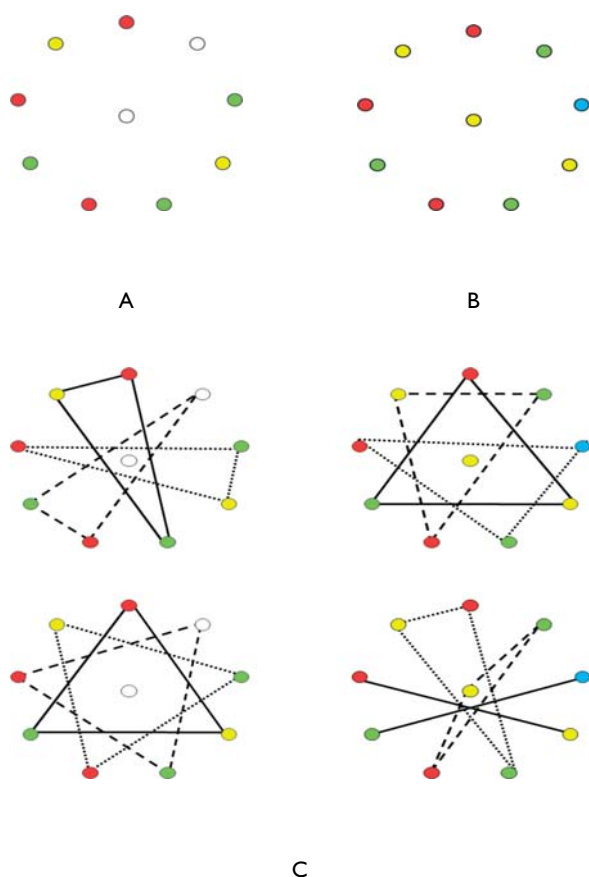


Diskussion

Zehn bunte Punkte in der Ebene, 18-3 (2010)

Die „Preisauflage“ von B. Matschke und G. M. Ziegler fragte nach Einfärbungen des regelmäßigen Neunecks plus Mittelpunkt, so dass es möglichst wenig Tverbergzerlegungen gibt. Bei dem regelmäßigen Neuneck plus Mittelpunkt handelt es sich um eine kleinste offene Instanz des neuen gefärbten Tverbergsatzes mit $d = 2$ und $r = 4$. (Der neue gefärbte Tverbergsatz wurde ebenfalls im Heft 18-3 auf S. 164 vorgestellt.)

In meiner Bachelorarbeit (*On the number of colored Tverberg partitions – Investigations on regular polygons and their center points in the plane*, TU Berlin 2011) habe ich die möglichen Färbungen unter Ausnutzung von Symmetrie enumeriert und so zeigen können, dass immer mindestens zwei Tverbergzerlegungen existieren. Es gibt dafür im wesentlichen zwei Typen von Einfärbungen, das heißt zwei Äquivalenzklassen, wobei Rotationen und Spiegelungen des Neunecks erlaubt sind. Einerseits reicht es aus 8 der 10 Punkte wie in Abbildung A einzufärben. Die Farbe der beiden bis jetzt ungefärbten Punkte kann beliebig durch die Wahl einer vierten bzw. vierten und fünften realisiert werden. Die zweite minimale Punktconfiguration ist in Abbildung C zu sehen. Die dazugehörigen Tverbergzerlegungen sind in Abbildung B zu finden.



Linda Kleist, Berlin

SET! (19-2)

Spielt man gerne, so sucht man automatisch in jedem Spiel nach einem mathematischen Hintergrund. Allerdings lassen nur die wenigsten Spiele eine sehr einfache mathematische Beschreibung zu. In seiner reinsten Form trifft das auf das Spiel SET zu, man sucht einfach affine Geraden in einem Vektorraum V der Dimension vier über einem Körper mit drei Elementen. Da wir beide gerne eine Partie SET spielen und der Gewinner oft nur mit einem oder zwei SETs Unterschied den Sieg erringt, haben wir uns sehr gefreut einen Artikel dazu in der letzten Ausgabe der *Mitteilungen* zu lesen. Leider beginnt der Artikel mit einem etwas ermüdenden Gespräch, welches schnell überlesen wurde, und gibt dann eine Antwort auf die nicht ganz offensichtliche Frage, unter wie vielen Karten immer ein SET ist. Für Mathematiker, unter wie vielen Punkten im Vektorraum V gibt es immer mindestens eine affine Gerade. Die Antwort des Autors, 13, ist leider so offensichtlich falsch, dass man sich fragt, ob er das Spiel kennt. Als SET-Spieler weiß man, dass es immer wieder Auslagen gibt mit 13 oder 14 Karten, die kein SET enthalten. Wir haben die Regeln inzwischen sogar soweit geändert, dass man auch für den Beweis, dass kein SET auf dem Tisch liegt, Punkte erhält. Eine kurze Überlegung liefert sofort eine Auslage von 16 Karten ohne SET und eine halbe Stunde gezieltes Probieren auch eine Auslage mit 20 Karten. Klaus Altmann (FU Berlin) konnte mir sofort ein Beispiel angeben. Sucht man im Internet, so findet man sogar die genaue Antwort, unter 21 Karten befindet sich immer ein SET. Drei Schüler haben das bei 'Jugend forscht' im Jahr 1999 bewiesen (<http://www.behrenhoff.de/set/JugendForscht.html>). Allerdings wird der 'Beweis' mit Hilfe eines Computerprogramms durch cleveres Austesten aller Fälle geführt.

Jetzt ist der Ehrgeiz geweckt, können wir das auch beweisen und gibt es weitere sinnvolle Spiele dieser Art? Gehen wir dazu zurück zum Problem. Der Vektorraum V wird durch zwei Parameter bestimmt, die Anzahl der Elemente q im Grundkörper und die Dimension n . Ist q größer als drei hat man allerdings mehrere Möglichkeiten ein SET zu definieren, es kann aus r Elementen aus V (Punkten bzw. Karten) bestehen, dabei ist $3 \leq r \leq q$. Allerdings gibt es noch eine andere Verallgemeinerung, statt eines Grundkörpers nimmt man einfach eine Menge S mit q Elementen und V wird einfach zu S^q (q muss also keine Primzahlpotenz mehr sein). Jetzt definiert man als SET eine Menge von r Elementen $\{S_1, \dots, S_r\}$ in S mit folgender Eigenschaft. Die Koordinaten $(S_{1i}, S_{2i}, \dots, S_{ri})$ sind für jedes $i = 1, \dots, n$ entweder alle gleich oder alle verschieden. Im Fall $q=3$ stimmen beide Verallgemeinerungen überein und man hat nur eine interessante Wahlmöglichkeit $r = 3$.

Darum haben wir also gleich den Fall $n = 3$ und $q = 4$ zum Sonntagsfrühstück in Eigenarbeit hergestellt und ausgetestet. Man benötigt 64 Karten, die man z. B. bei Hail Lehrmittel als Blankokarten ordnen kann. Diese werden mit Symbolen, ähnlich dem originalen Spiel, versehen.

Am Ende ist das Originalspiel sicher interessanter (an eine Vermarktung denken wir also bisher nicht). Trotzdem sieht man, dass der Charakter des Spiels für $r = 3$ ein völlig anderer als für $r = 4$ ist. Findet man bei $r = 3$ fast immer sofort ein SET schon unter 9 Karten muss man bei $r = 4$ oft Karte für Karte dazulegen, ohne ein SET zu finden. Während also $r = 3$ das schnelle Spiel ist, ist $r = 4$ ein Spiel für sehr geduldige Sucher. In der Hoffnung, dass das Spiel SET in Zukunft auch in der

Grundvorlesung Lineare Algebra I Einzug hält und ein wenig Interesse geweckt wurde, verbleiben Nora Hille (Bielefeld) und Lutz Hille (Münster).

Richtigstellung

„Ich habe hierfür einen wahrhaft wunderbaren Beweis gefunden, doch ist der Rand hier zu schmal, um ihn zu fassen.“, schrieb Pierre de Fermat neben die Behauptung, dass die Gleichung $a^n + b^n = c^n$ für $n > 2$ keine ganzzahligen Lösungen hat. Heute wird nahezu einvernehmlich angenommen, dass – welchen Beweis Fermat auch gehabt haben mag – er wahrscheinlich falsch war.



Die in der vorherigen Ausgabe der *Mitteilungen* gemachte Aussage über das Spiel SET!, dass sich in 13 Karten stets ein Set finden lasse, unterscheidet sich in vielerlei Hinsicht von Fermats großem Satz – hauptsächlich schon einmal darin, dass sie falsch ist. Viele aufmerksame Leser/innen stellten dies fest und schickten Kartenkonfigurationen, die aus mehr als 13 Karten bestehen und trotzdem nachweislich kein Set enthalten.

Die bei weitem häufigste Variante ist die auf dem Bild abgebildete. Und dass kein Set zu finden ist, liegt auch nicht an der Unfähigkeit der Spielenden sondern ist leicht zu zeigen. Ein Set aus Karten, die in jedem Merkmal übereinstimmen, ist nicht möglich, sonst wäre es dreimal die gleiche Karte. Folglich müssen in mindestens einem Merkmal alle drei Ausprägungen dieses Merkmals auftreten. Die abgebildeten 16 Karten enthalten aber stets nur zwei. Von den drei möglichen Farben sind nur zwei vertreten. Von den drei möglichen Anzahlen sind ebenfalls nur zwei dabei, gleiches gilt für Form und Schraffur. Bei vier Merkmalen mit je zwei möglichen Ausprägungen sind das schon 16 Karten ohne Set. Jede weitere Karte führt zu einem Set. Ist also 17 die magische Zahl, ab der stets ein Set ausliegt? Nein, es ist 21. Es gibt Möglichkeiten, 20 Karten ohne Set auszuliegen. Und das wurde auch bereits bewiesen – allerdings von Mathematiker/innen, die deutlich mehr Sorgfalt und Arbeit in den Beweis gesteckt haben als ich. Solange ich jedoch die Eine oder den Anderen dazu gebracht habe, SET! zu spielen, werde ich das wenigstens als Erfolg in der B-Note.



Unter dem Namen *TRIFIX* erhielten die teilnehmenden Schüler/innen des Känguru-Wettbewerbs 2011 ein Spiel, das formal zu SET! äquivalent ist. Mit anderen Farben und Symbolen ist eine maximale Set-freie Menge von 20 Karten rechts abgebildet.

Weiterführende Literatur

- [1] <http://www.setgame.com/set/noset.htm> (die korrekte Zahl auf der Homepage zum Spiel)
- [2] Davis, Benjamin Lent; MacLagan, Diane: The card game SET. *Math. Intelligencer* 25 (2003), no. 3, 33–40. (Dort wird ge-

zeigt dass das Problem mathematisch isomorph zu einem wohlstudierten Problem über „affinen caps“ ist.)

- [3] Edel, Yves; Elsholtz, Christian; Geroldinger, Alfred; Kubert, Silke; Rackham, Laurence: Zero-sum problems in finite abelian groups and affine caps.
- [4] <http://www.behrenhoff.de/set/> (das Set-Problem als Jugend Forscht-Arbeit)

Falk Ebert, Berlin

Denkzettel: Wie man Hasen fängt (19-2)

Da es in diesem Artikel um Problemlösestrategien in der Mathematik geht, kann als Ergänzung zu der angegebenen Literatur das Hypertext-Mathematikbuch (H-Buch) *Elementare Zahlentheorie und Problemlösen* verwendet werden, das auf der Webseite *Mathkompass* (<http://www.math.uni-muenster.de/u/mollerh>) frei verfügbar ist. Viele MathematikerInnen betrachten bisher ein solches Buch als „nicht veröffentlicht“. Deshalb gibt es keine Rezension, und natürlich wirbt auch kein Verlag dafür. Das Empfehlen und Verschicken per E-Mail vor allem durch Studierende und MathematiklehrerInnen funktioniert dagegen sehr gut. Ein weiteres H-Buch *Zahlgenese*, das zum ersten Mal eine genetische Einführung der Zahlbereiche bringt, ein E-Buch *Algorithmische Lineare Algebra*, mehrere entstehende H-Bücher und eine Reihe von Artikeln lassen den *Mathkompass* zu einem „Webgarten“ werden, von dem auch viele DMV-Mitglieder profitieren könnten. Im Hinblick auf die immer restriktiver werdende Veröffentlichungspolitik der Fachverlage wäre auch innerhalb der DMV eine breitere Diskussion über den Umgang mit frei verfügbaren Materialien wünschenswert.

Herbert Möller, Münster

Mathematik im Alltag (19-2)

In der „Tagesschau“ der ARD am 13. Juli 2011 (ab 20.15) erläutert die Sprecherin das Urteil des Bundesfinanzgerichtshofes vom gleichen Tage zur teilweisen steuerlichen Absetzbarkeit von Zivilprozesskosten mit dem Beispiel (inkl. Einblendung der Zahlen):

„Ein Lediger mit 70 000 EUR Jahreseinkommen muss Kosten bis zu 7 % des Einkommens selbst tragen, also 10 000 EUR.“

Ob das als Vorschlag zur Reichenreform gemeint ist? Jedenfalls zeigt es uns Lesern der *Mitteilungen*, dass der Stoff für die Kolonne Herrn Ziegler nicht ausgehen wird!

W. Müller, Potsdam

Das Summa-cum-Laude für Mathematikpromotionen (19-2)

Mit Interesse las ich den Artikel in den *Mitteilungen* zum Anteil der Summa-cum-Laude-Promotionen in der Mathematik. Die dort genannten Zahlen für die Universität Kiel (6 summa cum laude bei 9 Promotionen) sind jedoch völlig falsch. Im Zeitraum 2007–2009 (genauer WiSe 2006/07 bis SoSe 2009) gab es in Kiel 11 Promotionen in Mathematik, davon keine mit Auszeichnung. Ansonsten sagt unsere Statistik noch: Es gab zehnmal die Note sehr gut und einmal gut. Unter den 11 Promovenden waren 5 Frauen.

Es sei angemerkt, dass auch der Wert von 41,0%, den die ZEIT für die gesamte Universität Kiel als Summa-cum-Laude-

Quote für alle Fächer nannte, falsch ist. Die wahre Zahl lautet 8,6 % für 2009 (wobei allerdings im Jahr 2010 ein Anstieg auf 12,1 % zu verzeichnen ist), vgl. eine entsprechende Pressemitteilung der Universität Kiel: <http://www.uni-kiel.de/aktuell/pm/2011/2011-032-summa.shtml>

Es ist skandalös, dass das fehlerhafte Zahlenmaterial des Statistischen Bundesamtes auch noch kostenpflichtig ist. Liefern Geschäfte oder Handwerker fehlerhafte Leistungen, fordert man sein Geld zurück. Vielleicht sollten Sie das beim Statistischen Bundesamt auch tun.

Walter Bergweiler, Kiel

Die Mitteilungen teilen mit

Deutschland, Dr. Dr. Gert Mittring, staunt über Sie – schreibt jedenfalls die „Bild“-Zeitung, die Sie unlängst mit den Titeln „Dr. Mathe“ und „größtes Kopfrechnen-Genie der Welt“ dekoriert hat. So genial superlativ kann es eben nur die *Bild* sagen, gel!

Aber nein: Laut Ihrer eigenen Homepage dürfen Sie neben zwei Dokortiteln (in Heilpädagogik und Psychologie) den Titel „Großmeister im Kopfrechnen“ führen, zählen zu den „wenigen lebenden echten Rechenkünstlern“, sind ein „genuiner Vertreter der *ars calculandi*“, waren ein „mathematisches Wunderkind“, sind bis heute „allgemein und mathematisch höchstbegabt“ und werden „von Kindern häufig *Mozart der Zahlen* genannt“. Chapeau!

Ihre Welt ist – laut *Bild* – voller Zahlen: „Mein Kumpel hat ein Nummernschild mit der Zahl 04199. Ich habe sofort gesehen: Das ist das Ergebnis von $13 \times 17 \times 19$ – alles Primzahlen.“ Sapperlot, Mittring! Tatsächlich, alles Primzahlen! – Ihr Kumpel muss ein echter Glückspilz sein.

Ihre Minderbegabten vom Mozart der Mathe-Magazine

Mitteilungen

Impressum

■ **Verleger** Deutsche Mathematiker-Vereinigung e.V., dmv.mathematik.de ■ **Herausgeber** Prof. Dr. Martin Skutella (verantwortl.), Fakultät II – Mathematik und Naturwissenschaften, Institut für Mathematik, MA 5-2, TU Berlin, Straße des 17. Juni 136, 10623 Berlin, Tel. +49.30.31478654 Fax. +49.30.31425191, martin.skutella@tu-berlin.de ■ Prof. Dr. Günter Leugering, Lehrstuhl für Angewandte Mathematik II, Universität Erlangen-Nürnberg, Martensstraße 3, 91058 Erlangen, leugering@am.uni-erlangen.de ■ Prof. Dr. Brigitte Lutz-Westphal, Institut für Mathematik, Freie Universität Berlin, Königin-Luise-Str. 24–26, 14195 Berlin, brigitte.lutz-westphal@math.fu-berlin.de ■ Prof. Günter M. Ziegler, Institut für Mathematik, FU Berlin, Arnimallee 2, 14195 Berlin, ziegler@math.fu-berlin.de ■ **Redaktion** Christoph Eyrych, Thomas Vogt, mdmv@math.tu-berlin.de ■ **Adresse der Redaktion** Mitteilungen der DMV, Institut für Mathematik, FU Berlin, Arnimallee 2, 14195 Berlin, Tel. +49.30.83875660, Fax +49.30.83875638, mdmv@math.tu-berlin.de ■ **Gestaltung + Satz** Christoph Eyrych, Berlin, mdmv@0x45.de ■ **Umschlag** Oliver Weiss, Grassau, www.oweiss.com ■ **Druck** Oktoberdruck AG, Berlin ■ Erscheinungsweise vierteljährlich. Der Bezugspreis ist im Mitgliedsbeitrag der DMV enthalten. Bitte senden Sie Manuskripte an den Herausgeber, Anzeigen an die Redaktion. Bitte senden Sie Adressenänderungen und alle die Mitgliedschaft betreffenden Zuschriften an die **Geschäftsstelle der DMV**, c/o WIAS, Mohrenstr. 39, 10117 Berlin, Tel. +49.30.20372-306, Fax +49.30.20372-307, dmv@wias-berlin.de