

References

- [1] J. Angel, S. Poulos, A. Terras, C. Trimble, and E. Velasquez, "Spherical functions and transforms on finite upper half-planes: eigenvalues of the combinatorial Laplacian, uncertainty, traces", *Contemporary Math.* **173** (1994), 15–70.
- [2] J. Friedman (editor), *Expanding Graphs*, Princeton, 1992, DIMACS Series in Discrete Math. and Theor. Comp. Sci. **10**, Amer. Math. Soc., Providence, 1993.
- [3] N. Katz, "Estimates for Soto-Andrade sums", *J. reine angew. Math.* **438** (1993), 143–161.
- [4] A. Lubotzky, *Discrete Groups, Expanding Graphs, and Invariant Measures*, Birkhäuser, Basel, 1994.
- [5] A. Lubotzky, R. Phillips, and P. Sarnak, "Ramanujan graphs", *Combinatorica*, **8** (1988), 261–277.
- [6] P. Sarnak, *Some Applications of Modular Forms*, Cambridge U. Press, Cambridge, 1990.
- [7] J. Soto-Andrade, "Geometrical Gel'fand models, tensor quotients, and Weil representations", pp. 305–316 in *Arcata Conference on Representations of Finite Groups* (Arcata, CA, 1986), Proc. Symp. Pure Math. **47**, part 2, Amer. Math. Soc., Providence, 1987.
- [8] H. Stark, "Modular forms and related objects", *Canadian Math. Soc. Conf. Proc.* **7** (1987), 421–455.
- [9] T. Sunada, "Fundamental groups and Laplacians", pp. 248–277 in *Geometry and Analysis on Manifolds*, Katata/Kyoto, 1987 (edited by T. Sunada), Lecture Notes in Math. **1339**, Springer, New York, 1988.
- [10] A. Terras, *Harmonic Analysis on Symmetric Spaces and Applications I and II*, Springer, New York, 1985.
- [11] A. Weil, "On some exponential sums", *Proc. Nat. Acad. Sci.* **34** (1948), 204–207. Reprinted as pp. 386–389 of his *Collected Works I*, Springer, New York, 1980.
- [12] P. Goetgheluck, "Fresnel zones on the screen", *Experimental Math.* **2** (1993), 301–309.

Hans-Dietrich Gronau:

Die 37. Internationale Mathematik-Olympiade (IMO) in Mumbai (Bombay), Indien, 1996

Die 37. IMO fand vom 5. bis 17.7.1996 in Mumbai (Bombay) statt. An ihr nahmen 75 Länder aktiv mit 424 Schülern, darunter 26 Mädchen, teil. Am 10. und 11.7. wurden vormittags die beiden $4\frac{1}{2}$ -ständigen Klausuren geschrieben. Dabei waren jeweils drei Aufgaben zu lösen. Die Schülerlösungen wurden sodann bis Samstagmittag von den Delegationsleitungen durchgesehen und in der Koordination mit Koordinatoren der Veranstalter bewertet. Auf der Abschlusssitzung am Abend des 13.7. wurde über die Vergabe der Preise entschieden. Die Ergebnisübersicht befindet sich am Ende dieses Aufsatzes. Für die Schüler gab es an diesen Tagen ein Besichtigungs- und Freizeitprogramm. Die Abschluszeremonie, die als Höhepunkt die Übergabe der Medaillen enthielt, beendete am 16.7. die Olympiade.

Die Bundesrepublik Deutschland war mit einer Mannschaft, siehe Tabelle weiter unten, vertreten, die unter Leitung des Autors stand. Als stellvertretender Delegationsleiter fungierte Thorsten Kleinjung, U Bonn.

Der mathematische Teil des Wettbewerbs stand wiederum auf einem hohen Niveau. Es gab eine Reihe von interessanten Aufgabenvorschlägen; die Auswahl und Aufbereitung durch die Aufgabenkommission waren sehr gut. Lediglich die Einschätzung des Schwierigkeitsgrades durch Aufgabenkommission und Jury wich teilweise (wiederum) erheblich von den Ergebnissen der Schüler ab. So meinte die Jury mehrheitlich, daß die schwersten Aufgaben die Aufgaben 3 und 6 seien. Tatsächlich waren es die zweit- und drittleichtesten, s. Tabelle 3. Die Aufgabe 5, von der Aufgabenkommission als mittelschwer eingeschätzt, stellte sich als schwerste Aufgabe der IMO-Geschichte heraus. 308 der 424 Teilnehmer konnten keinen Punkt für diese Aufgabe erhalten! Die Olympiade stellte sich als zweitschwerste in der IMO-Geschichte heraus. So wurden durchschnittlich 12,5 Punkte (von 42), d.h. 29,7%, erreicht (1971: 28,0%; in den letzten Jahren: 1993: 30,0%, 1994: 48,0%, 1995: 45,1%). Es gab nur einen einzigen Schüler (aus Rumänien) unter den 424 Teilnehmern, der die volle Punktzahl erhielt. Es gab keinen Teilnehmer mit 41 oder 40 Punkten und nur

je einen mit 39 und 38 Punkten! Insgesamt wurden 200 Medaillen vergeben.

35	Goldmed.	für ≥ 28 P. (von 42)
66	Silbermed.	für ≥ 20 P.
99	Bronzemed.	für ≥ 12 P.
200	Medaillen	bei 424 Teilnehmern

Das Ergebnis der deutschen Mannschaft war gut.

<i>Arend Bayer</i> (Sindelfingen)	35 P. Gold
<i>Gunther Vogel</i> (Ulm)	31 P. Gold
<i>Bertram Felgenhauer</i> (Dresden)	30 P. Gold
<i>Thomas Richthammer</i> (Amberg)	21 P. Silber
<i>Julius Verrel</i> (Lahr)	13 P. Bronze
<i>Robert Strich</i> (Naumburg)	7 P.

Erwähnt sei, daß beide Eltern von Bertram Felgenhauer IMO-Erfahrung haben. Ein zweiter solcher Fall ist den Delegationsleitern nicht bekannt gewesen. Der Vergleich der erreichten Ergebnisse (in Prozent) aller IMO-Teilnehmer, der Schüler der *Top 10* - Mannschaften sowie der deutschen Mannschaft gibt Aufschluß darüber, wie unsere Schüler die Aufgaben im Vergleich bewältigten.

Aufgabe	Gebiet	alle	Top 10	dt. Team
1	Kombinatorik	45.4%	70.7%	90.5%
2	Geometrie	29.0%	76.4%	57.1%
3	Funktionalgl.	34.3%	73.8%	47.6%
4	Zahlentheorie	30.3%	77.9%	69.0%
5	Geometrie	7.0%	18.8%	16.7%
6	Kombinatorik	32.0%	65.2%	45.2%
total		28.4%	63.8%	54.4%

Es fällt keine besondere Schwäche unserer Schüler auf. Bei einer Einschätzung der deutschen Schüler darf man natürlich nicht vergessen, daß sich der Umfang unseres Trainings im Vergleich zu vielen anderen Ländern in recht bescheidenen Grenzen bewegt.

Die Situation über die Ausrichtung der nächsten IMOs ist in folgender Tabelle angegeben.

1997	Argentinien	18.7.-31.7. Mar del Plata
1998	Taiwan	10.7.-21.7. Taipei
1999	Rumänien	Austragung ist klar
2000	Südkorea	Austragung ist klar
2001	USA	Austragung ist klar
2002	Philippinen	Austragung wahrscheinlich
2003	Japan	Austragung wahrscheinlich

Interessierten Lesern wird die WWW-Homepage <ftp://neptun.math.uni-rostock.de/WWW/mo.html> des Mathematik-Olympiaden e.V. empfohlen. Hier werden nicht nur aktuelle Aufgaben und Informationen zur IMO und anderen Olympiaden angeboten, sondern es wird über Links auch laufend aktualisiert der Zugang zu den uns bekannt gewordenen einschlägigen Homepages möglich.

Aufgaben der 37. IMO

1. Tag

1. Es sei $ABCD$ ein rechteckiges Spielbrett mit $|AB| = 20$ und $|BC| = 12$. Das Spielbrett wird in 20×12 Einheitsquadrate zerlegt. Es sei r eine positive ganze Zahl. Eine Münze kann von einem Quadrat zu einem anderen dann und nur dann bewegt werden, wenn der Abstand der Mittelpunkte der beiden Quadrate $\sqrt{r}$ ist. Die Aufgabe ist es, eine Folge von Zügen zu finden, die die Münze vom Quadrat, das den Eckpunkt A enthält, zum Quadrat, das den Eckpunkt B enthält, führt.

- Man zeige, daß die Aufgabe nicht lösbar ist, wenn r durch 2 oder 3 teilbar ist!
- Man beweise, daß die Aufgabe gelöst werden kann, wenn $r = 73$ ist!
- Kann die Aufgabe gelöst werden, wenn $r = 97$ ist? (Finnland)

2. Es sei P ein innerer Punkt des Dreiecks ABC mit $\angle APB - \angle ACB = \angle APC - \angle ABC$. Ferner seien D bzw. E die Inkreismittelpunkte der Dreiecke APB bzw. APC . Man zeige, daß sich AP , BD und CE in einem Punkt schneiden! (Kanada)

3. Es sei $S = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ die Menge der nicht-negativen ganzen Zahlen. Man bestimme alle Funktionen f , die auf S definiert und deren Werte aus S sind, so daß $f(m + f(n)) = f(f(m)) + f(n)$ für alle m, n aus S gilt. (Rumänien)

2. Tag

4. Die positiven ganzen Zahlen a und b sind derart, daß die Zahlen $15a + 16b$ und $16a - 15b$ beide Quadrate von positiven ganzen Zahlen sind. Man bestimme den kleinsten möglichen Wert, den das Minimum dieser beiden Quadrate annehmen kann! (Rußland)

5. Es sei $ABCDEF$ ein konvexes Sechseck, so daß AB parallel zu ED , BC parallel zu FE und CD parallel zu AF sind. Ferner seien R_A , R_C bzw. R_E die Umkreisradien der Dreiecke FAB , BCD bzw. DEF , und es sei p der Umfang des Sechsecks. Man beweise:

$$R_A + R_C + R_E \geq \frac{p}{2}.$$

(Armenien)

6. Es seien n, p, q positive ganze Zahlen mit $n > p+q$. Ferner seien $x_0, x_1, \dots, x_n$ ganze Zahlen, die die folgenden Bedingungen erfüllen:

- a) $x_0 = x_n = 0$;
 b) für jede ganze Zahl i mit $1 \leq i \leq n$, ist entweder $x_i - x_{i-1} = p$ oder $x_i - x_{i-1} = -q$.

Man zeige, daß ein Paar (i, j) von Indizes mit $i < j$ und $(i, j) \neq (0, n)$ existiert, so daß $x_i = x_j$ ist!

(Frankreich)

Arbeitszeit: $4\frac{1}{2}$ Stunden an jedem Tag.
 Bei jeder Aufgabe waren 7 Punkte erreichbar.

Adresse des Autors:

Prof. Dr. Hans-Dietrich Gronau
 Universität Rostock, FB Mathematik
 18051 Rostock
gronau@zeus.math.uni-rostock.de

37. IMO — Länderübersicht (inoffiziell)

No.	Land	Punkte	G	S	B	No.	Land	Punkte	G	S	B
1.	Rumänien	187	4	2	-	39.	Finnland	58	-	-	2
2.	USA	185	4	2	-	40.	Schweden	57	-	1	1
3.	Ungarn	167	3	2	1	41.	Moldawien (5)	55	-	-	2
4.	Rußland	162	2	3	1	42.	Österreich	54	-	1	-
5.	Großbritannien	161	2	4	-	43.	Südafrika	50	-	-	2
6.	China	160	3	2	1	44.	Mongolei	49	-	-	2
7.	Vietnam	155	3	1	1		Slowenien	49	-	-	2
8.	Südkorea	151	2	3	-	46.	Kolumbien	48	-	1	-
9.	Iran	143	1	4	1	47.	Thailand	47	-	-	1
10.	Deutschland	137	3	1	1	48.	Dänemark	44	-	-	2
11.	Bulgarien	136	1	4	1		Macao	44	-	-	1
	Japan	136	1	3	1		Mazedonien	44	-	-	2
13.	Polen	122	-	3	3		Spanien	44	-	-	-
14.	Indien	118	1	3	1	52.	Brasilien (5)	36	-	-	-
15.	Israel	114	1	2	2	53.	Mexiko	34	-	-	-
16.	Kanada	111	-	3	3		Sri Lanka	34	-	-	1
17.	Slowakei	108	-	2	4	55.	Estland	33	-	-	-
18.	Ukraine	105	1	-	5	56.	Island	31	-	-	1
19.	Türkei	104	-	2	3	57.	Bosnien (4)	30	-	-	1
20.	Taiwan	100	-	2	3	58.	Aserbajdschan	27	-	-	-
21.	Weißrußland	99	1	1	2	59.	Niederlande	26	-	-	-
22.	Griechenland	95	-	1	5	60.	Trinidad & Tobago	25	-	-	-
23.	Australien	93	-	2	3	61.	Irland	24	-	-	-
24.	Jugoslawien	87	-	1	2	62.	Schweiz (4)	23	-	-	1
25.	Italien	86	-	2	2	63.	Portugal	21	-	-	-
	Singapur	86	1	-	3	64.	Kasachstan	20	-	-	-
27.	Hong Kong	84	-	1	4	65.	Marokko	19	-	-	1
28.	Tschechien	83	-	2	1	66.	Kuba (1)	16	-	-	1
29.	Argentinien	80	-	1	3	67.	Albanien (4)	15	-	-	-
30.	Georgien	78	1	-	2		Kirgisien	15	-	-	-
31.	Belgien	75	-	-	4	69.	Zypern (5)	14	-	-	-
32.	Litauen	68	-	1	2	70.	Indonesien	11	-	-	-
33.	Lettland	66	-	-	3	71.	Chile (2)	10	-	-	-
34.	Armenien	63	-	-	1	72.	Malaysia (4)	9	-	-	-
	Kroatien	63	-	1	1		Turkmenistan (4)	9	-	-	-
36.	Frankreich	61	-	2	-	74.	Philippinen	8	-	-	-
37.	Neuseeland	60	-	-	3	75.	Kuwait (2)	1	-	-	-
	Norwegen	60	-	-	3						

Jede Mannschaft bestand aus 6 bzw. der in Klammern angegebenen Anzahl von Schülern.