Logbuch Mathematik

Thilo Kuessner

Ich kann nicht mehr erkennen,
wer Mensch und wer Maschine ist.

Christoph Gerlach, ehemaliger deutscher Meister im Go, im März auf Zeit Online

Wann kommt AlphaMath?

Im März war der Gwanghwamun-Platz im Zentrum Seouls Austragungsort des vielleicht letzten Kampfes Mensch gegen Maschine: Sedol Lee gegen AlphaGo. Bekanntlich gewann die Maschine mit 4 : 1 und nun fragen wir uns, was das für die Zukunft der Mathematik bedeutet, ob wir auch als Mathematiker bald von selbstlernenden Maschinen verdrängt werden. Viel ist nach dem Match dazu gesagt worden, meist aber nur Grundsätzliches: dass es sich nur um eine weitere technische Entwicklung handele, die uns nun Arbeit abnehmen werde, wie es die Dampfmaschine, das Auto, das Flugzeug oder der Staubsauger auch getan hätten, und dass die Zukunft im gemeinsamen Wirken von Mensch und Maschine liege.

Abbildung: Mr. Granger, basierend auf einer Abbildung von Donar Reiskoffer (CC BY-SA 3.0)

Das mag alles stimmen, uns Mathematiker interessiert aber doch etwas ganz anderes: Wann werden wir mit selbstständig mathematisierenden Maschinen zu rechnen haben? Oder: Was haben Menschen Computern in der Mathematik (noch) voraus?

Der Ort für solche Fragen ist mathoverflow, eigentlich die Webseite für forschungs-mathematische Fragen und Antworten, gelegentlich aber auch für Meta-Diskussionen. Dort wurde das dann auch debattiert und die wohl konkreteste Antwort stammt von Douglas Zare (von mir übersetzt):

Die speziellen Techniken, auf denen die Fortschritte beim Go beruhen, scheinen auf die Mathematik kaum anwendbar zu sein. Es mag in der Zukunft einmal möglich werden, dass Computer neue mathematische Ideen finden und tiefliegende Sätze beweisen, aber bis dahin ist noch viel zu tun.

Neuronale Netze sind ziemlich gut bei Regressionsproblemen, und die meisten Spiele lassen sich als Regressionsprobleme auffassen. Dafür braucht man eine gute Codierung der Spielsituationen als Vektoren (sagen wir, als Elemente von $[0,1]^n$ *oder* $\{0,1\}^n$*) und dann will man eine [0,1]-wertige Funktion dieser Vektoren approximieren. In einem Spiel wäre das die Wahrscheinlichkeit, aus einer gegebenen Stellung mit perfektem oder randomisiert starkem Spiel zu gewinnen.*

Soweit ich weiß, gibt es keine gute Möglichkeit, eine mathematische Situation (zum Beispiel einen aufgeschriebenen teilweisen Beweis) als Regressionsproblem zu kodieren. Wir könnten ASCII verwenden, oder besser eine Codierung einer formalen mathematischen Sprache, aber von solch einer naiven Darstellung ist nicht viel zu erwarten. Und welchen Wert würden wir dann einer solchen Codierung zuweisen? Die Wahrscheinlichkeit, dass ein leicht randomisierter brillanter Mathematiker diesen Code innerhalb weniger Seiten zu einem korrekten Beweis vervollständigen kann? Es wäre schwierig, die Trainingsdaten zu evaluieren.

Hilfreich wäre eine große Datenbank aufgeschriebener formaler Beweise. Damit könnte ein neuronales Netz durch unbeaufsichtigtes Training seine eigene interne Codierung finden. Doch während wir Milliarden vernünftiger Spielpositionen durch Spielen gegen sich selbst schnell erzeugen können, ist es unklar, was das Analogon für mathematische Beweise sein sollte. Wenn man viele kleinere Variationen eines kurzen Beweises für den Satz des Pythagoras oder Beweise trivialer Fakten verwendet, dann wird das das neuronale Netz nicht darauf vorbereiten, einen mittellangen Beweis für Fermats kleinen Satz oder den Primzahlsatz zu finden, geschweige denn einen längeren Beweis einer offenen Frage.

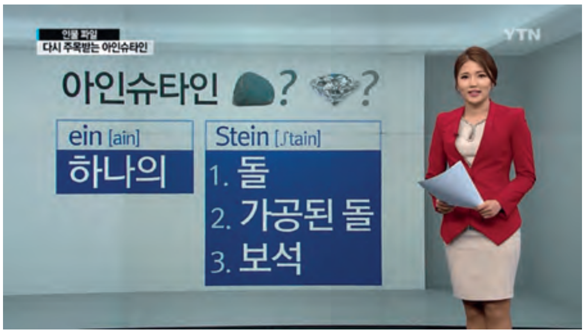
Es gab viele „Warnzeichen" bevor Computer starke Schachspieler oder starke Gospieler wurden. Schachcomputer verbesserten sich von 1976 bis 1998 jedes Jahr um rund 100 Elo-Punkte, und sie verbesserten sich kontinuierlich in den Rankings der Internet-Go-Server. Wir haben bisher keine solche „Warnzeichen" aus der Mathematik. Wir können Berechnungen, Integration und kombinatorisches Teleskoping automatisieren, aber was kommt als Nächstes? Außerdem machen wir in der Mathematik viel mehr als Sätze zu beweisen.

Also Entwarnung: Wir werden auch die nächsten zehn Jahre noch alleine Mathematik betreiben können oder müssen.

Einstein übersetzen

Neben AlphaGo war die Entdeckung der Gravitationswellen der (natur-)wissenschaftliche Aufreger des Frühjahres. Das koreanische Fernsehen berichtete über beide

DOI 10.1515/dmvm-2016-0040



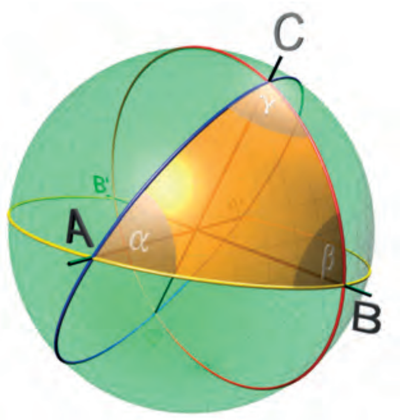
Drei Übersetzungen für „ein Stein“

Ereignisse prominent in den Hauptnachrichten und mit Sondersendungen; neben sachlichen Beiträgen wurde es dabei auch mal unernst. Hier beendet der durchaus seriöse Nachrichtensender YTN eine kurze Sendung über Einstein und seine Vorhersage der Gravitationswellen mit einer launigen Frage nach der korrekten koreanischen Übersetzung des Namens „Einstein“.

Die drei Vorschläge auf der rechten Seite entsprechen drei möglichen Übersetzungen von „Stein“, die unterschiedlichen Bedeutungen lassen sich auf Deutsch wohl am ehesten mit „ein gewöhnlicher Stein“, „ein bearbeiteter Stein“ und „ein Edelstein“ wiedergeben. Die Antwort war dann natürlich, dass der Name, der glänzenden Verdienste wegen, mit der dritten Variante zu übersetzen sei.

Probleme der Ethnomathematik

Kein Klamauk, sondern allem Anschein nach ernstgemeint, war eine Sendung im Deutschlandradio Kultur, in der im Oktober unter Berufung auf Oswald Spengler und zahlreiche bekannte Philosophen und Mathematiker versucht wurde, einer „Ethnomathematik“ das Wort reden, deren Ziel es offenbar sein soll, Schülern je nach ihrer ethnischen Abstammung einen unterschiedlichen Mathematikunterricht angedeihen zu lassen. Hoffen wir mal, dass die befragten Didaktiker zumindest das nicht wirklich ernst meinten. Zur Begründung herhalten musste, wieder einmal, die nichteuklidische Geometrie:



(Quelle: Wikimedia Commons)

> Der Gedanke der Universalität bekam tatsächlich einige Dämpfer in den letzten gut 100 Jahren: zum Beispiel durch die Entdeckung der nichteuklidischen Geometrie. Sie führte dazu, dass manche geometrischen Gesetze der antiken Mathematik angesichts der Krümmung der Erdoberfläche nicht absolut gelten.
> [...]
> „Die Winkelsumme im ebenen Dreieck ist 180 Grad, einerlei ob man im Urwald oder in einer Stadt mit lauter rechtwinkligen Wänden aufgewachsen ist.“
> [...]
> Die Frage ist ja, was bedeutet denn dieser Satz eigentlich? Und der bedeutete im Laufe der Geschichte etwas völlig Unterschiedliches. Ist das ein Statement, was wir rauskriegen, indem wir's einfach nachmessen? Ist das ein Statement, was wir einbinden in ein Theorienetz? Oder befinden wir uns sogar in Zusammenhängen, wo es gar nicht gilt? Sobald Sie zum Beispiel ein Dreieck auf eine Orangenschale malen und dann nachmessen, wie die Winkelsummen sind, stimmt das gar nicht mehr.

Da wurden gleich mehrere Dinge missverstanden. Die sphärische Geometrie ist keine Entdeckung des 19. oder gar 20. Jahrhunderts. Griechen und Phönizier wussten, dass die Erde rund ist und benutzten die sphärische Geometrie für Berechnungen oder beim Zeichnen von Landkarten. Alle wichtigen Sätze der sphärischen Trigonometrie waren bereits Menelaos, der um 100 n. Chr. das Buch „Sphaerica“ verfasste, bekannt und natürlich wusste er auch, dass die Innenwinkelsumme sphärischer Dreiecke größer als 180 Grad ist. Bei der nichteuklidischen Geometrie ging es um etwas anderes, nämlich um eine Geometrie, in der das Parallelenaxiom nicht gilt, die anderen Axiome Euklids aber schon – letzteres ist für die Geometrie auf der Sphäre nicht der Fall.

Und natürlich hängt die Innenwinkelsumme im Dreieck nicht davon ab, ob man „im Urwald“ oder in der Stadt aufgewachsen ist. Sie hängt nicht einmal davon ab, wo man sich gerade befindet, jedenfalls wenn man davon ausgeht, dass die Erdkrümmung ja doch einigermaßen konstant ist.

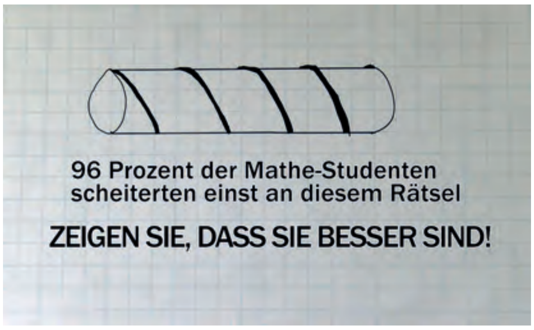
Warum fragen die Macher solcher Sendungen nicht einfach mal jemanden, der sich auskennt?

Gegen arabische Zahlen

Mathematik mag universell sein, die mathematischen Symbole sind es nicht. Die arabischen Ziffern haben sich erst nach langem Kampf gegen die römischen durchgesetzt. Mancher scheint das bis heute nicht verwunden zu haben: Auf der Facebookseite von Pegida Nürnberg führte im vergangenen November der scherzhaft gemeinte Hinweis, dass in Schulen arabische Zahlen gelehrt werden, zu einer Trotzreaktion: „Nichts davon ist unumkehrbar. Wir müssen es nur wollen.“

Zeitlose Aufgaben

Dass Mathematik nicht nur universell, sondern auch zeitlos ist, beweist Focus Online. Die folgende Aufgabe stammt aus einem Artikel, der dort wörtlich identisch am 30. April 2015 und am 19. März 2016 veröffentlicht wurde. Das nächste Mal dann am 5. Februar 2017?



„Vor zwanzig Jahren erschien dieses Rätsel als Prüfungsaufgabe für Mathe-Studenten in 16 Ländern auf der Welt. Nur zehn Prozent der Teilnehmer konnten das Rätsel lösen, in den USA sogar nur vier Prozent.“

In der Aufgabe soll die Länge des aufgewickelten Fadens berechnet werden wenn Länge und Umfang des Zylinders gegeben sind. Zumindest das „vor 20 Jahren“ hätte man in der Zweitveröffentlichung anpassen sollen, die Aufgabe stammt nämlich aus dem Jahr 1995; sie wurde damals für die TIMSS-Studie verwendet. – Und ich habe jetzt nicht zurückverfolgt, ob der Focus oder seine Online-Version diese Aufgabe vielleicht schon seit einundzwanzig Jahren immer wieder im Programm hat.

Dr. Thilo Kuessner, Korea Institute for Advanced Study,
85 Hoegi-ro, Dongdaemun-gu, 130-722 Seoul, Korea
kuessner@kias.re.kr

Thilo Kuessner forscht am Korea Institute for Advanced Study zur Topologie und Geometrie niedrig-dimensionaler Mannifaltigkeiten. In dieser Kolumne zweitverwertet er seine Beiträge aus dem Mathlog: http://scienceblogs.de/mathlog/