

Diskussion

Logbuch Mathematik

Im *Logbuch Mathematik* der Mitteilungen 4-2018 steht auf S. 213 über das iterierte Potenzieren einer reellen Zahl x (im Folgenden als Funktion von x):

So wie man es von Addition und Multiplikation kennt, würde man auch hier erwarten, dass die [Funktion, Anm. S. G.] für $x > 1$ gegen Unendlich geht. Erstaunlicherweise ist das nicht der Fall. Für alle x im Intervall $e^{-e} < x < e^{\frac{1}{e}}$ nimmt die Funktion einen endlichen Wert an.

Dazu ist (u. a.) 2013 eine Arbeit erschienen, in der fortlaufende Potenzen

$$a^{a^{a^{a^{\dots}}}}$$

auf ihre Konvergenz hin untersucht werden. Dabei wird stets $a > 0$ vorausgesetzt. Zwei Fragen werden dort beantwortet: Erstens: Für welche Werte $a > 0$ konvergiert die Folge a, a^a, a^{a^a}, \dots ? Gegen welche Werte z konvergiert sie dann jeweils? Und zweitens: Für welche $z > 0$ gibt es ein $a > 0$, so dass die genannte Folge gegen z konvergiert? Diese Problemstellungen haben dazu geführt, die reelle Exponentialfunktion als dynamisches System aufzufassen und seine Eigenschaften zu analysieren.

Stefan Götz und Franz Hofbauer: Die Exponentialfunktion als dynamisches System. *Internationale Mathematische Nachrichten* Nr. 223 (2013), 67. Jahrgang, S. 21–35. www.oemg.ac.at/IMN/imn223.pdf

Stefan Götz, Wien

Mathematik in den Medien

Es ist mitunter wahrlich kurios, welche Ereignisse das Medieninteresse auf Mathematik lenken. Aber es geht auch anders. Das Organisationsteam der Bundesrunde der 58. Mathematik-Olympiade, die im Mai im sächsischen Chemnitz stattfand, hoffte von Beginn an auf öffentliche Aufmerksamkeit. Anders als in den vergangenen Jahren konzentrierte sich die Vorbereitung nicht auf Enthusiasten eines mathematischen Institutes oder eines regionalen Olympiade-Vereins. Vielmehr übernahmen auch Vertreter der Chemnitzer Stadtverwaltung und Wirtschaft Verantwortung, sodass sich für uns neue Kontakte zu Medien eröffneten. Über zwei Jahre lang konnten wir in den regionalen Medien regelmäßig auf das bevorstehende Ereignis hinarbeiten. Im Chemnitzer Amtsblatt erschien im Vorfeld mit einem einseitigen Beitrag unter der schmeichelnden Überschrift „Chemnitz – Hauptstadt der Mathematik“ ein offenes Bekenntnis zur Bundesrunde. Damit wurden wir von Journalisten offenbar wahrgenommen. Die Reaktionen auf eine Pressekonferenz knapp fünf Wochen vor dem Wettbewerbsstart übertrafen unsere kühnsten Erwartungen: Wir konnten unsere Informationen nicht nur über die Verteiler

der Pressestellen der Technischen Universität Chemnitz, der Stadt Chemnitz und dem Sächsischen Kultusministerium streuen. Mit dem Technologie Center Chemnitz (TCC) und der Chemnitzer Wirtschafts- und Entwicklungsgesellschaft (CWE) fanden wir medienerfahrene Berater und vor allem eine Zielgruppe in der Wirtschaft, die nicht nur vom Fachkräftemangel redet. Natürlich wirkten die journalistisch aufbereiteten Geschichten nicht immer besonders mathematisch. Da interessierte sich der Mitteldeutsche Rundfunk für die Sechstklässlerin aus Dresden, die in der Bundesrunde gegen die Achtklässler antrat; die Lokalpresse berichtete insbesondere über den hiesigen Abiturienten, der bereits zum fünften Mal an einer Bundesrunde teilnahm; für die TU Chemnitz war die Mathematik-Studentin das Besondere, die noch vor kurzem selbst zum Wettbewerb antrat und nun bei der Organisation mitwirkte; und bundesweit schien die Nachfahrenchaft zu Adam Ries erwähnenswert (auch wenn der Rechenmeister des 16. Jh. im heutigen Sprachgebrauch eher zur Breiten- statt zur Spitzenförderung zu zählen ist). Wie dem auch sei – es wurde aber auch viel über Mathematik und die Begeisterung fürs Fach berichtet. Die Bundesrunde war zudem – der glückliche Zufall ermöglichte es – als Kontrast zur Online-Petition über die Schwere des Mathe-Abiturs gut geeignet, über leistungsstarke und -willige Jugendliche zu diskutieren, so wie es beispielsweise die LVZ „Es geht darum Probleme zu lösen, aber schöne“ betitelte. Fazit, unser Medienkonzept ist aufgegangen, wie es auch der 1. Vorsitzende des Mathematik-Olympiaden-Vereins, Prof. Dr. Jürgen Prestin, zur Abschlussveranstaltung beschrieb: „Erwähnen möchte ich auch die große Außenwirkung in den Medien. Diese beweist auch, dass Mathematik-Olympiaden ein nicht mehr wegzudenkender Bestandteil unserer Bildungslandschaft geworden sind.“ Die Mühen haben sich gelohnt!

Norman Bitterlich, Chemnitz

Katalog mit 19 Maßnahmen

In dem sogenannten Maßnahmenkatalog mit den 19 Punkten haben die drei Verbände DMV, GDM und MNU eine (immer weiter wachsende) „Lücke“ zwischen Schulmathematik und Hochschulmathematik bei Studienanfängern konstatiert. Umschrieben wird das etwas verschämt mit „das Wissen und Können ist divers und oftmals unzureichend“. Der Berliner Tagesspiegel formulierte zu dem Thema am 7. 5. 2019 drastischer: „Wegen großer Defizite gelten viele Abiturienten als nicht studierfähig.“ Dazu gab es schon eine eigene Tagung in Münster im Jahre 2017 und einige Publikationen, auch in den *Mitteilungen*. Inzwischen widerspricht dem auch kaum noch jemand, die Meinungen gehen allerdings stark auseinander, welche Ursachen das hat und wie man die verfahrene Situation verbessern könnte (man vergleiche auch die Leserbriefe in Heft 4-2014 der *Mitteilungen*).

Versuchen wir es mal rein logisch, nüchtern und faktenbasiert, ohne uns an wohlklingenden Postulaten oder politisch motiviertem Schönreden zu orientieren: Was hat sich objektiv feststellbar in den letzten 20 Jahren hinsichtlich der Mathematikausbildung geändert? Alle diese Veränderungen sind „verdächtig“, zur Lücke beigetragen zu haben, etwa durch unerwünschte Nebeneffekte. An den Hochschulen gab es den Bologna-Prozess und an den Schulen den Paradigmenwechsel, die neuen kompetenzorientierten Bildungsstandards und eine Betonung der mathematischen Modellierung bis hin zu langen und textlastigen Abituraufgaben. Zudem hat man am G8-Gymnasium auch noch die Zahl der Unterrichtsstunden gekürzt, offenbar in der naiven Annahme, das könne doch keine Auswirkungen haben.

Gerade an den Fachhochschulen hat der Bologna-Prozess aber keine Erdbeben ausgelöst, denn man hatte schon vorher 6-semestrische Kurzstudiengänge, die jetzt (sozusagen mit wenigen Handgriffen) zu Bachelor-Studiengängen umgebaut wurden. Die Mathematikkurse für die Erstsemester brauchte man dabei nicht zu verändern. An den Universitäten war das Bachelor-Konzept neu, aber nach meiner Erfahrung hat man die Mathematikkurse für die Erstsemester jedenfalls nicht verschärft im Sinne höherer Anforderungen an die Vorkenntnisse. Im Gegenteil, man versuchte es den Studenten eher leichter zu machen durch Brückenkurse, kleine Übungsgruppen, Stützkurse, Wiederholungsmöglichkeiten etc.

Auf schulischer Seite hat sich dagegen sehr viel mehr verändert. Allein schon das Wort „Paradigmenwechsel“ deutet an, dass man (im Anschluss an TIMSS und PISA) radikal umsteuern wollte, um das praktische mathematische Verständnis breiter Kreise entscheidend zu verbessern. Der Einfluss von PISA führte sogar zu dem Slogan „PISA macht Schule“ mit einer gleichnamigen Broschüre vom hessischen Kultusministerium. Nur leider haben die PISA-Aufgaben kaum etwas mit dem Studium von MINT-Fächern zu tun, denn allzu viele davon kann man allein mit den vier Grundrechenarten lösen, die bislang noch nicht zur „Lücke“ zu rechnen sind. PISA testet nach eigenen Angaben nur die „mathematical literacy“, aber nicht die Mathematik, die im Abitur oder im Studium erwartet wird. Insofern steht eine wachsende „Lücke“ nicht im Widerspruch zu besseren PISA-Punkten im Durchschnitt. Der letztere Effekt könnte z. B. aus einer Verbesserung der schwachen Hauptschüler resultieren.

Erster logischer Schluss. Für die wachsende „Lücke“ ist primär die schulische Seite ursächlich, nicht die Hochschule, denn dort fanden die „großen“ Veränderungen statt, und zwar auf Befehl „von oben“, nicht durch eine Art Meuterei „von unten“.

Zweiter logischer Schluss. Eine nachhaltige Reduzierung dieser „Lücke“ wird nicht möglich sein ohne Maßnahmen auf schulischer Seite, die bisherige Fehlentwicklungen korrigieren, also z. B. durch eine Revision der Bildungsziele, Rücknahme der Stundenkürzungen, weniger PISA-Literacy am Gymnasium, Rücknahme der faktischen Abschaffung von Beweisen etc.

Wenn man aber den Maßnahmenkatalog mit den 19 Punkten liest, dann gewinnt man den Eindruck, als solle die Lücke fast nur durch Maßnahmen auf Hochschulseite verkleinert werden. Nur wenige Punkte am Anfang betreffen den Schulunterricht, dem ersten hat auf der Pressekonferenz am 6. 5. 2019 der KMK-Vorsteher prompt eine Abfuhr erteilt. Es fällt kein Wort zur Ausrichtung des Unterrichts auf eine neue Monokultur von sogenannten Modellierungsaufgaben mit unnötig umfangreichen Texten, zur „neuen Lernkultur“ und zu anderen Reformmaßnahmen, kein Wort zu den reduzierten Inhalten und zu den nahezu abgeschafften Beweisen in Schulbüchern. Es gibt nicht einmal eine Andeutung, was vielleicht in der Vergangenheit beim schulischen Mathematikunterricht schiefgelaufen sein könnte, alles klingt nach „weiter so, weiter so“. Die in den Punkten 5–6 geforderte Konkretisierung der Bildungsstandards ist pauschal, und alternative Vorschläge im Detail werden nicht gemacht. Warum eigentlich nicht? Die DMV könnte doch Vorschläge unterbreiten, auch wenn die KMK diese nicht übernimmt.

Alles weitere betrifft dann Maßnahmen auf Hochschulseite, z. B. mehr Brückenkurse, Studieren in verschiedenen Geschwindigkeiten, mehr didaktische Weiterbildung, mehr Geld. Den Hochschulen wird damit der Schwarze Peter zugeschoben. Aber auch hier wird nichts dazu gesagt, was nun eigentlich in der Vergangenheit falsch gemacht wurde. Der „leichtere Übergang“ von der Schule zur Hochschule erscheint so als ein Dauer-Projekt, das man jedem noch so verfehlten schulischen Unterricht als Korrektiv zur Seite stellen kann mit dem Effekt, dass die schulischen Autoritäten sich in einer gewissen Unfehlbarkeit sonnen können (über jede Kritik majestatisch erhaben), die Hochschulen aber zerknirscht alle Schuld für alle etwaigen Probleme auf sich nehmen und die jeweilige „Lücke“ stopfen oder überbrücken sollen.

Interessant und gegenläufig dazu ist, dass in Frankreich von den Fachmathematikern Villani und Torossian hochoffiziell (wäre so etwas in Deutschland überhaupt denkbar?) 21 Maßnahmen gefordert wurden, um vorherige Fehlentwicklungen zu korrigieren. Es geht um eine grundlegende Änderung beim schulischen Mathematikunterricht. Speziell heißt es in Nr. 6: „Den Mathematikunterricht neu ausrichten („wieder ins Gleichgewicht bringen“, *rééquilibrer*)“, speziell auch: „Beweise wieder sinnvoll in den Unterricht integrieren (*la notion de preuve est au cœur de l'activité mathématique*)“. In Nr. 12 heißt es „Rechenfertigkeiten durch häufiges Üben festigen (*développer les automatismes de calcul à tous les âges*)“. Dies wurde zwar in den *Mitteilungen* abgedruckt, aber in dem Katalog mit den 19 Punkten nicht einmal erwähnt. Warum nicht?

Frankreich erlebt seit 2012 (Amtsantritt von Hollande) eine sehr umstrittene Schulreform im Namen der Bildungsgerechtigkeit, die deutschen Schulreformern zur Warnung gereichen sollte. Eigentlich könnten beide Seiten aus den bisher gemachten Fehlern lernen, denn die Probleme sind ähnlich. Zum Beispiel räumte Torossian im Interview in den *Mitteilungen* ein: „Wir sehen viele Unterrichtsstunden, die der Aktivierung der Schüler dienen sollen, in denen sie aber nichts Strukturiertes lernen, das sich in einen größeren

Kontext einfügt, oder sogar überhaupt nichts lernen.“ Das dürfte vielleicht auf Deutschland auch zutreffen.

Fazit: Hier wird eine Chance vertan, die bestehende deutsch-französische Zusammenarbeit in der mathematischen Forschung auf schulische Belange und die Mathematikdidaktik auszudehnen. Villani hielt eine Gauß-Vorlesung im Jahre 2017. Kontakte gibt es also, man müsste sie nur aktivieren.

Wolfgang Kühnel, Stuttgart

Ansätze zur Diagnose und Therapie von Defiziten in der Mathematik

Anfang 2019 wurde unter Federführung von Dr. Astrid Baumann ein Brief [1] an die Bildungsministerin Wanka gesandt, der von etwa 130 Professorinnen und Professoren sowie Lehrerinnen und Lehrern in Deutschland unterzeichnet wurde. In dem Brief wurden die unzureichenden Mathematik-Kenntnisse von Studienanfängerinnen und -anfängern beklagt und als Ursache dafür u. a. die aktuellen kompetenzorientierten Bildungsstandards benannt. Insbesondere wurde festgestellt, im Zusammenhang mit der Kompetenzorientierung werde „Mathematik [...] auf Output–Orientierung, Alltagsmathematik und Anwendungs-Orientierung getrimmt“.

Die Antwort ließ nicht lange auf sich warten. Es folgte eine Stellungnahme von etwa 50 namhaften Mathematik-Didaktikerinnen und -Didaktikern, die das beobachtete Phänomen (abnehmende Kenntnisse in Mathematik ...) zwar bestätigten, die Ursachenanalyse in dem Brief aber als falsch zurückwiesen. Eine vergleichbare Situation hatte es auch einige Jahre zuvor gegeben, als ebenfalls die unzureichenden Mathematik-Kenntnisse von Schulabgängerinnen und -abgängern beklagt wurden und als Ursache dafür u. a. die verbindliche Einführung digitaler Werkzeuge in den Mathematikunterricht genannt wurde. Zitat aus einer Stellungnahme des Ausbildungsverbandes Rheinland-Pfalz Bad Dürkheim, zum Lehrplanentwurf Mathematik für die Klassen 7–9 der Hauptschule:

Als eines der größten Probleme sehen die Ausbilder die nicht ausreichenden Kenntnisse der Hauptschulabsolventen (auch der Absolventen höherer Bildungsabschlüsse) in den vier Grundrechenarten und den mangelnden Fertigkeiten an, beim Umgang mit Dezimalzahlen, Runden, Schätzen, Bruchrechnung und einfachen Schlussrechnungen.

Die Stellungnahme nennt als Gründe: „An erster Stelle ist mangelnde Übung [...] zu nennen, dann ein zu früher Taschenrechnereinsatz.“ [2]

Hier wurde das beobachtete Phänomen nicht einmal bestätigt, sondern durch wissenschaftliche Studien widerlegt. Vor allem wurde der Taschenrechnereinsatz als Begründung vollkommen ausgeschlossen. Nun haben die Fachgesellschaften DMV, GDM und der MNU-Verband festgestellt, dass der Übergang Schule/Hochschule sich insbesondere in den MINT-Fächern wenig erfolgreich gestaltet hat. Der Präsident der DMV schreibt dazu:

In den letzten Jahren hat sich die Zahl der Studierenden in diesen Fächern, die in den ersten Semestern das Studium abbrechen oder das Fach wechseln, stark erhöht. [3]

Neu ist jetzt, dass keine Ursachenanalyse angefügt wird (die ja auch nur von kompetenter Seite als falsch zurückgewiesen und durch wissenschaftliche Studien widerlegt würde), sondern ein Maßnahmenkatalog von den Fachgesellschaften DMV, GDM und dem MNU-Verband beschlossen und am 18. Februar 2019 dem Generalsekretär der KMK vorgelegt wurde. Man darf gespannt sein, ob sich nicht wieder ein Kreis von namhaften Mathematikdidaktikerinnen und -didaktikern findet, der die beschlossenen Maßnahmen als falsch zurückweist. Denn der Maßnahmenkatalog fordert unter anderem bundesweit eine einheitliche und verbindliche Überprüfung der Mathematikkenntnisse der Sekundarstufe I im Rahmen eines Tests ohne Hilfsmittel (gemeint: digitale Werkzeuge). Implizit wird damit in verdeckter Form zum Ausdruck gebracht, dass die alten Leiden nicht geheilt sind – mit dem Unterschied, dass auf die Diagnose verzichtet und eine Therapie gefordert wird.

Der Maßnahmenkatalog nennt außerdem Themen für den studienvorbereitenden Mathematikunterricht, die ganz und gar nicht auf „Output–Orientierung, Alltagsmathematik und Anwendungs-Orientierung getrimmt“ sind, nämlich:

Lerngelegenheiten zum grundlegenden Argumentieren und zu Begründungs- und Beweisstrategien an exemplarischen Beispielen konkretisiert. Hier eignen sich zum Beispiel Inhalte der elementaren Zahlentheorie. [4]

Denjenigen Lehrenden und Hochschullehrenden, die schon seit Jahren (auch schon vor der Kompetenzorientierung) abnehmende Kenntnisse in Mathematik bei ihren Schülerinnen und Schüler oder Studentinnen und Studenten feststellten, mag der Verzicht auf eine Diagnose gleichgültig sein, sofern nur die Therapie hilft. Zurzeit ist noch offen, ob nicht irgendeine Gegenreaktion auf den Maßnahmenkatalog erfolgt und – wie in der Vergangenheit – alles Angebrachte konterkariert.

Literatur

- [1] www.rzuser.uni-heidelberg.de/~hb3/publ/wanka.pdf
- [2] Zitat aus einer Stellungnahme des Ausbildungsverbandes Rheinland-Pfalz Bad Dürkheim, zum Lehrplanentwurf Mathematik für die Klassen 7–9 der Hauptschule. In: Rechenfertigkeit und Taschenrechner – Ergebnisse einer dreijährigen Untersuchung in den Klassen 7 bis 9. *Journal für Mathematik-Didaktik*, Juni 1984, Volume 5, Ausgabe 1–2, Seiten 3–32
- [3] Grußwort des Präsidenten Friedrich Götz. *Mitteilungen der DMV* 27–1 (2019), S. 5.
- [4] mathematik-schule-hochschule.de/images/Massnahmenkatalog_DMV_GDM_MNU.pdf

Roland Schröder, Celle