

ner, Hahn, Kaufmann und Kuhn auf einem ATARI-Computer (mit getakteten Brillen) Stereobilder der Fläche vor.

Das CAD/CAM System SYRKO kann u.a. Punkte – normalerweise von Tonmodellen abgenommene Meßpunkte – durch Flächen interpolieren, und es verfügt über einen Formelinterpreter, mit dessen Hilfe Punkte der Kusnerschen Parametrisierung berechnet wurden. Damit war in kurzer Zeit ein Flächenmodell der Boysche Fläche in SYRKO erstellt und für verschiedene Fertigungsverfahren zugänglich.

Im Dezember 1988 war ein aus Plexiglas hergestelltes Höhenschichtenmodell fertig; es war noch als „Büromaterial“ klassifiziert. Dies Modell sah so gut aus, daß Mercedes-Benz dafür interessiert werden konnte, die Fläche als Geschenk für Oberwolfach zu bauen.

Der erste Plan, ein Modell aus Röhren um die Parameterlinien herzustellen, schien ein gutes Projekt für die Lehrlingswerkstatt zu sein. Mit Hilfe von SYRKO wurden Holzblöcke hergestellt, in deren Kerben die Rohre für Teile der Fläche in die endgültige Form gebogen wurden. Eine solche Teilfläche war an allen Kreuzungen zusammengesteckt. Diese Verbindungen sollten wetterfest verlötet werden. Leider verzog sich dabei schon das erste Teil so gründlich und

wurde zugleich so stabil, daß an ein Zusammensetzen der Fläche aus solchen Teilen nicht mehr zu denken war (Sept. 1989).

Herr Kuhn hatte dann die Idee, statt Parameterröhren abwickelbare Parameterstreifen zu verwenden und erstellte in den Weihnachtsferien ein solches Modell aus geplotteten Papierstreifen. Eine Festigkeitsberechnung bestätigte das Konzept der Stahlstreifenfläche, und im April 1990 wurde ein Drittel der so gebauten Fläche fertig. Wegen Terminpässen und wegen Schwierigkeiten längs der Selbstdurchdringungslinie dauerte der vollständige Zusammenbau noch bis zum Jahresende.

Bei der Übergabefeier am 15.2.1991 hielt dann Herr Dr. Philipp von der Mercedes-Benz AG eine für die Mathematiker außerordentlich freundliche Rede. Er berichtete unter anderem, daß viele Zuschauer aus der Firma zum Beginn des Zusammenbaus kamen und angesichts der langen merkwürdig geformten Streifen auf dem Boden der Montagehalle sehr skeptisch waren. Es zeigte sich jedoch schnell, daß, beim Einstecken der Nieten in die berechneten Löcher, die Streifen ganz von alleine die richtige Form annahmen. Das Ansehen der Mathematiker in der Firma habe an diesem Tag sehr gewonnen.

„Das Schreiben ist harte Arbeit“

von Gilbert Strang

Dies ist mein erster Versuch, über das Schreiben zu schreiben. Es gibt ein gutes SIAM Buch zu diesem Thema von Nick Higham, und ich werde nur ein paar Vorschläge hinzufügen. Einige dieser Vorschläge sind schon fast Tricks. Ich hoffe, daß sie helfen werden. Andere gehen tiefer, weil das Schreiben harte Arbeit ist — wenn man wirklich gelesen und verstanden werden will. Vielleicht ist das der Kern dieses Aufsatzes.

Bei all diesen Vorschlägen gehe ich davon aus, daß die mathematischen Ideen fertig gedacht worden sind — es gibt also etwas zu sagen. Aber das *Sagen* unterscheidet sich vom *Denken*. Nur die Gleichungen und Beweise richtig hin zu bekommen, ist absolut nicht der letzte Schritt. Man muß über die Forschung hinausgehen, deren Ziel die Einsicht ist. Beim Schreiben sind die Ziele weniger abstrakt und menschlicher:

1. Mache den Aufsatz *interessant*.
2. Stelle die Verbindung her zu dem, was der Leser schon kennt.
3. Finde einen guten Anfang.
4. Laß' einige Teile einfach — so einfach wie beim Reden.

Manchmal wird nur „für's Archiv“ geschrieben. Davon ist hier nicht die Rede. In diesem Aufsatz geht

es um die Kommunikation mit dem Leser, nicht um die Dokumentation in einer Fachzeitschrift. Wenn Sie die Aufmerksamkeit der Leser wollen, so müssen Sie ihnen *Ihre* Aufmerksamkeit geben. Was wissen sie schon, und wo fügt sich der neue Teil ein? Manchmal ergibt sich das beim Reden ganz natürlich, deshalb spreche ich mir die Worte oft laut vor. Das führt zu schön einfachen Sätzen.

Der Feind des guten Schreibens ist nicht der Platzmangel. Es ist der Mangel an Zeit, Energie und Geduld. Oft gießen sich die Ideen leicht in Worte, manchmal bleiben sie stecken und wollen sich nicht bewegen. Ich versuche zu schreiben, wenn ich mich psychisch stark fühle (diese Worte werden am frühen Morgen geschrieben; ich bin beeindruckt von jedem, der noch nach dem Abendessen schreiben kann). Denken Sie vor allem an den Leser.

Einige Tricks

Folgen von Gleichungen zu schaffen ist einfach und bringt nichts. Besser drückt man die Idee zweimal aus, auf zwei Arten: erst in Worten und dann in einer Gleichung.

Ein ganz unschuldiges schlechtes Beispiel: „Der Winkel zwischen zwei Unterräumen ist

$$\inf \cos^{-1} \frac{|\langle u, v \rangle|}{\|u\| \|v\|}.$$

Dies sagt man besser auch in Worten: „Der Winkel zwischen zwei Unterräumen ist der kleinste Winkel zwischen Vektoren in den Unterräumen:

$$\inf \cos^{-1} \frac{|\langle u, v \rangle|}{\|u\| \|v\|}.$$

Sagen Sie dem Leser, was die verfluchte Gleichung bedeutet! Er hat auch noch etwas anderes zu tun. Wenn man ihm die kleinste Gelegenheit dazu läßt, wird er (oder sie) aufhören, Ihren Aufsatz zu lesen. Man muß die Aufmerksamkeit des Lesers einfangen und festhalten. Wenn die Aussage nicht klar ist, und das Dekodieren der Notation erst einmal Mühe macht, dann ist der Rest umsonst (sollten Sie nicht gerade die Fermat'sche Vermutung beweisen).

Die Notation bildet Ideen auf Symbole ab. Mit einer guten Notation wird der Leser nicht wieder am Anfang des Aufsatzes nachschlagen müssen. Fügen Sie einfach die Worte an, die der Leser braucht:

Schlecht: Analog zu (3.1.5) können wir die Vereinigung der Basen in (3.1.12) für $N = 1, 2, \dots$ nehmen und erhalten damit (3.1.14).

Besser: Wir können den folgenden einfachen Beweis von (3.1.14) mitliefern.

Am besten — sag's einfach: Wir können schnell zeigen, daß T beschränkt ist.

Ein weiteres nützliches Hilfsmittel hat sich in diesen Absätzen (und in diesem Satz) versteckt. Ich glaube, man nennt es Anthropomorphismus. Einem leblosen und abstrakten Konzept werden menschliche Eigenschaften zugeschrieben. Etwas versteckt sich in einem Absatz. Ideen bleiben stecken und können sich nicht bewegen. Natürlich ist das Unsinn. Eine Idee kann so etwas nicht tun, die sitzt da einfach. Ich kann damit nicht aufhören . . .

Vermenschlichung ist eine einfache Methode, um aktiver zu schreiben. Sie gibt dem Aufsatz ganz sicher mehr Leben.

Der erste Absatz

Die ersten Worte sind ein Signal an den Leser, grün oder rot. Arbeiten Sie an diesen wichtigen Worten.

Lesen Sie sie laut, ihr Rhythmus ist wichtig. Eine Mischung aus langen und kurzen Sätzen hilft. Sie müssen unbedingt einen interessanten Anfang finden.

Ein konkretes Beispiel soll zeigen, wie die Teile zusammenpassen können. Das naheliegendste Beispiel ist der Anfang dieses Aufsatzes. Darf ich Sie bitten zum ersten Absatz zurückzugehen? Wir können ihn analysieren und verbessern. Der erste Satz hat zehn Wörter und ein Komma. Er führt das Thema ein: „über das Schreiben zu schreiben“. Gewissermaßen stellt er auch den Autor vor: „Dies ist mein erster Versuch“. Das *mein* in der ersten Person ist informell und persönlich (was nicht immer paßt). Das wichtigste ist, daß Sie diese zehn Wörter nicht nur lesen können — *Sie können sie hören*. Lebendige Rede ist besonders stark. Es ist unmöglich, eine solche Stärke beim Schreiben aufrecht zu erhalten.

Beachten Sie im ersten Absatz das Wort *Vorschläge*. Die Wiederholung dieses Wortes hält alles zusammen. Die *ein paar Vorschläge* teilen sich auf in *einige dieser Vorschläge* und *andere*. Das ist wie eine Erhöhung der Auflösung, die Bewegung von einem breiten Thema (das Schreiben) zu den spezifischen Inhalten (den Vorschlägen) und dann zu den Details.

Der letzte Satz im ersten Absatz ist schön kurz, aber zu schwach. Ein Purist würde sich über den vagen Bezug von *das* beschweren. Besser wäre da schon eine Wiederholung der Idee: „Vielleicht ist harte Arbeit der Kern dieses Aufsatzes“. Jetzt muß ich noch einmal über das kleine, vorsichtige *vielleicht* nachdenken . . .

In diesem Tempo kommen wir nie zum Ende! Dies ist kein Gedicht, nur ein kleiner Aufsatz über das Schreiben. Jedes Wort zählt, aber die ersten Worte zählen am meisten. Ein typischer Mathematik-Aufsatz wird die Gangart wechseln, wenn er von der Einleitung in die Exposition geht. Für diesen Hauptteil, in dem die Forschung dargestellt wird, füge ich nur einen neuen Gedanken hinzu:

1. Gleichungen brauchen einen Halbsatz als Erklärung.
2. Ein einziges Wort kann an die Notation erinnern.
3. Es ist schon gut so zu tun, als ob die Ideen lebendig wären.
4. Eine numerierte und eingerückte Liste gibt den Augen eine Verschnaufpause.

Eine Liste mit mehr als vier Einträgen ist zuviel des Guten. Aufhören möchte ich mit zwei sehr kleinen Vorschlägen, die Sie gerne ignorieren können.

Zwei kleine Nörgeleien

„Die Komponenten y_i , $i = 1, 2, \dots, n$, sind alle positiv“. Ich wette, daß $i = 1, 2, \dots, n$ aus dem Zusammenhang offensichtlich ist. Hingeschrieben stört das die Leser nur beim Denken.

Ich glaube nicht, daß L^2 und Besov-Räume im selben Aufsatz definiert werden sollten. Wenn L^2 nicht schon ein alter Freund ist, dann macht es ohnehin keinen Sinn, B_s^{pk} einzuführen. Ich finde, daß Definitionen von L^2 in Forschungsaufsätzen verboten sein sollten.

Mit Nörgeleien kann ich nicht aufhören. Vielleicht ist Unzufriedenheit gut für Romanciers, aber Mathematik ist im wesentlichen optimistisch. Wir schreiben für Freunde, die wirklich verstehen wollen. *Reden Sie mit denen während Sie schreiben!*

Adresse des Autors:

Prof. Gilbert Strang Department of Mathematics
MIT

Cambridge, MA 02139, USA

email: gs@math.mit.edu

WWW: <http://www-math.mit.edu/~gs>

Gilbert Strang ist Professor für Mathematik am MIT. Er hat sechs Bücher geschrieben, als letztes "Wavelets and Filter Banks" (Wellesley-Cambridge Press, 1996).

Dieser Aufsatz erschien zunächst in den *SIAM News*, June 1996, p. 7.

(Übersetzung: Günter M. Ziegler)

DOCUMENTA MATHEMATICA

Journal der Deutschen Mathematiker-Vereinigung

Letzte Meldung (19. 1. 1997): Band 1 der DOCUMENTA MATHEMATICA ist jetzt vollständig. Er hat 505 Seiten, und kann noch für 86 DM bestellt werden. Bitte verwenden Sie das Bestellformular aus dem DOCUMENTA-Server (s.u.) oder bitten Sie Ihre Bibliothek, dies zu tun.

Inhalt von Band 1:

<i>Johan de Jong, Marius van der Put:</i> Étale Cohomology of Rigid Analytic Spaces.....	1
<i>Nikita A. Karpenko:</i> Order of Torsion in CH^4 of Quadrics	57
<i>Detlev W. Hoffmann:</i> Twisted Pfister Forms.....	67
<i>Jesús A. de Loera, Serkan Hoşten, Francisco Santos, Bernd Sturmfels:</i> The Polytope of All Triangulations of a Point Configuration	103
<i>Friedhelm Waldhausen:</i> On the Construction of the Kan Loop Group	121
<i>O. T. Izhboldin:</i> On the Nonexcellence of Field Extensions $F(\pi)/F$	127
<i>Jürgen Richter-Gebert:</i> Two Interesting Oriented Matroids	137
<i>Manfred Knebusch and Digen Zhang:</i> Manis Valuations and Prüfer Extensions I	149
<i>Bernd Kawohl:</i> Remarks on Quenching.....	199
<i>Markus Rost:</i> On the Dimension of a Composition Algebra	209
<i>Bernold Fiedler:</i> Do Global Attractors Depend on Boundary Conditions?.....	215
<i>A. S. Merkurjev:</i> Maximal Indexes of Tits Algebras	229
<i>J. F. Jardine:</i> Boolean Localization, in Practice	245
<i>Frans Keune:</i> Multirelative K-Theory and Axioms for the K-Theory of Rings	277
<i>Meinolf Geck:</i> On the Average Values of the Irreducible Characters of Finite Groups of Lie Type on Geometric Unipotent Classes	293
<i>Markus Rost:</i> Chow Groups with Coefficients	319
<i>Bruno Kahn:</i> Applications of Weight-Two Motivic Cohomology	395
<i>Keiji Ogusio:</i> Calabi-Yau Threefolds of Quasi-Product Type	417
<i>Marek Szyjewski:</i> An Invariant of Quadratic Forms over Schemes	449
<i>B. Fiedler, B. Sandstede, A. Scheel, C. Wulf:</i> Bifurcation from Relative Equilibria of Noncompact Group Actions: Skew products, Meanders, and Drifts	479–505

DOCUMENTA MATHEMATICA steht allen mathematischen Gebieten offen. Die Artikel erscheinen sofort nach Begutachtung und Annahme im World Wide Web:

<http://www.mathematik.uni-bielefeld.de/documenta/>

<http://www.math.uiuc.edu/documenta/>

Die gedruckte Version erscheint jahrgangsweise.