

Lehramtsstudium in der Diskussion

Während in den Universitäten und auch in der DMV eine intensive Diskussion über Möglichkeiten und Ziele einer Reform des Lehramtsstudiums gerade erst in Gang gekommen ist, drängen Kultusministerien bei diesem Thema in zunehmenden Maße auf Tempo.

Wir dokumentieren im Folgenden die durch Aufträge der jeweiligen Kultusministerien zu Stande gekommenen Reformkonzepte der Länder Rheinland-Pfalz und Saarland; in beiden Ländern ist die Umsetzung zum Wintersemester 2007/08 geplant. Die Entwicklung der reformierten Studiengänge im Saarland erfolgte in Kenntnis der bereits weiter fortgeschrittenen Konzepte aus Rheinland-Pfalz; teils lehnen sie sich an diese an, teils wurden alternative Lösungen gesucht.

(RSP)

Zur Reform der Lehrerbildung in Rheinland-Pfalz

von Peter Ullrich

Durch Beschluss des Ministerrates des Landes Rheinland-Pfalz vom 8. 4. 2003 wurde in diesem Bundesland ein Prozess der Reform der Lehrerinnen- und Lehrerbildung (im folgenden kurz: Lehrerbildung) in Gang gesetzt, dessen Durchführung auch andernorts von Interesse sein könnte: Zum einen wird an den vier Universitäten des Landes (Kaiserslautern, Koblenz-Landau, Mainz und Trier) die Reform gleichartig durchgeführt, also ohne universitätsspezifische Modellversuche. Zum anderen werden in der Kultusministerkonferenz (KMK) Ansätze zur bundesweiten Reform der Lehrerbildung verfolgt: Strukturelle Aspekte sind in den „Quedlinburger Beschlüssen“ der KMK vom 2. 6. 2005 festgelegt; es werden aber auch ländergemeinsame inhaltliche Anforderungen für die Fachwissenschaften und -didaktiken erarbeitet, zur Zeit unter anderem für Mathematik. Dabei dienen die Strukturmerkmale und inhaltlichen Vorgaben des rheinland-pfälzischen Konzeptes als Diskussionsvorlage.

1 Das rheinland-pfälzische Konzept zur Reform der Lehrerbildung

Das Reformkonzept umfasst nicht nur die Lehrämter für alle Schulformen von der Grundschule bis hin zu Gymnasium und Berufsbildender Schule und auch die Förderschule, sondern es betrifft neben der Ersten auch die Zweite Phase der Ausbildung der zukünftigen Lehrkräfte. Der Kürze halber werden aber im folgenden nur diejenigen Aspekte herausgestellt, die den Lehrbetrieb an der Universität (besonders) betreffen.

1.1 Struktur des Studiums

Das Studium ist gegliedert in ein sechssemestriges Bachelor- und ein zwei- bis viersemestriges Master-Studium. Das Erste Staatsexamen wird durch sich daran anschließende mündliche Prüfungen in den Bildungswissenschaften und den Fächern erlangt. In seine Note geht die des Bachelor- und die des Master-Abschlusses insgesamt zu (zur Zeit¹) 70 % ein.

Bei der Gestaltung von lehramtsbildenden Bachelor-Master-Studiengängen entsteht regelmäßig ein Konflikt zwischen Polyvalenz und Professionalisierung: Einerseits sollen an das Bachelor-Studium möglichst viele Master-Studiengänge anschließbar sein und gegebenenfalls sogar ein direkter Berufseintritt; ander-

erseits sind die Berufsbilder von Fachwissenschaftler/in und Lehrkraft an Schulen derartig verschieden, dass für eine sinnvolle Differenzierung die maximal vier Semester des Master-Studiums nur schwerlich ausreichen. Rheinland-Pfalz hat hier den Weg gewählt, die Polyvalenz primär über die verschiedenen Lehrämter zu definieren. (Hierdurch werden die Universitäten allerdings nicht aus der Verantwortung für diejenigen Studierenden entlassen, die, nachdem sie das erste Mal vor einer Klasse gestanden haben, feststellen, dass dies nicht die Tätigkeit ist, die sie für den Rest ihres Arbeitslebens ausüben wollen.)

Konkret bedeutet dies, dass das Bachelor-Studium in der Tendenz gleich ist für die Lehrämter an Grundschulen (GS), an Hauptschulen (HS), an Realschulen (RS), an Gymnasien (Gym) und an Berufsbildenden Schulen (BBS). Hierbei durchlaufen Studierende des Lehramts an GS allerdings nur während der ersten vier Studiensemester ein wissenschaftliches Studium der Bildungswissenschaften und zweier Fächer; entsprechendes gilt für das Lehramt an Förderschulen (FöS).

Der Zusatz „in der Tendenz“ liest sich dabei im Fall der Mathematik so, dass nur das eine Modul „Fachwissenschaftliche und fachdidaktische Voraussetzungen“ für das Lehramt an GS und die ande-

¹ Genauer: nach Stand der Entwurfsfassung der „Landesverordnung über die Erste Staatsprüfung für ein Lehramt“

ren Lehrämter gleich sein muss. (Das Szenario von Grundschulstudierenden in der Analysis-Vorlesung für Gymnasial- und Fach-Studierende lässt sich also vermeiden.) Vollständig vollzogen wird die Differenzierung nach den verschiedenen Lehrämtern allerdings erst im Master-Studium.

Die Regelstudiendauern für die verschiedenen Lehrämter betragen für Bachelor (BA) und Master (MA), angegeben in Semestern:

	GS, HS, RS	FöS	Gym, BBS
BA	6	6	6
MA	2	3	4
Summe	8	9	10

1.2 Das „Duale Studien- und Ausbildungskonzept“

Eine Prämisse der Reform war, die Gesamtausbildungszeit vom Studieneintritt bis zum Abschluss des Zweiten Staatsexamens nicht zu verlängern. Dass die obigen Regelstudiendauern dennoch über den bisherigen liegen, wird möglich durch die Vermeidung von Wartezeiten zwischen Erster und Zweiter Ausbildungsphase und die Verkürzung der Zweiten Phase von 18 bis 24 auf 15 Monate.

Zum Kompensation dieser Verkürzung wird allerdings der Umfang der schulpraktischen Ausbildung während des Studiums auf 100 (Lehrämter an GS, HS, RS) bis 130 (Lehrämter an Gym, BBS) Unterrichtstage angehoben; diese Schulpraktika finden (fast) ausschließlich in der vorlesungsfreien Zeit statt und werden von den Studienseminaren und von Lehrkräften an Schulen durchgeführt.

Diese intensive frühzeitige Erfahrung der Studierenden mit der Tätigkeit in der Schule bedeutet für die Universitätslehrenden, dass sie einerseits diese bereits im Bachelor auf die Bewältigung von Unterrichtssituationen vorbereiten müssen und andererseits es in den höheren Semestern mit einem Auditorium zu tun haben, das bereits Unterrichtserfahrung hat und aus dieser spezifische Wünsche hinsichtlich der bildungswissenschaftlichen, fachdidaktischen, aber auch fachwissenschaftlichen Ausbildung im Studium ableitet.

2 Die Vorgaben für die Leistungspunkte

Die Prüfungsordnungen für die (akademischen) Bachelor- und Masterstudiengänge sind zwar Angelegenheiten der Universitäten, die „Landesverordnung über die Erste Staatsprüfung für das Lehramt“ regelt aber die Bedingungen, unter denen deren Abschlüsse für das Erste Staatsexamen anerkannt werden.

2.1 Bezogen auf die Studiengänge

Insbesondere gibt sie die Anzahl der – den ECTS-Punkten äquivalenten – Leistungspunkte (LP) für die einzelnen Studienbestandteile vor, so für das Studium eines Faches, etwa der Mathematik:

Lehramt	GS	HS	RS	Gym	BBS	FöS
BA	40	65	65	65	65	40
MA	0	10	15	40	15	0
Summe der LP	40	75	80	105	80	40
Äquivalent in SWS (gerundet)	27	50	53	70	53	27

Weiterhin müssen im Rahmen des Studiums der Grundschulbildung Studierende des Lehramt an GS, die nicht in den ersten vier Semestern Mathematik als Fach studiert haben, ein Modul „Fachwissenschaftliche Grundlagen Mathematik“ absolvieren und alle Studierenden dieses Lehramts ein Modul „Didaktik des Mathematikunterrichts (in der Grundschule)“.

Die genannten LP-Zahlen beziehen sich ausschließlich auf das Studium des Faches im engeren Sinne; sowohl für die Schulpraktika als auch für die Abschlussarbeiten gibt es eigene Kontingente von Leistungspunkten. Insbesondere ist es zulässig, die in der Tabelle aufgeführten Zahlen näherungsweise in Semesterwochenstunden (SWS) umzurechnen, wobei die Faustregel „3 LP entsprechen 2 SWS“ zu Grunde gelegt wurde. Diese leitet sich daraus her, dass bisher ein Lehramtsstudium pro Semester circa 20 Lehrveranstaltungsstunden vorsah, während jetzt dafür 30 LP in Ansatz gebracht werden.

Allerdings umfassen die obigen Zahlen sowohl die fachwissenschaftlichen als auch die fachdidaktischen Studienanteile. Laut Entwurf der Landesverordnung beträgt der Anteil für die Fachdidaktik „in der Regel mindestens 15 v. H.“, also für die einzelnen Lehrämter:

Lehramt	GS	HS	RS	Gym	BBS	FöS
15 % der LP (gerundet)	6	11	12	16	12	6
verbleibende LP	34	64	68	89	68	34

2.2 Bezogen auf die einzelnen Module

Die einzelnen Module sollen 8 bis 12 LP umfassen (also circa 5 bis 8 SWS); hiervon kann in begründeten Fällen von den Universitäten abgewichen werden.

Diese können nämlich entscheiden, wie sie zum Beispiel die vorgesehenen 65 LP des Bachelor-Studiums für die Lehrämter an HS, RS, Gym und BBS auf die

für das Fach Mathematik vorgesehenen 7 Module verteilen und so ihre spezifischen Profile darstellen, etwa durch Betonung der Analysis oder der angewandten Mathematik oder auch der Fachdidaktik. Welches diese 7 Module sind und welche Kompetenzen in ihnen erworben werden sollen, wird durch die landesweit verbindlichen „Curricularen Standards“ vorgegeben. Recht (und Pflicht) der Universitäten ist es aber, diese Vorgaben inhaltlich durch Lehrveranstaltungen zu füllen.

3 Die Curricularen Standards

3.1 Ihre Entstehung

Ab Anfang 2003 wurde vom rheinland-pfälzischen Ministerium für Wissenschaft, Weiterbildung, Forschung und Kultur (MWWFK) für die Bildungswissenschaften und jedes schulrelevante Fach je eine Arbeitsgruppe eingesetzt, in der diese Curricularen Standards erarbeitet worden sind. Personell zusammengesetzt waren diese Arbeitsgruppen wie folgt:

- ein vom MWWFK bestellter Fachvertreter als Vorsitzender (wobei diese Person nicht unbedingt aus Rheinland-Pfalz stammte),
- je ein Fachvertreter aus jeder der vier rheinland-pfälzischen Universitäten (von dieser vorgeschlagen),
- Vertreter von Schulen und Studienseminaren und
- Vertreter der zuständigen Ministerien.²

Die Ergebnisse dieser Arbeitsgruppen wurden von dem zuständigen Ministerium in inhaltlicher Hinsicht nicht verändert; in Bezug auf den Zuschnitt der Module gab es allerdings beim Fach Mathematik noch Handlungsbedarf, da die Vorgaben für die Modulgröße der Arbeitsgruppe bei der Entwicklung der Curricularen Standards noch nicht vorlagen.

3.2 Die Struktur der Curricularen Standards

Für das jeweilige Fach wurden von der Arbeitsgruppe entwickelt

- ein Leitbild für die Ausbildung der Lehrerinnen und Lehrer des jeweiligen Faches,
- eine Aufstellung der Kompetenzen künftiger Lehrerinnen und Lehrer des Faches und
- Beschreibungen der Module des Bachelor- und des Masterstudienganges, zum einen, welche überhaupt vorgesehen sind, und zum anderen die damit verbundenen Studieninhalte und zu erreichenden Kompetenzen und Qualifikationen.

Die Beschreibungen der Module sind als Anhang in die Landesverordnung aufgenommen und werden gemeinsam mit dieser rechtsverbindlich; bisweilen wird die Bezeichnung „Curriculare Standards“ auch nur für sie allein verwendet. Das Leitbild und die übergreifenden Kompetenzen für die Lehrerinnen und Lehrer haben demgegenüber eher die Funktion von Leitlinien (vergleiche dazu deren Abdruck im Anhang).

3.3 Die Studienmodule

Erworben werden sollen die Kompetenzen durch Absolvieren der in Abbildung 1 dargestellten Module.

Während bei einigen der Module bereits die Titel die zugehörigen Inhalte und Kompetenzen nahelegen, erscheinen für andere Erläuterungen angebracht:

Das *Modul 1 „Fachwissenschaftliche und fachdidaktische Grundlagen“* ist Voraussetzung für alle anderen mit Ausnahme der Module 2 und 3 und, wie bereits erwähnt, das einzige Modul, das in identischer Ausgestaltung für alle Lehrämter verpflichtend ist. Es beinhaltet zum einen eine „Elementarmathematik vom höheren Standpunkt“, in der aus der Schule (zumindest teilweise) bereits bekannte Inhalte einer Betrachtung von der Warte der Fachwissenschaft aus unterzogen werden. Weiterhin umfasst das Modul einen Bestandteil „Didaktische und methodische Grundlagen des Mathematikunterrichts“, also einen Einstieg in die Fachdidaktik als Disziplin. Dieses Modul konstituiert also den Ort, an dem der Perspektivwechsel auf den Mathematikunterricht von Schüler/innen-Sicht zur Lehrer/innen-Sicht sowohl in fachwissenschaftlicher als auch fachdidaktischer Hinsicht eingeleitet wird.

Zu den recht vage betitelten *Themenmodulen 8 und 9* gibt es erläuternde Themenlisten, die auf der MSCIKlassifikation aufbauen; *Modul 8* ist dabei eher in Richtung der theoretischen, *Modul 9* eher in Richtung der praktischen Mathematik orientiert.

Das *Vertiefungs-Modul 10* bietet im Studiengang für das gymnasiale Lehramt die Möglichkeit, an eines der beiden Module 8 oder 9 einen „Teil II“ anzufügen, also ein Teilgebiet der Mathematik mit größerer Tiefe zu studieren.

Modul 11 „Entwicklung der Mathematik in Längs- und Querschnitten“ lässt sich einerseits durch Veranstaltungen zur Geschichte der Mathematik ausfüllen; andererseits ist aber auch eine Ringvorlesung über die am Institut vertretenen Forschungsgebiete denkbar,

² Im Falle der Mathematik handelte es sich dabei um (in der obigen Reihenfolge): – Prof. Dr. W. Freeden (Kaiserslautern), – Prof. Dr. V. Bach (Mainz), Prof. W. Fraunholz (Koblenz-Landau, Campus Koblenz), Prof. Dr. J. Müller (Trier), Prof. Dr. H. von Weizsäcker (Kaiserslautern), – StD F. Hein (Staatl. Studienseminar für das Lehramt an Gymnasien Mainz), RFL V. Müller (Staatl. Studienseminar für das Lehramt an Realschulen Koblenz), StD H. Stoll (Staatl. Studienseminar für das Lehramt an berufsbild. Schulen Speyer) und – RSD H. Fischer (MWWFK).

Studienteil	Modul		Studiengang für Lehramt
	Nummer	Titel	
Bachelorstudiengang 1.–4. Sem	1	Fachwissenschaftliche und fachdidaktische Voraussetzungen	alle Lehrämter
	2	Grundlagen der Mathematik A: Lineare Algebra	
	3	Grundlagen der Mathematik B: Analysis	
	4	Grundlagen der Mathematik C: Geometrie, Elementare Algebra und Zahlentheorie	
	5	Fachdidaktische Bereiche	
Bachelorstudiengang 5.–6. Sem.	6	Mathematik als Lösungspotenzial A: Modellieren und Praktische Mathematik	an HS, RS, Gym, BBS
	7	Mathematik als Lösungspotenzial B: Einführung in die Stochastik	
Masterstudiengang	<i>Wahlpflichtbereich:</i> Im Studiengang für das Lehramt an RS und dem für das Lehramt an BBS ist aus den Modulen 8 bis 11 ein Modul zu wählen, im Studiengang für das Lehramt an Gym sind alle vier Module 8 bis 11 verpflichtend.		an RS, BBS bzw. Gym
	8	Themenmodul A: Mathematik im Wechselspiel zwischen Abstraktion und Konkretisierung	
	9	Themenmodul B: Mathematik als fächerübergreifende Querschnittswissenschaft	
	10	Vertiefungsmodul	
	11	Entwicklung der Mathematik in Längs- und Querschnitten	an HS
	12	Fachwissenschaftliche und fachdidaktische Vertiefung	
	13	Fachdidaktische Bereiche	

Abbildung 1. Die Studienmodule

die an einer oder mehreren Stellen inhaltlich vertieft wird.

Quellen

Informationen zum rheinland-pfälzischen Reformmodell, insbesondere die vollständigen Texte der Cur-

ricularen Standards finden sich unter www.mbfj.rlp.de → Bildung → Schuldienst und Lehrberuf → Lehramtsstudium / Vorbereitungsdienst (Referendariat) → Weitere Informationen zur Lehrerausbildung → Reform der Lehrerbildung oder direkter unter www.mwfk.rlp.de → Lehrerbildung → Reform der Lehrerbildung.

ANHANG³

1 Leitbild für die Ausbildung von Mathematiklehrerinnen und Mathematiklehrern

1.1 Funktionsbestimmung des Faches Mathematik

Mathematik als Kulturgut und Herausforderung

Mathematik als eine der ältesten Wissenschaften hervorgegangen aus den praktischen Aufgaben des Zählens, Rechnens und Messens ist ein hohes Kulturgut der Menschheit. Die Mathematik in moderner Sicht widmet sich den quantitativen und qualitativen Eigenschaften der aktuell vorhandenen und der möglichen Strukturen unserer Umwelt. Die Mathematik ist gekennzeichnet durch ihre Begriffsgenauigkeit, die Strenge ihrer Methodik und ihren weitgehend deduk-

tiven Charakter. Aus diesen Gründen gilt Mathematik als schwieriges Fach. Die resultierende kritische Distanz weiter Teile der Gesellschaft zur Mathematik steht dabei der enormen Nachfrage auf dem Arbeitsmarkt nach Absolventinnen und Absolventen mathematischer und mathematik-relevanter Studiengänge entgegen. Mathematik wird somit zu einer Herausforderung für die Gesellschaft. Es gilt, die Diskrepanz zwischen Außen- und Innenansicht zu überbrücken. Mathematik ist unerlässlich für die Schlüsseltechnologien der Zukunft und die Mathematisierung des Alltagslebens nimmt ständig zu. Dadurch werden in immer mehr Berufen mathematische Kenntnisse erforderlich und Mathematikerinnen und Mathematiker sind „Mangelware auf dem Arbeitsmarkt“.

Mathematisches Arbeiten gestaltet sich als ein in-

³ Zitiert aus *Curriculare Standards des Faches Mathematik, Grundlegende Empfehlungen der Arbeitsgruppe für Leitbild, Kompetenzen und Inhalte*, MWFK Rheinland-Pfalz, Stand: Juli 2006

tellem Prozess, zu dem man Phantasie, Einfallskraft, logisches Denken, Durchhaltevermögen und Kritikfähigkeit benötigt. Mathematik zielt aber nicht nur auf den Intellekt, sondern spricht auch Gefühle und ästhetisches Empfinden an. Die Schönheit der Mathematik dokumentiert sich in der Schöpfung von langlebigen Gebilden (Motiven, Strukturen und Mustern), die auf herausragenden Ideen basieren und ästhetische Ansprüche erfüllen.

Der Wert der Mathematik als besondere Wissenschaft sollte im Mathematikunterricht zum Ausdruck kommen. Der Mathematikunterricht muss lebendig und flexibel durch Anwendungs- und Problemorientierung an Themen mit vermittelbarem Lebensbezug sein; er muss ein Bild der Mathematik als Ganzes entwerfen, d. h. das traditionelle Spektrum ebenso wie die „Brücke“ zu den Zukunftstechnologien aufweisen. Um diese Aufgabe auszufüllen, ist die Verbindung zwischen Hochschule und Schule zu fördern (wie z. B. durch den „Tag der Mathematik“, durch Patenschaften, durch Vorlesungs- und Weiterbildungsangebote der Hochschule).

Mathematik als Querschnittswissenschaft

Der Computer und die Messtechnik haben in den letzten Dekaden unsere Welt in nicht erwarteter Weise beeinflusst und verändert. Sie haben zu einer explosionsartigen Ausbreitung von Mathematik in fast allen Bereichen der Gesellschaft geführt. Die Mathematik als Querschnittswissenschaft durchzieht fast alle Bereiche unseres Lebens. Als Folge steht Mathematik in enger Wechselwirkung mit den Natur-, Erd-, Technik- und Wirtschaftswissenschaften bis hin zur Medizin und Teilen der Geisteswissenschaften (Mathematisierung der Wissenschaften). Der Einsatz des Computers befähigt heute zur Behandlung komplizierter Modelle zu realen Datensätzen. Modellierung, Berechnung und Visualisierung führen zu zuverlässigen Simulationen von Prozessen und Produkten. Mathematik ist dabei der „Rohstoff“ der Modelle und das Wesen jeder Computersimulation; sie bildet den Mittler, um die Bilder der realen Welt in Modelle der virtuellen Welt umzusetzen und umgekehrt.

Die besondere Rolle der Mathematik als Querschnittswissenschaft wird in den letzten Jahren von Technik, Wirtschaft und Handwerk zunehmend anerkannt. Dieser Prozess hat aber auch Rückwirkungen auf die Mathematik selbst. Neue mathematische Fachrichtungen wie Wissenschaftliches Rechnen (Scientific Computing), Finanz- und Wirtschaftsmathematik, Technomathematik, Biomathematik sowie Geomathematik haben sich den traditionellen hinzugesellt. Die Querschnitseigenschaft impliziert auch den fachübergreifenden Charakter des Mathematikunterrichts. Beziehungen und Bezüge zu den ande-

ren Unterrichtsfächern (insbesondere zur Informatik, Physik, Chemie, Biologie, Geographie, aber auch zur ökonomischen Bildung) werden zusehends wichtiger, interessanter und ausbaufähiger. Mit anderen Worten, die zu behandelnden Problemfelder des Mathematikunterrichts müssen anschaulich, beobachtbar, visualisierbar sein und aus verschiedenen Bereichen stammen, ohne den Bezug zum kognitiven, affektiven und sozialen Entwicklungsstand der Schülerinnen und Schüler zu verlieren. Sie sollen Raum schaffen für experimentelles Arbeiten und Ziel gerichtetes Probieren. Dies bedingt den Mut zur offenen Lernform und Öffnung nach außen.

Abstraktion und Konkretisierung: Der Kreislauf der Mathematik

Was erlaubt den Mathematikern diese Brückenschläge zwischen verschiedenartigen Gebieten? Die Zahlen- und Formenwelt der Mathematik enthält sehr effiziente Kürzel, mit denen wir den regelhaften Aspekt realer Phänomene beschreiben können. Diese Beschreibung beinhaltet u. a. eine Vereinfachung durch Abstraktion:

Wesentliche Eigenschaften eines Problems werden von unwichtigen getrennt und gehen in ein Lösungsschema ein. Der mathematische Blick für Gemeinsamkeiten erlaubt oft nachträglich zu erkennen, dass ein geeignet reduziertes Problem auch aus ganz anderen Zusammenhängen entstehen kann und entsprechend die entstehenden Lösungen bei angemessener Anpassung bzw. Konkretisierung vielseitig verwendbar werden. Ohne diesen zweiten Schritt bleibt die Abstraktion „blutleer“.

Dies Wechselspiel zwischen Abstraktion und Konkretisierung kennzeichnet die Entstehungsgeschichte, aber auch die heutige rasante Weiterentwicklung der Mathematik als verbindende Sprache und als eigenständige Wissenschaft. Eine durch Abstraktion reduzierte Problemstellung wird selbst als neues „konkretes“ zu lösendes Problem betrachtet und in einen allgemeinen Rahmen gestellt, innerhalb dessen eine eventuell gefundene Lösung Gültigkeit besitzt. So hat sich die Algebra aus der Frage nach der Anwendbarkeit der für die üblichen Zahlbereiche gültigen Rechenregeln entfaltet, die Analysis hat sich bei der Suche nach systematisch verbesserten Näherungen entwickelt, die Geometrie entstand aus der mathematischen Formalisierung unseres intuitiven räumlichen Verständnisses und die Stochastik aus der Systematisierung der Regelmäßigkeiten bei zufälligen Phänomenen.

Je mehr Beispiele man kennt, desto mehr erkennt man den ursächlichen Zusammenhang zwischen der Abstraktheit mathematischer Konzepte mit deren Schlagkraft. So gäbe es ohne die Ergebnisse der

Zahlentheorie keine Kryptografie in ihrer modernen Form. Ebenso basieren große Teile der Informationsverarbeitung auf abstrakten algebraischen, analytischen und stochastischen Konzepten. Die Quantenmechanik, die universelle physikalische Theorie schlechthin, wäre ohne die Entwicklung der Funktionalanalysis undenkbar, die Finanzmathematik beruht auf mathematischen Ideen, die ursprünglich in physikalischem Kontext entwickelt wurden und heutzutage beeinflussen die quantenfeldtheoretischen Ergebnisse theoretischer Physiker mindestens ebenso sehr die abstrakte Geometrie wie umgekehrt.

1.2 Bildungsziele und Lösungspotenzial

Mathematik als Lösungspotenzial

Die methodische Vorgehensweise zur Lösung praktischer Probleme hat in der Regel folgende Komponenten:

- *Mathematische Modellbildung:* Das praktische Problem wird in die Sprache der Mathematik übersetzt. Dies erfordert die Zusammenarbeit zwischen Anwendern und Mathematikern.
- *Mathematische Analyse:* Die resultierende mathematische Aufgabe wird auf ihre „Wohlgestelltheit“ (d. h. Existenz, Eindeutigkeit, Abhängigkeit von den Eingabedaten) überprüft.
- *Entwicklung und Ausführung eines mathematischen Lösungsverfahrens:* Geeignete analytische, algebraische und/oder numerische Methoden und Verfahren zur konkreten Lösung müssen der Aufgabenstellung angepasst oder gegebenenfalls neue Methoden entwickelt werden. Der Lösungsprozess wird durch Zerlegung in Einzeloperationen effizient und ökonomisch ausgeführt, gegebenenfalls auf Computern.
- *Rückübertragung aus der Sprache der Mathematik in die Anwendung:* Die Ergebnisse werden in geeigneter Weise illustriert, um ihre Beurteilung zu sichern. Das mathematische Modell wird an realen Daten validiert und gegebenenfalls modifiziert. Eine gute Übereinstimmung von Modell und Realität wird angestrebt.
- *Rückführung der mathematischen Lösung in das Anwendungsproblem:* Die mathematische Lösung muss im Einvernehmen zwischen den beteiligten Akteuren in die Anwendung eingebracht werden.

Der Vorteil und der Nutzen dieser mathematischen Vorgehensweise bestehen in der besseren, schnelleren, billigeren und sichereren Problemlösung, und zwar mit den bereits genannten Mitteln der Simulation, der Visualisierung und der Reduktion von Datenfluten.

Kernbereiche der Schulmathematik

Zur mathematischen Grundbildung gehören unabdingbar weiterhin viele traditionelle Inhalte. Es muss jedoch stets neu analysiert werden, wie weit traditionelle Inhalte Bestandteil des Curriculums bleiben. Neue Konzepte für den Mathematikunterricht müssen tragfähig, in der inhaltlichen Ausrichtung modern und aktuell sein. Wesentlich sind folgende Bereiche: Zahlentheorie und Algebra, Geometrie, Analysis, Statistik/Stochastik, Diskrete Mathematik, Algorithmik/Numerik.

Neben Wissen und Fähigkeiten soll der Umgang mit mathematischen Strukturen aus dem Alltag geübt werden, um Selbstbewusstsein zu erlangen. Fachdidaktische Konzepte bedingen die Ausgewogenheit zwischen formaler mathematischer Korrektheit, schülergemäßer Komplexitätsreduktion und geforderter Praxisrelevanz. Mathematische Inhalte sollten altersgemäß, intellektuell, flexibel hinsichtlich Unterrichts- und Themenwahl vermittelt werden. Sie müssen wiederholt, vertieft und weiter benutzt werden, um das Wesentliche nicht hinter Details bestimmter, zumeist überkommener Aufgabentypen zu verstecken.

Erwartungsprofil

Neben den bereits angeführten grundsätzlichen Ansprüchen an einen modernen Mathematikunterricht sollen gleichermaßen folgende Ziele verfolgt werden:

- *Präzision:* Eine wichtige Komponente ist das sichere Argumentieren, d. h. das präzise Formulieren mathematischer Aussagen, das Umgehen mit Begründung, Beweis, Negation, Umkehrschluss, Induktion, Beweis durch Widerspruch, die Prüfung auf Richtigkeit einer mathematischen Aussage etc.
- *Teamfähigkeit:* Wichtige mathematische Problemlöse- und Lernszenarien finden in Gruppenarbeit statt. Hierzu sind mathematische Kooperations- und Kommunikationsfertigkeiten unerlässlich. Zu erfolgreicher Teamarbeit gehört auch die Fähigkeit, ein komplexes Problem in geeignete Teilprobleme zu zerlegen, welche getrennt bearbeitet werden können.
- *Sichere Beherrschung von Techniken und Verfahren:* Algebraisches und analytisches Rechnen sind wichtig. Das Training von Fertigkeiten darf nicht vernachlässigt werden. Ein grundlegendes Verständnis algorithmischer und prozeduraler Vorgehensweise sollte vermittelt werden. Eine Nachhaltigkeit wird nur erreicht, wenn die grundlegenden Verfahren und Methoden in wechselnden Zusammenhängen immer wieder deutlich gemacht werden.

- *Selbstständiges Problemlösen:* Der Mathematikunterricht sollte auch Erfahrungen vermitteln im Umgang mit Problemen ohne Vorgabe eines Lösungswegs und Themenrahmens. Durch moderne Unterrichtsmethoden sollte auch den Schülerinnen und Schülern Gelegenheit zur Kreativität und zu eigenen Aktivitäten gegeben werden. Entdecken des interaktiven Lernen ist wichtiger als das Ausführen fertig präsentierter Lösungskonzepte. Die Scheu vor solchen „offenen Problemen“ vergeht mit Übung und damit wachsender Sicherheit. Die Freude über einen selbst gefundenen Zusammenhang („Heureka-Moment“) ist ein äußerst nachhaltiges emotionales Erlebnis.
- *Kulturgeschichtlich und technologisch motiviertes Interesse:* Durch die Beschäftigung mit ausgewählten Fragestellungen bzw. Gebieten in ihren problemgeschichtlichen Entwicklungen lässt sich die Faszination näher bringen, die von der Rolle der Mathematik in der Kulturgeschichte der Menschen und der Bedeutung dieses Faches in unserer von der Technologie bestimmten Welt ausgeht.

Ziel ist „Mathematik zum Anfassen“: konkret, lebendig, ästhetisch

Leitideen des Unterrichts, wie z. B. mathematische Abstraktion, Modellierung, Approximation, Algorithmisierung, müssen sich durch das gesamte Curriculum des Studiums unabhängig von Sachgebieten ziehen und in ihrem spezifischen Gehalt sichtbar werden.

2 Kompetenzen künftiger Mathematiklehrerinnen und Mathematiklehrer

2.1 Fachkompetenzen

Mathematisch-inhaltliche Kompetenzen

Die Mathematiklehrkraft

- verfügt über sicheres und anschlussfähiges Wissen über die aktuelle Schulmathematik sowie deren Einbettung in die Hochschulmathematik und den Zusammenhang der verschiedenen Bereiche, dazu gehören: Zahlbegriff und Arithmetik, Messen und Größen, Konzepte des räumlichen Strukturierens, lineare und nichtlineare funktionale Zusammenhänge, Konzepte von infinitesimalen Veränderungen, Zufall und Wahrscheinlichkeit, Algorithmik und Numerik,
- kennt und beherrscht mathematische Methoden und Vorgehensweisen und kann sie zielgerichtet einsetzen,
- besitzt Wissen über die Mathematik (Metawissen). Sie kennt exemplarisch die Genese fundamentaler Leitideen, Theorien, Konzepte und Modelle,

- kennt die Sinnhaftigkeit und Relevanz der (Schul-) Mathematik, kann sie begründen und reflektiert vertreten,
- hat Freude und Interesse an Mathematik.

Mathematisch-methodische Kompetenzen

Die Mathematiklehrkraft

- besitzt die Fähigkeit zur mathematischen Modellbildung, sie kann reale Fragen und Problemstellungen in mathematische Sprachformen, Notationen und Darstellungen übertragen und Resultate hinsichtlich der realen Anforderungen interpretieren,
- kann mathematische Modelle reflektieren, analysieren und kritisch beurteilen,
- besitzt mathematische Denk- und Argumentationsfähigkeit. Sie beherrscht mathematische Strategien und Beweisformen ebenso wie heuristische Hilfsmittel, Strategien und Prinzipien,
- nutzt mathematische Darstellungsformen zielgerichtet. Sie wählt situations- und zielabhängig geeignete Darstellungsformen und wechselt zwischen ihnen,
- beherrscht die fachtypischen technischen Hilfsmittel, insbesondere auch die der Informationstechnologie und setzt sie situationsangemessen ein,
- besitzt die Fähigkeit, Problemstellungen, Überlegungen, Lösungswege und Ergebnisse zu dokumentieren, verständlich darzustellen und zu präsentieren.

2.2 Diagnostische Kompetenzen

Die Mathematiklehrkraft

kann Leistungsvermögen und Entwicklungspotenzial der Schülerinnen und Schüler beurteilen sowie sichere und fundierte Beratungen abgeben. Sie kennt und erkennt typische mathematische Fehlvorstellungen sowie deren Ursachen, beugt ihnen weitestgehend vor und kann sie effizient und nachhaltig korrigieren. Dazu gehören insbesondere die fachdidaktischen und fachmethodischen Fähigkeiten, die zum Erwerb nachfolgender Kompetenzen erforderlich sind:

- die Kenntnis von und die Erfahrung mit lernpsychologischen Hintergründen von mathematischen Defiziten, Verständnisschwierigkeiten und Fehlvorstellungen,
- die Kenntnis und die routinierte Beherrschung von diagnostisch ausgerichteten Verfahren zur Leistungsmessung und -bewertung in der Mathematik,
- die Fähigkeit, die Heterogenität in Lerngruppen hinsichtlich Vorkenntnissen, Leistungsvermögen und sozialen Fähigkeiten auch als produktives Potenzial für die intendierten Lernprozesse zu nutzen,

- die Kenntnis von aktuellen Diagnose- und Rückmeldeverfahren zur Evaluation des eigenen Mathematikunterrichts sowie die Bereitschaft zu deren Einsatz,
- die Fähigkeit, Schülerinnen und Schüler und deren Erziehungsberechtigte hinsichtlich des weiteren schulischen und beruflichen Werdegangs sachgerecht und kompetent zu beraten. Dazu gehört die Einbeziehung aktueller Informationen über die Bedeutung der Mathematik für die Berufsfelder.

2.3 Didaktische Kompetenzen

Die Mathematiklehrkraft

- verfügt über ein solides und geordnetes Wissen über mathematikdidaktische Positionen und Strukturierungsansätze (u. a. anwendungsorientiert, genetisch, konstruktivistisch) und vertritt diese begründend,
- kennt die Befunde fachdidaktischer und lernpsychologischer Forschung über themenbereichsspezifische Verständnishürden, verfügt über Möglichkeiten didaktischer Reduktionen und besitzt Kenntnisse zur Vermittlung von mathematischen Begriffen, Regeln und Verfahren,
- ist vertraut mit den nationalen Bildungsstandards im Fach Mathematik und legt den Unterricht auf das langfristige Erreichen solcher Zielvorstellungen an,
- berücksichtigt bei der Planung und Gestaltung von Mathematikunterricht die Vermittlung
 - allgemein geistiger Grundtechniken, wie z. B. Vergleichen, Ordnen, Klassifizieren, Abstrahieren, Formalisieren und Verallgemeinern,
 - allgemein fachbezogener Ziele, wie z. B. Modellieren, Algorithmisieren und Approximieren,
 - von Möglichkeiten und Grenzen der Mathematik
 - von Freude an der ästhetischen und spielerischen Seite der Mathematik,
- operationalisiert didaktische Prinzipien, wie z. B. das Prinzip der Stufengemäßheit und das Prinzip der Verinnerlichung und Verzahnung der Darstellungsebenen (enaktiv, ikonisch, symbolisch) an mathematischen Sachverhalten und nutzt sie für eine adressatengerechte Differenzierung,
- hat reflektierte Erfahrungen in der Einbindung mathematischer Inhalte in Sinn stiftende Kontexte.

2.4 Vermittlungskompetenz

Die Mathematiklehrkraft

- lässt mathematisch-inhaltliche wie mathematisch-methodische und allgemeine pädagogische Zielsetzungen zu einem ganzheitlichen Lernprozess verschmelzen,

- vermittelt
 - Erkenntnismethoden der Mathematik (z. B. Reduktion, Induktion, Deduktion, Idealisierung, Modellierung, experimentelle Überprüfung),
 - Arbeitsmethoden der Mathematik (z. B. Beobachten, Klassifizieren, Messen, Daten Erfassen und Interpretieren, Hypothesen und Modelle Aufstellen, lokales und globales Ordnen),
 - heuristische Hilfsmittel, Strategien und Prinzipien,
 - Strategien der Wissensgenerierung (z. B. induktives Finden, deduktives Ableiten, analoges Übertragen, Modellbildung, kreatives Theoretisieren),
- kennt unterschiedliche Methoden, um Lernsequenzen schüler- und situationsgemäß zu organisieren und zu gestalten. Sie lässt eine Vielfalt möglicher Lernwege zu, fördert forschend-entdeckendes Vorgehen und schafft Situationen für selbstgesteuertes und selbsttätiges fachliches Lernen (z. B. Gruppen- und Projektarbeit, Freiarbeit, Stationenlernen),
- kann Mathematik gut kommunizieren. Sie beherrscht die Fachsprache sicher und verfügt über Strategien des Erklärens. Sie findet die Balance zwischen formaler fachlicher Korrektheit und schülergemäßer Vereinfachung,
- zeigt sich kompetent im kritischen Umgang mit Fach- und Präsentationsmedien. Sie nutzt Standardsoftware und fachbezogene Bildungssoftware (z. B. Tabellenkalkulation, dynamische Geometriesoftware, Computer-Algebra-Systeme, numerische Programme) zur effizienten Erarbeitung und Verdeutlichung der Leitideen in einem problemorientierten und realitätsnahen Mathematikunterricht,
- fördert die Nachhaltigkeit von Lernprozessen durch Sicherung und Vertiefung der Lerninhalte (z. B. durch Wiederholen, Üben, Strukturieren und Vernetzen, Übertragen und Anwenden),
- erzeugt bzw. fördert Freude am Umgang mit Mathematik.

Adresse des Autors

Prof. Dr. Peter Ullrich
 Universität Koblenz-Landau, Campus Koblenz
 Mathematisches Institut
 Universitätsstraße 1
 56070 Koblenz, Deutschland
 ullrich@uni-koblenz.de