

Mathe ist formidable

Dirk Huylebrouck



Der belgische Musiker Stromae, Spitzname: „Kleiner Brel“, hat offenkundige künstlerische Qualitäten. Auch in mathematischer Hinsicht fällt er auf: Während andere VIPs beflissen ihre Aversion gegen Mathe kundtun, hat dieser ungewöhnliche Rapper keine Angst davor, seinen Respekt vor den exakten Wissenschaften zu unterstreichen.

Racine Carrée

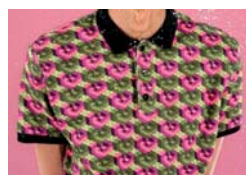
Schon der Titel seiner neuen CD dürfte so manchem Mathematiker gefallen: *Racine carrée* ist französisch für „Quadratwurzel“. Natürlich bezieht sich dieser Titel in erster Linie auf die Wurzeln des Sängers. Er ist ruandischer und flämischer Abstammung und dennoch französischsprachiger Belgier, sodass seine Wurzeln ziemlich „kariert“ sind. Seinen Tutsi-Vater, der seine Mutter und ihn kurz nach der Geburt verlassen hat, kannte er kaum. 1994 wurde dieser während des Genozids in dem zentralafrikanischen Land getötet. Das Wortspiel „Quadratwurzel“, mit dem Bezug zur Mathematik, ist aber keine Premiere: Mariah Carey nannte eine ihrer letzten CDs $E = mc^2$. Sie erklärte den Titel mit einem Hinweis auf ihre Energie, die gleich sei mit ihren Initialen „mal zwei“ – offenbar in Unkenntnis des Unterschieds zwischen einer Quadratzahl und dem Doppelten einer Zahl.

Ganz anders Stromae: Während eines Live-Interviews in der bekannten französischen Fernsehshow *On n'est pas couché* am 14. September 2013 lud der Moderator Laurent Ruquier die Zuschauer ein, per Twitter beliebige Fragen zu stellen. Eine zufällig ausgewählte Frage lautete: „Was ist die Quadratwurzel aus 196?“ Der Zuschauer wollte eindeutig ein Wortspiel mit dem Titel der CD des Sängers machen und den Rapper damit herausfordern. Mathematiker hätten vor den Kameras einer Live-Show mit einem Millionenpublikum gezögert zu antworten, nicht so der 28-Jährige: „14“, antwortete er prompt.

Und da es nicht optimal für das Image eines Sängers ist, wenn er zu clever in Mathe ist, fügte er als eine Art Entschuldigung hinzu: „Nun ja, ich wusste, dass 13 die Quadratwurzel aus 169 ist, deshalb habe ich vermutet, dass 14 die aus 196 ist.“ Mit Recht wies Moderator Ruquier diese Bescheidenheit zurück und würdigte den scharfen Verstand Stromaes.

Muster

Ein anderes auffälliges Merkmal des Sängers sind die Muster auf seiner Kleidung und auf seinen Webseiten. Sie wurden auf den ausdrücklichen Wunsch Stromaes, der wohl um ein eigenes Muster für jeden Song auf seiner CD gebeten hat, von dem Brüsseler Studio Bolt entworfen. Die Muster für die Kleidung bei seinen Auftritten reflektieren sowohl den Text als auch die Musik und sollen von Afrika inspiriert worden sein, nicht von der Mathematik. Wie ich in meinem Buch *Africa + mathematics* (erschienen in Niederländisch und Französisch) hinlänglich gezeigt habe, sind dies jedoch lediglich zwei alternative Wege zu denselben abstrakten Mustern. Ein Mathematiker erkennt geometrische Abstraktion in afrikanischen Mustern und folglich in Stromaes Mustern, die auf jenen beruhen.



Die klassische Notation für diese Muster ist „p1“, die moderne „o-Symmetrie“.

Ein kürzlich erschienenes Buch, das die Bedeutung dieser Design-Theorie erklärt, ist Michael Hann's *Symbol, Pattern and Symmetry, The Cultural Significance of Structure*. Hann ist Direktor des Archivs für Internationale Textilien (ULITA; ehemals: Internationales Textil-Archiv der Universität von Leeds) und daher prädestiniert dafür, die Bedeutsamkeit der Mathematik für Stoffmuster zu erklären, insbesondere, da er auf der Suche nach mathematischen Mustern die ganze Welt bereist hat. In seinem Buch verwendet er die klassischen Notationen für Muster und erklärt, dass es nur 17 verschiedene Arten von Tapetenmustern gibt. Dennoch enthält das Buch zahllose Fotos, die die kreative Verwendung dieser Muster illustrieren, wobei die Aufnahmen vom mediterranen Raum bis nach China, Korea und Japan, und von Assyrien, Persien, Indien und Pakistan bis nach Indonesien reichen.



Wenn wir die Farbunterschiede außer Betracht lassen, dann ist das erste Muster von Stromae „p3“, oder in moderner Notation „333“, unter Vernachlässigung des Hintergrunds ist das zweite ein „cm“ bzw. „*x“.

Seit einigen Jahren bevorzugen manche Mathematiker eine alternative Notation, die von John Conway (Universität Princeton, USA), Chaim Goodman-Strauss (Universität von Arkansas, USA) und Heidi Burgiel (Staatliche Universität Bridgewater, USA) in ihrem Buch *A Symmetry of Things* eingeführt wurde. Es wurde ein bahnbrechendes Buch, weil es ein einfacheres Notationssystem für Muster vorschlug. Dieser Erfolg überrascht, weil bereits so viele Textbücher über die klassische Theorie der Symmetrie veröffentlicht worden sind. Und besagt nicht ein Klischee, dass Mathematik nichts anderes ist, als das Studium von *Symmetrie* bzw. *Symmetron*, d.h. wortwörtlich „(Dinge) mit Maß“.

Ich kontaktierte Chaim Goodman-Strauss, und seine Antwort war überraschend: „Die meisten Muster von Stromae haben eine *o*-Symmetrie, aber eines darunter ist, wenn man die Farbe ignoriert, ein Muster mit der *Signatur* 333, während ein anderes die interessante **x*-Signatur hat – eine unerwartete Verbindung zum Möbiusband.“ Diese Aussagen bedürfen einer Erklärung.

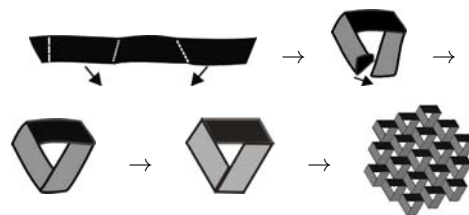
Erstens: Mit dem Begriff *o*-Symmetrie verwendet der Mathematiker die neue Terminologie für ein Muster, das unter Mathematikern als *p1* bekannt war; das Muster ist nur unter Parallelverschiebung invariant.

Paul Van Haver wurde am 12. März 1985 in Brüssel geboren. Sein Bühnenname Stromae ist eine Inversion von *Maestro*, eine übliche Praxis im französischen Slang *Verlan*. Er besuchte die *Académie de Musique de Jette* und ging auf die private Jesuitenschule in Godinne (in der Nähe von Namur). Um die Kosten für sein Studium an der INRACI Brüssel (das französischsprachige „Nationale Institut für Radioelektrizität und Cinematografie“) zu decken, arbeitete er in einer Filiale einer großen belgischen Schnellrestaurantkette. Schon bald sollte er in der Lage sein, die gesamte Kette zu kaufen – 2010 wurde er über Nacht mit dem Song *Alors on danse* berühmt. 2013 erhielt er die Auszeichnung als „Bester Belgischer Auftritt“ beim *MTV Europe Music Award*. Mathematisch verlieh Chaim Goodman-Strauss ihm eine ebenso wichtige Ehre: „Jeder, der die Quadratwurzel von 196 kennt, ist wirklich glaubwürdig.“

Zweitens: Unter Vernachlässigung der Farben wird die Symmetrie des Musters auf Stromaes Hemd durch Drehungen erzeugt. D.h. die Elemente, aus denen sich das Muster zusammensetzt, können um 120° gedreht werden, sodass nach drei Umdrehungen eine volle 360° -Umdrehung erreicht ist; zudem existieren drei mögliche Drehpunkte. In klassischer Notation heißt das Muster *p3*, in moderner sagt man, dass „es die Signatur 333 besitzt“.

Drittens: Die Hände der abgebildeten Figuren, die Fans von der *Single Papaoutai* kennen werden, haben die *Signatur* 2222. Das liegt daran, dass die Hände um vier Drehpunkte herum jeweils um 180° gedreht werden können. Die Figuren selbst sind für sich spiegelsymmetrisch und sind zudem von einer Spalte zur nächsten gespiegelt und vertikal verschoben. Goodman-Strauss verwendet * für die erste Spiegelsymmetrie und x für das „gespiegelte Kreuzen“, was in der **x*-Signatur (ehemals *cm*) resultiert. Aufgrund einiger leichter Unterschiede im Hintergrund und bei den Figuren kann man sagen, dass das Muster sich im Prinzip auf eine *o*-Symmetrie reduziert.

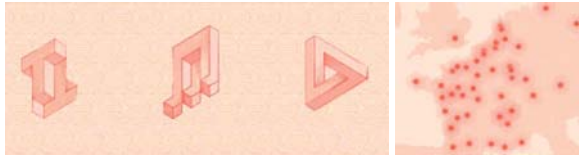
Die bereits beschriebenen Muster von Stromae enthalten alle Operationen, die in Tapetenmustern vorkommen können: Verschiebung, Spiegelung, Drehung und gekreuzte Spiegelung. Goodman-Strauss' abschließender Kommentar über die Verbindung zum Möbiusband, einem Papierstreifen mit einer Verdrehung, ist schwieriger zu erklären. Dennoch könnte man sagen, dass man solch ein verdrehtes Band erhält, indem man die Tapete so faltet, dass die Grundmuster aufeinander liegen (das ist theoretisch nur schwer vorstellbar und praktisch eine kleine Herausforderung). Es gibt aber auch einen ganz anderen und einfachen Weg, das Hemdmuster mit dem Möbiusband in Verbindung zu bringen – tatsächlich kann künstlerische Kreativität auch bei Mathematikern vorkommen.



Eine kreative Art, das Muster eines Hemdes von Stromae mit einem Möbiusband in Verbindung zu bringen.

Geometrie und Paradoxien

Wenn man Informationen über Stromae sammelt, stößt man auf seiner offiziellen Webseite (stromae.net) auf eine weitere angenehme Überraschung. Stromae hat in seiner Kommunikation immer Century Gothic als Schriftart verwendet, aber diesmal hat er das Design-Studio Bolt gebeten, eine „unmögliche“ Version davon zu entwickeln. Was den Textsatz angeht, so war der mathematische Ansatz noch deutlicher! Ich bat Slavik Jablan, Mathematikprofessor am ICT Belgrad (Serbien), um seine Meinung.



Links die Startseite von Stromaes Webseite

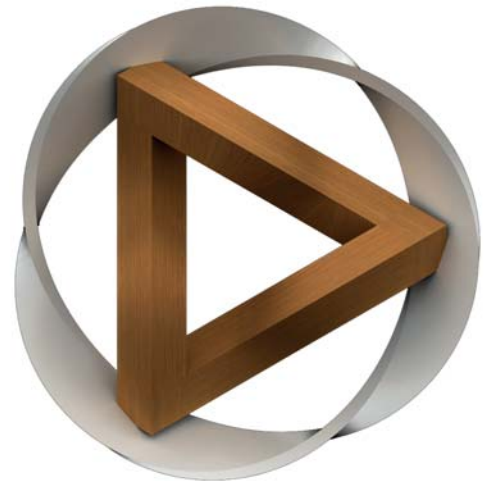
Der Spezialist für Visuelle Mathematik erwiderte, dass jeder in seinem Arbeitsgebiet sofort die drei Symbole mathematischer Kunst auf der Startseite erkennen würde: ein Taniuchi-T, ein Blivet-Notenzeichen und ein Penrose-Dreieck. Das erste Symbol führt zur Liste von Stromaes geplanten Konzerten. Die Abbildung der Veranstaltungsorte spielt sehr nett darauf an, dass die Ebene mit Sechsecken gepflastert werden kann – und die Konzerte des Sängers sind so zahlreich, dass sie annähernd das größte Sechseck Westeuropas bedecken: Frankreich.

Stromaes Buchstabe T erinnert an das Werk des japanischen Künstlers Tsuneo Taniuchi (*1953, Tanabe). Dieser mit Preisen ausgezeichnete Grafikdesigner arbeitete in Tokyo und Boston, hatte zahlreiche Ausstellungen und entwarf Kinderbücher. 2002 gestaltete er die Ausstellung von Kurosawas Storyboards beim Film Festival in Cannes. Unter Mathematikern ist er bestens bekannt für sein Alphabet (http://www.geocities.jp/tt_studio/). Seine Buchstaben entstehen mittels Parallelprojektion, einer geometrischen Zeichenmethode, die nach der Entdeckung der Perspektive in der Renaissance im 16. Jh. aufgegeben wurde, was wiederum wichtig für die Geschichte der Mathematik war. Darüber hinaus erinnern die verwirrenden Bilder an die paradoxen Fragestellungen, die zu Beginn des 20. Jahrhunderts populär waren, als die Grundlagen der Mathematik diskutiert wurden.

Stromaes Team mag vielleicht wenig originell beim Design des Buchstaben T auf seiner Webseite gewesen sein; das als *Blivet* bzw. *Teufelsgabel* gestaltete Notenzeichen ist da schon kreativer. Die Form aus zwei oder drei Säulen und einer rechteckigen Querverbindung mit unvereinbaren Perspektiven ist eine wohlbekannte optische Illusion, die von vielen Grafikkünstlern verwendet wurde, wie dem Niederländer Maurits Cornelis Escher (1898–1972) oder dem Ungarn István Orosz (*1951). Die Verwendung dieser „unmöglichen“ dreidimensionalen Komposition für Musiknoten scheint jedoch neu zu sein; sogar für István Orosz, den ich im Rahmen der Recherche für diesen Artikel kontaktiert habe.



Das Alphabet von Stromaes



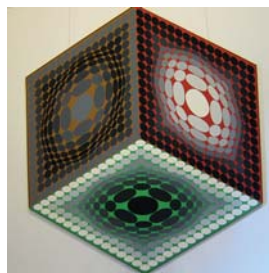
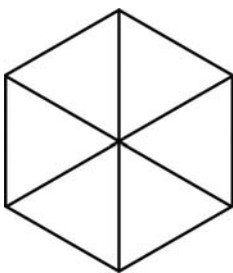
Ein Penrose-Dreieck passt in ein Möbiusband mit drei Verdrehungen (Zeichnung: Rinus Roelofs).

Die dritte Illusion, das Penrose-Dreieck, ist im Gegensatz dazu weit verbreitet. Es ist nach dem englischen Physiker und Mathematiker Roger Penrose (*1931) benannt, wohingegen die Schweden es lieber nach Oscar Reutersvärd (1915–2002) benennen, der es anscheinend bereits 1934 gezeichnet hat. Es wurde im *British Journal of Psychology* veröffentlicht; und vielleicht erklärt diese Verbindung zu den Geisteswissenschaften, die auf dem Interesse vieler Psychologen an der Wahrnehmung visueller Illusionen basiert, warum „Penrose“ der populärere Name für das Objekt wurde.

Wenn man einen Streifen um das Penrose-Dreieck legt, entsteht ein Möbiusband mit drei Verdrehungen. Der Künstler und Mathematiklehrer Rinus Roelofs (Hengelo, Niederlande) hat das in einer Zeichnung illustriert. Stromaes Verstand scheint definitiv einen Möbius-Dreh zu haben, aber wir wollen ihn nicht mit Jacques Lacans (Frankreich, 1901–1981) psychoanalytischer Interpretation des Möbiusbandes verärgern.

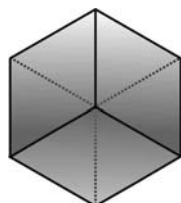
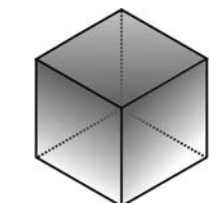
Vasarely-Würfel

Der Hintergrund von Stromaes Webseite erinnert an den „unmöglichen Würfel“ der Grafik *Belvedere* von M. C. Escher; und interessanterweise ist eine ähnliche Würfel-Illusion auf dem Cover von Stromaes neuer CD *Formidable* abgebildet. Man fühlt sich unweigerlich an einen Lieblingskünstler vieler Mathematiker erinnert, den Ungarn Victor Vasarely (1906–1997). Ich bat die Mathematikerin Ljiljana Radović (Nis, Serbien) um ihre Meinung, als sie während Reza Sarhangis (Towson Universität, USA) Mathematik-Treffen „Bridges“ in Vasarelys Geburtsstadt Pécs einen Vortrag über Mathematik in Vasarelys Werk hielt.



Stromaes CD-Cover (oben): eine mehrdeutige Figur, die als Würfel (links) oder als Vasarely-Kunstwerk (rechts, Foto B. Mecsi, Budapest, Ungarn) interpretiert werden kann.

Radović erklärte, dass Vasarely rhombische Mosaiken mochte, die auf einem Element basieren, das er *Keplers Würfel* nannte. In der Theorie Visueller Wahrnehmung wird es nach dem deutschen Gestalt-Psychologen Kurt Koffka (1886–1941) als *Koffka-Würfel* bezeichnet. Der Schweizer Kristallograph Louis Albert Necker (1786–1861) entdeckte, dass ein einzelner transparenter Kristall zwei Bilder produziert: ein konvexes, das aussieht wie ein Würfel, der auf den Beobachter zeigt sowie ein konkaves, das aussieht wie die Ecke eines Raumes. Der Koffka-



Stromae als Mann (links) und als Frau (rechts)

Würfel kann als Vereinfachung von Neckers Illusion betrachtet werden. Er ist das Bild eines Würfels, auf den wir in Richtung der Hauptdiagonalen blicken. Er hat Eckenpaare, die zusammenfallen, sodass er aussieht wie ein normales Sechseck mit gleichwertigen Interpretationsmöglichkeiten: Unterteilung des Sechsecks in drei Rhomben, in sechs Dreiecke oder die Flächenprojektionen von (konvexen bzw. konkaven) Würfelementen. Das ist der Grund für die Mehrdeutigkeit: Auge und Gehirn pendeln zwischen den beiden Interpretationen des Bildes hin und her. Die ältesten Beispiele für diese visuelle Illusion findet man in Mosaiken aus Antiochia oder in Keplers Arbeiten über Mosaiken, woraus Vasarely den Begriff *Keplers Würfel* ableitete.

Der niederländische Physiker und Nanowissenschaftler Carlo W. J. Beenakker (*1960, Leiden) verglich die Betrachtung des Zustands einiger subatomarer Teilchen mit der Betrachtung von Vasarely-Würfeln: Die Augen des Betrachters entscheiden, welcher Punkt vorne und welcher hinten ist; und man kann leicht zwischen den beiden Interpretationen wechseln. Das ist genau das, was passiert, wenn man auf Stromae blickt: In seinem neuesten Clip für *Tous les mêmes* kann das Auge des Betrachters entscheiden, ob er ihn/sie als Mann oder als Frau sieht. Stromae hat unzweifelhaft eine Schwäche für Mehrdeutigkeit, sei es in der Kunst, in der Mathematik oder in Bezug auf die Geschlechtsidentität.

Dirk Huylebrouck, huylebrouck@gmail.com

Dirk Huylebrouck ist Professor am Fachbereich Architektur der KU Lueven. Nach acht Jahren im Kongo, beendet von Mobutu, hat er in Deutschland amerikanische Studenten unterrichtet, bis sich diese in den Irak aufmachten, worauf er nach Afrika zurückkehrte, diesmal nach Burundi. Der Genozid im benachbarten Ruanda veranlasste ihn, nach Belgien zurückzukommen. Huylebrouck ist Verfasser einer Kolumne über „mathematischen Tourismus“ und schreibt über Themen wie das belgische Atomium, das Werk von Leonardo da Vinci, den Genter Altar oder die Fibonacci-Folge im Werk des maltesischen Künstlers Norbert Francis Attard.



Sollten Sie nun durch Stromae inspiriert worden sein, in die Welt mathematischer Muster einzutauchen, so sind hier zwei Empfehlungen: Die mehr künstlerisch Interessierten könnten sich Michael Hann's *Symbol, Pattern and Symmetry, The Cultural Significance of Structure* (Bloomsbury, 2013) zuwenden, während die Mathematiker sicherlich an *The Symmetry of Things* (Taylor & Francis, 2008) von John Conway, Chaim Goodman-Strauss und Heidi Burgiel Freude haben werden. Und vielleicht wird sogar Stromae in diesen Büchern einige neue Muster für seine künftigen CDs, Hemden und Webseiten finden.