universität Greifswald
Hauptgebäude
Domstraße 11
17489 Greifswald

Deutsche Mathematiker-Vereinigung

UNIVERSITÄT GREIFSWALD
Wissen lockt. Seit 1456

Anmeldung empfohlen unter:
math-inf.uni-greifswald.de/gauss

Gestaltung: Diana Fischer, Berlin