Modelle des Magnetismus führen zu linearen Gleichungen mit sehr vielen Unbekannten, z.B. 10^{23}. Herr Böttcher wird uns vielleicht gleich etwas darüber erzählen. Das Verhalten der Determinanten dieser Systeme ist dabei von fundamentaler Bedeutung und in diesem Zusammenhang haben Fisher und Hartwig in den 60er Jahren eine Hypothese formuliert, die ich bereits erwähnt habe. Sie hat viele Mathematiker zu Untersuchungen angeregt. Ein wirklicher Durchbruch zum Beweis und zur Präzisierung der Hypothese gelang aber erst Böttcher und Silbermann in der 1985 erschienenen Arbeit „Toeplitz Matrices and Determinants with Fisher-Hartwig Symbols". Einige Erläuterungen zum Titel dieser Arbeit. Otto Toeplitz war seit 1927 Ordinarius an der Universität Bonn und mußte 1938 verfolgt durch die Nationalsozialisten nach Jerusalem auswandern, wo er leider schon 1940 starb. Eine unendliche Toeplitzmatrix entsteht aus einer periodischen Funktion f wie folgt. Wir schreiben f in Abhängigkeit einer Variablen z, die auf der Kreislinie der komplexen Zahlen vom Betrage 1 läuft. Dann liefert f Fourierkoeffizienten a_n bezüglich der Grundfunktionen z^n. Auf Kästchenpaper schreiben wir diese Zahlen a_n in eine Zeile, darunter die gleichen Zahlen um 1 nach rechts verschoben, darunter wieder um 1 nach rechts verschoben usw., in den Zeilen darüber schreiben wir die Zahlen jeweils um 1 nach links verschoben hin, so ist die ganze Ebene mit Zahlen ausgefüllt. In jedem Kästchen steht eine Zahl. Dies ist die Toeplitzmatrix, die einem Gleichungssystem mit unendlichvielen Unbekannten entspricht. Aus diesem unendlichen Schema kann man ein endliches quadratisches Teilschema herausgreifen (in der linken oberen Ecke stehe a_0). Dafür ist eine Determinante erklärt, wie jeder Student der Mathematik im ersten Semester lernt. Wie wachsen diese Determinanten an, wenn man größere und größere Teilschemata auswählt? Für die einfache Funktion $z^{-1} + 3 + z$ erhält man im wesentlichen die Fibonacci-Zahlen, über deren Wachstumsverhalten ich schon sprach. Die Fisher-Hartwig Symbole sind komplizierte Funktionen, die in den Anwendungen auftreten und für die das Wachstumsverhalten nicht bekannt war. Böttcher und Silbermann haben es in ihrer Arbeit aufgeklärt. So führt eine Linie von Fibonacci zu Böttcher, von den Mäzenen, die Fibonacci unterstützt haben, zur Krupp-Stiftung und von Friedrich II, dem Staufer, zu Ministerpräsident Rau.

Adresse des Autors:
Prof. Dr. Friedrich Hirzebruch
Max-Planck-Institut für Mathematik
Gottfried-Claren-Straße 26
53225 Bonn

Ehrenpromotion von Peter Roquette

Die Universität Essen verlieh Herrn Roquette aus Heidelberg die Würde eines Ehrendoktors. Eingebettet in eine Tagung über Algebra und Zahlentheorie am Institut für Experimentelle Mathematik wurde die Ehrenurkunde am 3. Dezember 1992 verliehen. Herr **Wulf-Dieter Geyer** *gab dabei die folgende Laudatio.*

Die mir zugeteilte Aufgabe bei dieser Feier besteht darin, einige Bemerkungen zum wissenschaftlichen Werdegang und Werk meines verehrten Lehrers zu machen. Zu Beginn meiner daraufhinzielenden Versuche seien zunächst einige Worte zur Person des *Studenten* Roquette gesagt. Ich bin in der guten Lage, seine eigenen Worte gebrauchen zu können, mit denen er sich vor 14 Jahren als neues Mitglied der Heidelberger Akademie der Wissenschaften vorstellte: In seiner Antrittsrede bei der Akademie heißt es:

> „Ich gehöre zu derjenigen Generation, die in den Jahren unmittelbar nach 1945 studiert hat. Im Herbst 1945 immatikulierte ich mich, damals 18jährig, an der Universität Erlangen. Unter meinen akademischen Lehrern befand sich Heinrich Grell, ein Schüler von Emmy Noether. Grell versuchte in seinem lebendigen, anregenden und Leistung fordernden Unterricht, uns den Geist der Noetherschen Jahre in Göttingen nahe zu bringen. So wie ich es heute sehe, waren seine Vorlesungen eine ziemlich genaue Kopie der Originalvorlesungen von Emmy Noether selbst. So geriet ich, zwar indi-

> rekt, doch recht intensiv, unter den Einfluß der großen Algebraikerin, und ich fand mich bereits in den ersten Semestern mit hyperkomplexen Systemen und mit Klassenkörpertheorie beschäftigt."

(An anderer Stelle fügt Roquette ergänzend hinzu: „unter vollständiger Vernachlässigung des von uns Anfängerstudenten verlangten Standardstoffes". In der Akademierede heißt es dann:)

> „Weitere Anregungen in Richtung Algebra erhielt ich in späteren Semestern durch Hans Zassenhaus in Hamburg. Als Zassenhaus aus Hamburg fortzog, beschloß ich auf seinen Rat hin, noch einmal die Universität zu wechseln. Ich ging nach Berlin zu Helmut Hasse. Dies war im Jahr 1949, kurz nach Beendigung der Blockade."

> „Ich kann wohl sagen, daß durch Helmut Hasse die Ausrichtung meiner mathematischen Arbeit am stärksten und in entscheidender Weise beeinflußt worden ist. Eigentlich habe ich nur wenig Vorlesungen bei ihm gehört; die meisten seiner Anregungen ergaben sich in Seminaren, in persönlichen Gesprächen und durch das Studium seiner Arbeiten, die mich faszinierten."

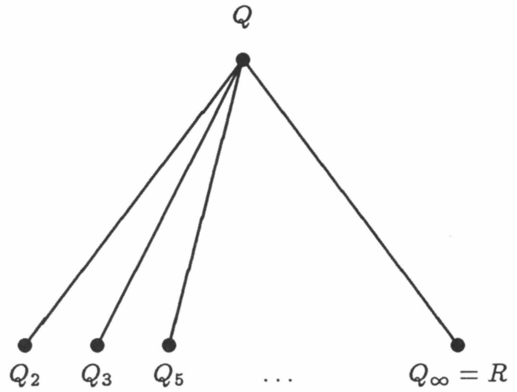
In den Jahren 1951 bis 1953 erscheinen die ersten Roquetteschen Arbeiten, durch Hassesche Ideen inspiriert, im Crelleschen Journal, in den Hamburger Abhandlungen und im Archiv der Mathematik. Lassen Sie mich die erste Arbeit des jungen Roquette betrachten, die im Februar 1951 beim Crelleschen Journal eingereicht wurde. Bei dem weiten Spektrum der Roquetteschen Interessen innerhalb der Mathematik wird man nicht erwarten dürfen, daß sich alles Kommende in dieser ersten Arbeit spiegelt, aber einige Charakteristika treten bereits deutlich hervor. Der Titel der Arbeit lautet

> „Arithmetische Untersuchungen des Charakterringes einer endlichen Gruppe. Mit Anwendungen auf die Bestimmung des minimalen Darstellungskörpers einer Gruppe, und in der Theorie der Artin'schen L-Funktionen."

Bereits dieser Titel verrät, was die Diktion des Textes dann deutlicher macht, daß der Autor auf den Leser zugeht, daß er bereits in der ausführlichen Formulierung des Titels den Inhalt so gut wie möglich beschreiben will. Die Arbeit selbst zeigt denselben Stil, der bis heute ein Merkmal Roquettescher Arbeiten geblieben ist: Der Autor denkt mit dem Leser mit, er versucht nicht nur Sätze als richtig nachzuweisen, sondern er meißelt die entscheidenden Beweisideen heraus, gliedert längere Beweise in verdaubare aber zugleich auch in sich verständliche und sinnvolle Teile, führt den Leser in seine Gedankengänge ein und läßt ihn teilhaben an der Entwicklung des Beweises. Er versucht, die Hilfsmittel dem Problem angemessen zu halten: eine direkte, längere Entwicklung eines elementaren Hilfsmittels wird dem kürzeren Zitat eines tiefen Satzes vorgezogen. Wiederholungen werden, zur Freude des Lesers, nicht gescheut. Roquettesche Arbeiten sind wie Spaziergänge in die Mathematik, auch wenn sie in Bergtouren höheren Schwierigkeitgrades übergehen. Von sachkundiger Hand präzise geführt macht die genaue und klare Beschreibung des Wanderweges es auch leicht, anders zu denken und Nebenwege zu gehen, ohne den von Roquette beschriebenen Weg aus dem Auge zu verlieren. Und wenn einmal, was selten vorkommt, Roquette seinen eigenen Maximen untreu wird, so muß ein Naachtrag herhalten, die Dinge klar zu stellen und ins rechte Licht zu rücken. Nicht vergessen will ich einen wichtigen Punkt, der sich auch in vielen anderen Arbeiten und noch deutlicher in seinen Vorträgen wiederfindet. Das Gewinnen eines mathematischen Resultates ist kein Selbstzweck an sich, es ist vielmehr die Illustration einer allgemeineren mathematischen Methode, das Paradigma eines philosophischen Prinzips in der Mathematik, die Aufforderung, in diesem Sinne weiterzugehen, um die Methode, das Prinzip weiter zu beleuchten, zu erkunden und von ihm zu profitieren.

Ein solches Prinzip, das sich wie ein roter Faden durch einen Teil des Lebenswerkes von Hasse zieht und das in immer wieder neuer Form in zahlreichen Arbeiten von Roquette auftritt, ist das sogenannte *Lokal-Global-Prinzip*, das Prinzip, mathematische Sachverhalte lokal zu studieren, um daraus globale Schlüsse zu ziehen, soweit das möglich ist. Hasse entdeckte dieses Prinzip am Beispiel der quadratischen Formen und später bei den einfachen Algebren, jeweils über Zahlkörpern, es sei kurz genannt: Dem rationalen Zahlkörper $\mathbb{Q}$ etwa ist nicht nur der Körper $\mathbb{R} = \mathbb{Q}_\infty$ der reellen Zahlen als Komplettierung bezüglich des üblichen Absolutbetrages zugeordnet, sondern zu jeder Primzahl p gehört eine p-adische Komplettierung bezüglich des p-adischen Absolutbetrages, der Henselsche p-adische Zahlkörper $\mathbb{Q}_p$.

So liefern die Absolutbeträge auf $\mathbb{Q}$ eine Spektralzerlegung des rationalen Zahlkörpers durch die Einbettung in die verschiedenen Komplettierungen, die dann in den 30er Jahren von Chevalley in die Sprache der Idele und Adele gegossen wurde. Hasses Lokal-Global-Prinzipien für quadratische Formen bzw. einfache Algebren besagen, daß gewisse globale Eigenschaften wie Isotropie einer Form oder Zerfall einer Algebra sich bereits durch Betrachten der lokalen Situation entscheiden lassen.



In Vorlesungen und Gesprächen hat Hasse diese Ergebnisse nicht als gewichtige schöne Einzelresultate angesehen, sondern als Ausfluß einer grundsätzlichen Sichtweise der Zahlentheorie: Durch die lokale Betrachtungsweise werden die Möglichkeiten des mathematischen Denkens und Schließens wesentlich erweitert, die lokale Betrachtung liefere, so sagt Hasse, eine „organische“ Einsicht in die Struktur zahlentheoretischer Phänomene. Hasse war sich bewußt, daß man nicht allgemein so schöne Resultate wie die genannten Lokal-Global-Prinzipien erwarten kann: die von Hasse angeregte, 1942 publizierte Arbeit von Reichardt zeigt, daß bereits bei kubischen Gleichungen kompliziertere Verhältnisse vorliegen — die Abweichung vom Lokal-Global-Prinzip wird hier von den Tate-Schafarewitsch-Gruppen gemessen, die bis heute ein faszinierender und nicht ausgeschöpfter Forschungsgegenstand sind.

Die erste Roquettesche Arbeit ist eines von zahlreichen Beispielen für das Wirken dieser Idee Hasse's im Werk von Roquette. Lassen Sie mich kurz auf den Inhalt eingehen. Einige Jahre zuvor, nämlich 1947, hatte Richard Brauer, einer der großen Gruppentheoretiker dieses Jahrhunderts, seinen berühmten Induktionssatz bewiesen: Jede Darstellung einer endlichen Gruppe als Gruppe von Matrizen läßt sich virtuell kombinieren aus besonders einfachen Darstellungen, nämlich aus monomialen Darstellungen, die von eindimensionalen Darstellungen sogenannter p-elementarer Untergruppen herrühren, d.h. Gruppen, die das direkte Produkt einer zyklischen Gruppe und einer Gruppe von Primzahlpotenzordnung sind. Dieses Brauersche Ergebnis hat weitreichende Konsequenzen, von denen ich nur zwei nennen will, die auch bei Roquette behandelt sind: Zum einen zeigt es den kleinsten Körper an, über dem jede lineare Darstellung einer endlichen Gruppe in absolut irreduzible Darstellungen zerfällt: dies ist der Körper, der von denjenigen Einheitswurzeln erzeugt wird, deren Ordnung unter den Ordnungen der Gruppenelemente vorkommt. Zum andern zeigt es zusammen mit Sätzen von Hecke, daß die Artin'schen L-Funktionen meromorphe Funktionen sind.

Hasse war kein Gruppentheoretiker, aber die Nähe dieses Resultates zu zahlentheoretischen Folgerungen faszinierte ihn, und so stellte er die Frage, ob man dieses Resultat nicht unter Benutzung seiner p-adischen Sichtweise angreifen und den komplizierten Brauerschen Beweis durchsichtiger machen könne. Roquette, der mit Zassenhaus und Witt in Hamburg wahren Kennern der Gruppentheorie begegnet war, ist dies in seiner ersten Arbeit meisterhaft gelungen. Er ersetzt Brauers modulare Charakter-Theorie durch die Betrachtung des p-adischen Charakterringes, entwickelt dessen Strukturtheorie (übrigens ohne die allgemeine Strukturtheorie p-adischer Algebren zu benutzen), kommt zu der Bijektion zwischen den Brauerschen Blöcken und den p-regulären Konjugationsklassen in der Gruppe, zur Strukturtheorie der Blöcke und schließlich zum Brauerschen Induktionssatz mit seinen Folgerungen. Roquette läßt es sich nicht entgehen, die philosophische Bedeutung des Induktionssatzes herauszuarbeiten: er ist ein schönes Beispiel für die gruppentheoretische Methode, Aussagen über die Gruppe G auf Aussagen über ihre p-Untergruppen zu reduzieren, gewissermaßen eines der Lokal-Global-Prinzipien in der Gruppentheorie. Witt stellt fest, daß der Beweis des Brauerschen Induktionssatzes durch Roquettes p-adisches Studium des Charakterringes wesentlich vereinfacht wurde. Es sei aber nicht verschwiegen, daß einige Zeit später, im Jahr 1955, von Brauer und Tate ein elementarer und einfacher Beweis des Brauerschen Induktionssatzes ohne p-adische Methoden gegeben wurde.

Die Bedeutung von Roquettes Arbeit geht daraus hervor, daß sie Hasse noch im selben Jahr in seiner neuen Theorie der verallgemeinerten Gaußschen Summen benutzt, und daß Witt im selben Band des Crelleschen Journals eine Arbeit zum gleichen Thema mit Verallgemeinerungen und anderen Anwendungen publiziert, in der er sagt, daß seine Arbeit direkt von Roquettes Arbeit induziert sei.

Roquette ist nicht häufig, aber immer wieder zu gruppentheorischen Themen zurückgekehrt,

- so 1958 in seiner Archiv-Note „Realisierung von Darstellungen endlicher nilpotenter Gruppen“, wo er als Folge seiner ersten Arbeit und der davon induzierten Arbeit von Witt, aber mit eigenständigem elementaren Beweis, zeigt, daß sich eine irreduzible Darstellung einer endlichen p-Gruppe stets über dem durch die Charakterwerte erzeugten Einheitswurzelkörper realisieren läßt, mit Ausnahme der 2-Gruppen, wo eventuell noch die $\sqrt{-1}$ hinzuzunehmen ist,
- so in seinem der DMV gegebenen Bericht über algebraische Gruppen, der 1959 im Jahresbericht

erschien,

- so in seiner im Journal of Algebra 1964 erschienenen Note „Über die Existenz von Hall-Komplementen in endlichen Gruppen", wo er einen von Tate mit kohomologischen Methoden gezeigten Existenzsatz über Hall-Komplemente kohomologiefrei bewies,

- so in der 1968 gemeinsam mit Hoechsmann und Zassenhaus im Archiv der Mathematik publizierten Note „A cohomological characterization of finite nilpotent groups", wo festgestellt wird, daß eine endliche Gruppe G genau dann nilpotent ist, wenn ein endlicher G-Modul bereits kohomologisch trivial ist, sobald nur eine seiner Kohomologiegruppen verschwindet:

$$G \text{ nilpotent} \iff \forall M \in \operatorname{Mod} G$$

$$(\exists n : H^n(G,M) = 0 \Rightarrow \forall n : H^n(G,M) = 0)$$

Auch sonst spielen insbesondere die endlichen Gruppen einen gewichtigen Teil in anderen Arbeiten Roquettes. So wie die Gruppentheorie die Algebra, die Zahlentheorie und andere Gebiete der Mathematik durchdringt, so wird Roquette als vielseitiger Algebraiker und Zahlentheoretiker immer wieder zu gruppentheoretischen Fragestellungen geführt, ohne daß die Gruppentheorie zum herausragenden Zentrum seines Interesses wurde.

Die Arbeit, mit der Roquette zu einem zentralen Punkt seiner mathematischen Welt vordringt, ist die 1951 in Hamburg vorgelegte Dissertation, die 1953 in Crelles Journal erschien mit dem Titel

> „Arithmetischer Beweis der Riemannschen Vermutung in Kongruenzfunktionenkörpern beliebigen Geschlechts".

Die klassische, bis heute ungelöste Riemannsche Vermutung behauptet, daß die nichttrivialen Nullstellen der Riemannschen ζ-Funktion alle einen Realteil vom Betrag $\frac{1}{2}$ haben. Schon Artin hatte in seiner 1924 publizierten Dissertation die Dedekindschen ζ-Funktionen quadratischer Zahlkörper auf hyperelliptische Funktionenkörper über dem Körper mit p Elementen übertragen, die entsprechende Riemannsche Vermutung formuliert und in sehr speziellen Fällen bewiesen. F. K. Schmidt modifizierte 1929 die Artinsche ζ-Funktion so, daß sie für beliebige algebraische Funktionenkörper über beliebigem endlichen Grundkörper definiert werden konnte ohne Bezug auf eine Variable (also birational invariant), wodurch die bei Artin auftretenden trivialen Nullstellen ganz wegfallen. Die Riemannsche Vermutung wird dann gleichbedeutend mit der Abschätzung der Anzahl N der rationalen Punkte einer glatten projektiven Kurve vom Geschlecht g [in der Sprache von Hensel-Landsberg und Hasse ist N die Anzahl der Primdivisoren ersten Grades eines algebraischen Funktionenkörpers einer Variablen] über dem endlichen Körper $\mathbb{F}_q$ durch die folgende Ungleichung:

$$|N-(q+1)| \leq 2g\sqrt{q}$$

Einen Beweis dieser Übertragung der Riemannschen Vermutung auf algebraische Funktionenkörper einer Variablen über endlichem Grundkörper gab im ersten nichttrivialen Fall, im Fall des Geschlechtes $g = 1$, also für elliptische Kurven, Hasse: zunächst 1933 in einer Skizze in den Göttinger Nachrichten unter Benutzung analytischer Methoden der Theorie der komplexen Multiplikation, dann 1934 in einer algebraischen Version in den Hamburger Abhandlungen, der eine ausführliche dreiteilige Darstellung in Crelles Journal 1936 folgte.

Hasse hatte bereits die Vorstellung, daß man mit den höherdimensionalen abelschen Funktionen auch den Fall von höherem Geschlecht lösen können müßte, und daß seine Theorie der Normen von Meromorphismen (Endomorphismen der zugehörigen Jacobischen Varietäten, würde man heute sagen), deren Untersuchung im elliptischen Fall zur Lösung geführt hatte, auch generell das richtige Hilfsmittel wäre. Es ergab sich somit die Aufgabe, die bestehende analytische Theorie der abelschen Funktionen zu algebraisieren und sie damit auch der Primzahlcharakteristik zugänglich zu machen. Ansätze dazu waren bereits in der algebraischen Geometrie, etwa in der Korrespondenzentheorie, gemacht, doch waren diese nicht frei von analytischen Betrachtungen und galten nur in Charakteristik 0. So entwickelte Deuring, dem Hasseschen Vorbild bei Geschlecht 1 folgend, eine allgemeine Korrespondenzentheorie algebraischer Funktionenkörper beliebigen Geschlechtes, die er 1937 und 1941 im Crelleschen Journal publizierte. In der Sprache der Geometrie ist das die Theorie der Kurven auf einer Fläche, die sich als Produkt zweier Kurven darstellt. Deuring war sicher klar, daß er sich auf dem Wege zum Beweis der Riemannschen Vermutung befand, zum Ziel gelangte er jedoch nicht.

1941 kündigte André Weil in einer kurzen Note in den Proceedings of the National Academy of Science einen Beweis der Riemannschen Vermutung mittels Severis Korrespondenzentheorie an. In einer Fußnote bemerkte er, daß man zur vollständigen Ausformung des Beweises zunächst einmal Severis Korrespondenzentheorie, die für den Fall des Grundkörpers der komplexen Zahlen entwickelt worden war, für beliebige Körper umschreiben müsse. Dies hat ihn dann vermutlich mehr Schweiß gekostet, als er zunächst dachte. Im Jahre 1946 wurde die Fußnote schließlich eingelöst durch die „Foundations of Algebraic

Geometry", Weils Grundlegung der algebraischen Geometrie über Körpern beliebiger Charakteristik, mit einer sehr raffinierten algebraischen Schnitttheorie. Zwei Jahre später, 1948, folgten die beiden Bücher „Sur les courbes algébriques et les variétés qui s'en déduisent" sowie „Variétés abéliennes et courbes algébriques", die den vollständigen Beweis der Riemannschen Vermutung für Funktionenkörper einer Variablen über endlichen Körpern erbrachten. Durch diesen Beweis ist eigentlich die bis heute übliche Bandwurm-Bezeichnung „Riemannsche Vermutung für Funktionenkörper einer Variablen über endlichem Konstantenkörper" für diesen Sachverhalt obsolet geworden, denn es ist ein Satz und keine Vermutung mehr. Roquette hat vorgeschlagen, dies den Satz von Hasse-Weil zu nennen, so wie man den Satz über die endliche Erzeugbarkeit der Gruppe der rationalen Punkte einer abelschen Varietät den Satz von Mordell-Weil nennt, weil er für elliptische Kurven mit dem rationalen Zahlkörper als Grundkörper von Mordell, für Jacobische Varietäten über Zahlkörpern dann von Weil bewiesen wurde. Roquette hat sich mit seinem überzeugenden Vorschlag, soweit ich sehe, nicht durchgesetzt.

Doch zurück zu Roquettes Dissertation. Weil hatte mit seinen 3 Büchern natürlich mehr geleistet als den Beweis der Riemannschen Vermutung. Diese stellte das auslösende Problem und den Zielstern dar, so wie gute Probleme an manchen Stellen der Mathematikgeschichte theoriebildend gewirkt haben. Doch Hasse war überzeugt, daß man die Riemannsche Vermutung auch direkter ohne den Umweg über einen Neuaufbau der algebraischen Geometrie für Mannigfaltigkeiten beliebiger Dimension gewinnen müßte, allein mit dem Hilfsmittel der von Deuring aufgebauten Korrespondenzentheorie. Dies war das Dissertationsthema für Roquette, der übrigens Deuring bereits als akademischen Lehrer in Hamburg kennengelernt hatte. Und Roquette gelang es, die drei Bücher, genauer gesagt, den zum Beweis der Riemannschen Vermutung wesentlichen Teil der 3 Weilschen Bücher, auf 54 Seiten zu verkürzen, ohne daß er seinen Prinzipien der ausführlichen, klaren, leserfreundlichen Darstellung untreu geworden wäre. Erst der Beweis von Stepanov–Bombieri im Jahre 1973 hat eine weitere entscheidende Vereinfachung und eine totale Reduktion der Behandlung des Problems auf den Bereich der eindimensionalen Geometrie gebracht.

In der Dissertation taucht ein Hilfsmittel auf, das ebenfalls bereits von Deuring untersucht worden war, nämlich die Theorie der Reduktion algebraischer Varietäten nach Stellen des Grundkörpers. Roquette entdeckte, daß sich die Deuringsche Korrespondenzentheorie, insbesondere die zu dieser Zeit noch heiß umkämpfte Theorie der Schnittmultiplizitäten, auf Betrachtungen der Reduktionstheorie zurückführen läßt. Dieses Thema der Konstantenreduktion hat Roquette immer wieder begleitet, so hat er 1958 eine große Arbeit in Crelles Journal darüber geschrieben, die eine Arbeit Shimuras zu demselben Thema ergänzt. Zwei Jahre später wurden diese Betrachtungen allerdings von der neuen, umfassenden Grundlegung der algebraischen Geometrie in der Theorie der Grothendieck'schen Schemata vereinnahmt, in der die „Théorie de descente" einen wichtigen Platz einnimmt. Seine Schüler hat Roquette weiterhin für die Reduktionstheorie begeistern können, angefangen bei dem Mannheimer Popp, der vor mir bei Roquette promovierte, bis hin zu dem Heidelberger Pop und Barry Green, die noch heute diesem Thema neue überraschende Aspekte abgewinnen.

Mit der bislang entwickelten Reduktionstheorie allein war der Beweis der Riemannschen Vermutung nicht getan. Entscheidend für den Beweis war nicht die von Hasse vorgeschlagene Normbildung, sondern, wie Weil gezeigt hatte, ihr additives Analogon, die Spurbildung, die zu einer Bilinearform auf dem Korrespondenzenring, nämlich zu dem Schnittprodukt auf der zugehörigen Fläche, führte. Entscheidend für die Gültigkeit der oben genannten Ungleichung ist die Definitheit der Schnittform nach Weglassen der trivialen Komponente. Dieser Definitheitssatz, in der klassischen Korrespondenzentheorie nach Castelnuovo-Severi benannt, in der Geometrie der Flächen auch Indexsatz von Hodge genannt, ist vor Stepanov–Bombieri die eigentliche Quelle, aus der die Riemannsche Vermutung für Funktionenkörper fließt. Um die Definitheit dieser Weilschen Metrik nachzuweisen, braucht Roquette noch eine weitere Deutung der Schnittmultiplizität von Kurven auf den Flächen, die sich als Produkt zweier Kurven darstellen. Bedenkt man, daß die Schnittmultiplizität zweier Kurven in einem Punkt die Ordnung des Berührens der Kurven in diesem Punkt mißt, so ist man nicht verwundert, daß Roquette die erforderliche Neudeutung der Schnittmultiplizität in einer Differentenbildung findet. Diese Deutung eröglicht ihm auch einen einfachen Beweis der sogenannten Adjunktionsformel der Flächentheorie im Rahmen der Korrespondenzentheorie. Ich will nicht weiter auf die Methoden der Dissertation eingehen, muß aber doch hinzufügen, daß sie lange weitergewirkt haben. So hat Ernst Kani in seiner Dissertation bei Roquette durch Modifikation der Roquetteschen Ansätze den schon genannten Satz von Mordell-Weil auf neue Art beweisen können.

Ich bin deshalb so ausführlich auf diese beiden Arbeiten des jungen Roquette eingegangen, um zu zeigen, daß sein Einstieg in die Forschung damit begann, aktuelle, tiefreichende und tiefliegende Methoden, hier von Brauer, Hasse, Deuring und André Weil, zu studieren und in sich zu verarbeiten, und bei wichtigen Problemen, an denen schon viele bedeutende Mathematiker gearbeitet hatten, die eigene formende Hand anzulegen.

Betrachtet man die Gebiete der Mathematik, auf denen Herr Roquette durch Publikationen hervorgetreten ist:

- Algebraische Zahlentheorie (Klassenkörperturmproblem)
- Algebraische Funktionenkörper einer Variablen
- Abelsche Funktionenkörper
- Reduktionstheorie
- Allgemeine Arithmetik
- Kommutative Algebra
- Bewertungstheorie
- Galoiskohomologie
- Algebrentheorie
- Gruppentheorie
- Nonstandardmethoden in Algebra und Arithmetik
- Formal p-adische Körper
- Lokal-Global-Prinzipien bei ganzzahligen diophantischen Gleichungen

und vergleicht man die mir zur Verfügung stehende Zeit mit dem bereits Behandelten, so wird jeder einsehen, daß es mir nicht möglich ist, das mathematische Werk Roquettes auch nur oberflächlich vollständig zu würdigen. Da ich es ohnehin nicht schaffe, sei mir gestattet, noch kurz bei der Dissertation stehen zu bleiben.

Ich weiß nicht, was André Weil zu der Roquetteschen Dissertation gesagt hat. Im ersten Band seiner gesammelten Werke hat Weil einen im Militärgefängnis „Bonne Nouvelle“ in Rouen geschriebenen, an seine Schwester Simone Weil gerichteten Brief aus dem Jahre 1940 abdrucken lassen, wo er sich über ähnliche Unternehmungen moquiert: so über Deuring, der nichts anderes tue, als die schon bekannten schönen Ergebnisse von Severi über den Korrespondenzenring in seinem Dialekt wiederzufinden. Weil ist sich zu diesem Zeitpunkt offenbar noch nicht im klaren, daß er selbst, wie er ein Jahr später in der erwähnten Academy-Note schreibt, ein ähnliches Unternehmen durchführen muß, das schließlich in seine „Foundations of Algebraic Geometry“ mündet, wobei Weil nach einiger Überlegung die geometrische Sprache der arithmetischen oder Funktionenkörpersprache Deurings vorzieht.

Es ist, auch gerade im Hinblick auf das wissenschafliche Werk von Roquette, nötig, hier kurz innezuhalten, und über das Phänomen der Sprachen in der Mathematik nachzudenken. Goethe sagt zu diesem Thema:

> „Die Mathematiker sind eine Art Franzosen; redet man zu ihnen, so übersetzen sie es in ihre Sprache, und dann ist es alsobald etwas ganz Anderes.“

Die Sprache — und ich unterscheide hier nicht zwischen gesprochener und geschriebener Sprache – ist die Form, in der sich das von Intuitionen, Analogiebildungen und anderen nicht präzise faßbaren Dingen durchsetzte mathematische Denken kristallisiert. Diese Sprache ist nicht etwas fest Vorgegebenes, sie entwickelt sich vielmehr mit der Erforschung der Phänomene, und so ist es nicht verwunderlich, daß verschiedene mathematische Disziplinen, ja verschiedene Schulen auf demselben Gebiet, verschiedene Sprachen ausbilden, auch wenn dies heute durch die mengentheoretische Einheitssprache etwas überdeckt wird. In einer solchen multilingualen Landschaft kann die Aufgabe eines Übersetzers von großer Bedeutung sein. Denken wir etwa daran, welchen Einfluß die Übersetzung von Shakespeares Dramen durch Schlegel und Tieck auf das deutsche Theater und die Entwicklung der Romantik hatte, von Heine bis zu Fontane findet man Shakespeare-Zitate bis in die Gedichte hinein. In der Literatur wie in der Mathematik kann die Leistung eines Übersetzers eine eigenständige Neuschöpfung sein, die bisweilen sogar das Original übertrifft. Eine Übersetzung läßt das Alte in neuem Licht sehen, ist bisweilen Startpunkt für neue Entwicklungen, die ohne die Übersetzung gar nicht begonnen worden wären. Im weiteren Sinne gilt in der Mathematik wie in anderen Künsten, daß ein großer Teil unserer Arbeiten Übersetzungen und Übertragungen dessen sind, was andere oder auch wir selbst früher geschaffen haben. Die Mathematik lebt davon, daß die gewonnenen neuen Erkenntnisse und Ergebnisse immer wieder umformuliert, verallgemeinert, modifiziert und neu bearbeitet werden, bis sie in eine Form kommen, die den Phänomenen am besten angepaßt ist, sie am einfachsten begreifen läßt, so daß bereits die Form das Wichtige hervortreten, das Unwichtige zurücktreten läßt. Solche Urteile (wichtig — unwichtig) tragen im Gegensatz zur Wahrheit mathematischer Aussagen etwas Subjektives in sich, aber sie sind notwendig. Ohne diese Kultivierung des mathematischen Ackers würde die Ergebnislandschaft über kurz oder lang Züge eines chaotischen Dschungels annehmen. Die Roquetteschen Arbeiten zeigen immer wieder, daß er ein Meister und Vorarbeiter bei dieser Formgebung ist, seine Übersetzungen und Neudeutungen sind Anknüpfungspunkt vieler weiterer Arbeiten geworden. Das dies so ist, liegt auch an Roquettes weitem Interessenspektrum in der Mathematik und liegt an seiner lebendigen mathematischen Fantasie, die er nicht nur zum Erzielen neuer Ergebnisse in vorgestecktem Rahmen, sondern eben auch zur Modifikation dieses Rahmens benutzt.

Damit komme ich zum Problem der Sprache zurück. Weil vergleicht in seinem schon zitierten Brief an seine Schwester seine eigene mathematische Aktivität mit der Entzifferung eines dreisprachigen Textes, wobei die drei Sprachen den drei mathematischen Gebieten

Zahlentheorie

Riemannsche Funktionentheorie

Algebraische Funktionentheorie (über endlichem Konstantenkörper)

entsprechen. Es gehe darum, die Analogien zwischen diesen Gebieten zu erkennen und zu formulieren, die Unterschiede zu berücksichtigen, um schließlich zu einer Gesamtschau zu gelangen. In seiner Besprechung von Weils gesammelten Werken bemerkt Roquette dazu, daß man diese Dreiteilung ja schon in den drei Gauß'schen „A“ finde:

Arithmetik

Analysis

Algebra

und daß sie sich im Werk vieler bedeutender Mathematiker aufspüren lassen. Gerade das Gebiet der algebraischen Kurven zeigt eine besonders enge Verzahnung aller drei Gebiete, die aber weiter ausstrahlt in die gesamte algebraische Geometrie. Das wissenschaftliche Werk von Roquette, das seit seiner Dissertation eng mit dem Gebiet der algebraischen Funktionenkörper verknüpft ist, kann man ebenfalls als ein Kreisen um diese drei Gauß'schen „A“ ansehen, wobei die Arithmetik und die Algebra einen Vorrang vor der Analysis haben, die aber auch vertreten ist: man denke etwa an das klassische Büchlein über die analytische Theorie der elliptischen Funktionen über lokalen Körpern, das eine, zumindest ideelle, Quelle für die Dissertation des Leiters dieser Konferenz über Algebra und Zahlentheorie war.

Wie Sie dem Gebietsverzeichnis bereits entnommen haben, ein Blick in das Schriftenverzeichnis überzeugt noch mehr, muß ich nun in weiten Sätzen über viele Gebiete und Arbeiten Roquettes hinweggehen, um wenigstens noch drei Punkte zu nennen, die ganz neue Richtungen im Schaffen Roquettes über das bereits Gesagte hinaus bezeichnen.

Der erste Punkt ist die Begegnung mit Abraham Robinson, dem Schöpfer der Nonstandard-Analysis und Wegbereiter der modelltheoretischen Methoden in Algebra, Zahlentheorie und anderen Disziplinen. Ich erinnere mich genau, wie fasziniert wir Studenten und Mitarbeiter waren von der für uns ganz neuen Art, Mathematik zu betrachten, und von der liebenswürdigen Souveränität, mit der Robinson seine vielseitigen Ideen verstreute, als Roquette ihn 1965 nach Tübingen eingeladen hatte. Grundidee der von Robinson wesentlich gestalteten Modelltheorie ist die Erkenntnis, daß die Sprache, in der Mathematik formuliert wird, selbst zum Gegenstand der Untersuchung gemacht werden kann, und daß sprachliche Analysen einer Aussage bereits Rückschlüsse z.B. auf mögliche Beweise zulassen, ohne solche je gesehen zu haben, ja ohne daß solche je existiert haben. Insbesondere erhält die Modelltheorie durch diese Methode Prinzipien, mathematische Aussagen von einer Struktur auf eine andere zu übertragen und schwächt damit den Begriff der Isomorphie mathematischer Strukturen zu dem im Grunde angemesseneren der Äquivalenz ab: Strukturen sind äquivalent, wenn in ihnen dieselben in der vorgegebenen Sprache formulierbaren Sätze gelten. Eine der zentralen Ideen Robinsons war die Idee des enlargements, eines saturierten Nonstandardmodells, anders ausgedrückt, einer umfassenden Komplettierung: In der Analysis ermöglicht sie den Leibnizschen Kalkül der infinitesimalen Elemente, in der Arithmetik trägt sie alle p-adischen Komplettierungen in sich, ragt aber weit über die Chevalleyschen Idele oder Adele hinaus, indem nicht nur die Topologie, sondern auch viele andere Eigenschaften komplettiert werden, und indem in dem enlargement auch dieselben elementaren Aussagen wie in dem Zahlkörper, von dem man ausgeht, gelten.

Roquette hatte Robinson 1963 in Pasadena kennengelernt, und im Laufe der Zeit entwickelte sich eine anregende Zusammenarbeit, die ihren Höhepunkt in der leider erst nach dem frühen Tod Robinsons erschienenen Arbeit über den Satz von Siegel-Mahler fand. Dieser Satz besagt, daß eine affine Kurve vom Geschlecht $g > 0$ über einem Zahlkörper nur endlich viele ganzzahlige Punkte tragen kann. Seit Faltings Beweis der Mordellschen Vermutung im Jahre 1983 wissen wir mehr: Für Geschlecht $g > 1$ können sogar nur endlich viele rationale Punkte auf der Kurve liegen, aber bis dahin galt der 1929 von Siegel gefundene Satz als eines der tiefsten Ergebnisse der diophantischen Geometrie. Was hat dieser Satz mit Robinsons enlargement zu tun? Nun, Robinson bettete den Körper K in ein großes enlargement $^*K$ ein, das dieselben elementaren Eigenschaften wie K besaß. Hatte eine Kurve C über K unendlich viele rationale Punkte, so ließ sich auf Grund der Komplettheitseigenschaften des enlargments der Funktionenkörper $F = K(C)$

der Kurve in das enlargement $^*K$ einbetten. Damit konnte die Arithmetik des nonstandard-Zahlkörpers $^*K$ auf den Funktionenkörper F angewendet werden, und ein Wechselspiel zwischen der Arithmetik des nonstandard-Zahlkörpers und der Arithmetik des Funktionenkörpers konnte beginnen. In dieser Übersetzung ist die Mordellsche Vermutung äquivalent zu der Aussage, daß das enlargement $^*K$ eines Zahlkörpers K keinen Funktionenkörper F von einem Geschlecht $g > 1$ enthalten kann. Dies ist bisher noch nicht mit nonstandard-Methoden gezeigt worden. Wenn man aber nur zeigen will, daß die Kurve C nicht unendlich viele ganzzahlige Punkte besitzen kann, so entspricht dem die Aussage, daß jede nichtkonstante Funktion $x \in F \setminus K$ auf der Kurve C einen nonstandard-Primdivisor des enlargements $^*K$ als Pol hat. In gemeinsamer längerer Anstrengung konnten Roquette und Robinson diese Aussage beweisen, also einen nonstandard-Beweis für den Satz von Siegel-Mahler geben.

Roquette hat diese Theorie des enlargements und der Nonstandard-Methoden weiterverfolgt. Eine der Früchte ist die schon genannte Dissertation von Kani mit einem nonstandard-Beweis des Satzes von Mordell-Weil.

Eine andere Anwendung ist das Studium des Hilbertschen Irreduzibilitätssatzes. Robinson und Gilmore hatten gezeigt, daß ein Körper K genau dann den Hilbertschen Irreduzibilitätssatz erfüllt, kurz „daß er hilbertsch ist", wenn es im enlargement ein Element $t \in^* K \setminus K$ gibt, so daß der rationale Funktionenkörper $K(t)$ in $^*K$ separabel (oder algebraisch — je nach der Formulierung des Hilbertschen Irreduzibilitätssatzes) abgeschlossen im enlargement $^*K$ ist. Roquette nimmt dieses Kriterium zum Ausgangspunkt für mehrere Nonstandard-Beweise des Hilbertschen Irreduzibilitätssatzes in verschiedenen Situationen. Wesentlich überholt werden die Roquetteschen Überlegungen aber durch die Dissertation seines Schülers Weissauer, der das Robinson-Gilmoresche Kriterium wesentlich abschwächen konnte (statt dem algebraischen Abschluß von $K(t)$ in $^*K$ benötigt man nur mehr, daß t nur endlich viele Pole im algebraischen Abschluß von $K(t)$ in $^*K$ hat), wodurch nicht nur die Beweise des Hilbertschen Irreduzibilitätssatzes in den bekannten Situationen erheblich vereinfacht werden, sondern auch neue Körperklassen, z.B. die Potenzreihenkörper in mehreren Variablen, als hilbertsch erkannt werden. Das ist vielleicht das bisher stärkste Ergebnis, das die enlargement-Methode in der Diophantischen Geometrie gezeitigt hat, doch sei nicht verschwiegen, daß Herr Klein in seiner Dissertaion bei mir zwei Jahre später dieses Ergebnis und einen Teil der anderen Ergebnisse von Weissauer auch mit Standard-Methoden erzielen konnte. Daß die Beschäftigung der Roquetteschen Gruppe mit dem Hilbertschen Irreduzibilitätssatz nicht zu Ende ist, zeigt der morgige Vortrag von Florian Pop.

Nicht mit der Theorie des enlargements aber doch mit der Modelltheorie verbunden ist der zweite Punkt, den ich nennen möchte: Im Jahre 1969 erhielt ich in Heidelberg eine Arbeit von Kochen zum Referieren für die Mathematical Reviews, in dem rationale Funktionen über den p-adischen Zahlen, die nur p-adisch ganze Werte annehmen, durch einen merkwürdigen Operator

$$\gamma(x) = \frac{1}{p}\Big(x^p - x - \frac{1}{x^p - x}\Big)$$

erzeugt wurden. Ich ging zu Roquette und fragte ihn, ob ihm dieser merkwürdige Operator mit den schönen Eigenschaften schon begegnet sei. Er war anscheinend auch Roquette neu. Aber da er die p-adischen Zahlen als seine vertraute Heimat ansah, war er bald soweit, daß er die bei Kochen gegebene Erzeugung des Kochenringes wesentlich elementarer und einfacher gestalten konnte. An diese erste Begegnung mit dem Kochen-Operator schlossen sich zahlreiche weitere Arbeiten über die Modelltheorie der p-adischen und formal p-adischen Zahlen an, die ihren Höhepunkt in den gemeinsamen Lecture Notes über formal p-adische Körper mit Alexander Prestel fanden.

Und schließlich noch ein dritter und letzter Punkt, der gerade die Arbeiten von Roquette in den letzten 8 Jahren stark berührt. Es geht hier um ein klassisches diophantisches Problem, das bereits Skolem 1934 aufstellte: Hat man ein System diophantischer Gleichungen

$$f_1(x_1, \ldots, x_n) = \ldots = f_r(x_1, \ldots, x_n) = 0$$

gegeben, etwa mit Koeffizienten in $\mathbb{Z}$, so folgt aus der lokalen Lösbarkeit über allen p-adischen Ringen $\mathbb{Z}_p$ keinesfalls die globale Lösbarkeit in $\mathbb{Z}$, wie einfache Beispiele zeigen. Skolem vermutete aber, daß ein derartiges Lokal-Global-Prinzip gelten könne, wenn man stärker vervollständige, nämlich zum ganzen Abschluß $\tilde{\mathbb{Z}}$ von $\mathbb{Z}$, also zum Ring aller ganzalgebraischen Zahlen überginge. Gemeinsam mit D. Cantor konnte Roquette ein solches Lokal-Global-Prinzip für einfache, nämlich unirationale Gleichungssysteme, nachweisen. Der Durchbruch beim Beweis dieses Lokal-Global-Prinzips im allgemeinen Fall gelang R. Rumely mit analytischen Mitteln, nämlich durch den Aufbau einer Kapazitätstheorie für algebraische Kurven. Inzwischen ist es Roquette und seinen Mitarbeitern wieder gelungen, diesen Weg zum Lokal-Global-Prinzip für diophantische Gleichungen über dem Ring aller ganzalgebraischen Zahlen erheblich zu vereinfachen, und wir erwarten mit Spannung das Manuskript.

Damit bin ich mit vielen Auslassungen bei der Gegenwart angelangt. Einige Auslassungen seien wenigstens mit einem Wort genannt: Ich bin nicht explizit eingegangen auf Roquette als begeisternden akademischen Lehrer, obwohl ich hier Dank abzustatten hätte. Ich habe nichts gesagt über seine vielseitige, seit Jahrzehnten andauernde Tätigkeit als Herausgeber des Crelleschen Journals und der manuscripta mathematica, ich habe nichts gesagt über seine bis heute währende Gutachtertätigkeit bei der DFG, seine Akademietätigkeit, seine Mitwirkung beim Mathematischen Forschungsinstitut Oberwolfach und vieles andere mehr. Last but not least habe ich nichts gesagt über den Menschen, der unserem verehrten Lehrer immer wieder die Kraft für seine vielseitigen Aktivitäten gegeben hat, seine Frau Erika. Mit der Bitte, mir diese Auslassungen nachzusehen, beendige ich dieselben.

Schriftenverzeichnis

1. Arithmetische Untersuchung des Charakterringes einer endlichen Gruppe. Mit Anwendungen auf die Bestimmung des minimalen Darstellungskörpers einer Gruppe, und in der Theorie der Artin'schen L-Funktionen. Journal für die reine und angewandte Mathematik **190** (1952), 148-168.

2. Arithmetische Untersuchung des Abelschen Funktionenkörpers, der einem algebraischen Funktionenkörper höheren Geschlechts zugeordnet ist. Mit einem Anhang über eine neue Begründung der Korrespondenzentheorie algebraischer Funktionenkörper. Abhandlungen aus dem Mathematischen Seminar der Universität Hamburg **18** (1952), 144-178.

3. Über die Automorphismengruppe eines algebraischen Funktionenkörpers. Archiv der Mathematik **3** (1952), 343-350

4. Riemannsche Vermutung in Funktionenkörpern. Archiv der Mathematik **4** (1953), 6-16.

5. Arithmetischer Beweis der Riemannschen Vermutung in Kongruenzfunktionenkörpern beliebigen Geschlechts. Journal für die reine und angewandte Mathematik **191** (1953), 199-252.

6. L'arithmétique des fonctions abéliennes. Centre Belge de Recherches Mathématiques: Colloque sur les fonctions de plusieurs variables, tenu à Bruxelles du 11 au 14 mars 1953, Georges Thone, Liège 1953, 69-80.

7. Zur Theorie der Konstantenerweiterung algebraischer Funktionenkörper: Konstruktion der Koordinatenkörper von Divisoren und Divisorklassen. Abhandlungen aus dem Mathematischen Seminar der Universität Hamburg **19** (1955), 269-276.

8. Zur arithmetischen Theorie der abelschen Funktionenkörper I. Habilitationsschrift München (1954).

9. Über das Hassesche Klassenkörper-Zerlegungsgesetz und seine Verallgemeinerung für beliebige abelsche Funktionenkörper. Journal für die reine und angewandte Mathematik **197** (1957), 49-67.

10. Einheiten und Divisorklassen in endlich erzeugbaren Körpern. Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung **60** (1957), 1-21.

11. On the prolongations of valuations. Transactions of the American Mathematical Society **88** (1958), 42-56.

12. Zur Theorie der Konstantenreduktion algebraischer Mannigfaltigkeiten. Invarianz des arithmetischen Geschlechts einer Mannigfaltigkeit und der virtuellen Dimension ihrer Divisoren. Journal für die reine und angewandte Mathemtik **200** (1958), 1-44.

13. Abspaltung des Radikals in vollständigen lokalen Ringen. Abhandlungen aus dem Mathematischen Seminar der Universität Hamburg **23** (1959), 75-113.

14. Realisierung von Darstellungen endlicher nilpotenter Gruppen. Archiv der Mathematik **9** (1958), 241-250.

15. Über den Riemann-Rochschen Satz in Funktionenkörpern vom Tranzendenzgrad 1. Mathematische Nachrichten **19** (1958), 375-404.

16. Bericht über algebraische Gruppen. Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung **62** (1959), 53-84.

17. Some fundamental theorems on abelian function fields. Proceedings of the International Congress of Mathematicians, Edinburgh 1958, Cambridge University Press, Cambridge 1960, 322-329.

18. Über den Singularitätsgrad von Teilringen in Funktionenkörpern. Mathematische Zeitschrift **77** (1961), 228-240.

19. Über den Singularitätsgrad eindimensionaler Ringe. II. Journal für die reine und angewandte Mathematik **209** (1962), 12-16.

20. Berichtigung zu der Arbeit: Über den Singularitätsgrad eindimensionaler Ringe. II. Journal für die reine und angewandte Mathematik **211** (1962), 191.

21. On the Galois cohomology of the projective linear group and its applications to the construction of generic splitting fields of algebras. Mathematische Annalen **150** (1963), 411-439.

22. Isomorphisms of generic splitting fields of simple algebras. Journal für die reine angewandte Mathematik **214/215** (1964), 207-226.

23. Über die Existenz von Hall-Komplementen in endlichen Gruppen. Journal of Algebra **1** (1964), 342-346.

24. On the number of generators and relations of finite p-groups. Mimeographed Notes, Columbus (1964).

25. Zerfällung von Algebren durch Funktionenkörper. in: Algebraische Zahlentheorie, Ber. Math. Forschungsinstitut Oberwolfach **2** (1964), 83-98, Bibliographisches Institut, Mannheim 1967.

26. Splitting of algebras by function fields of one variable. Nagoya Mathematical Journal **27** (1966), 625-642.

27. On class field towers. In: Algebraic Number Theory. (Proceedings of an Instructional Conference organized by the London Mathematical Society Brighton 1965). Ed. by J.W.S. Cassels and A. Fröhlich, Thompson, Washington D.C. 1967, p. 231-249.

28. A proof of Gudrun Beyer's theorem. Mimeographed Notes, Columbus (1967).

29. A cohomological characterization of finite nilpotent groups (gemeinsam mit K. Hoechsmann und H. Zassenhaus). Archiv der Mathematik **19** (1968), 225-244.

30. A class rank estimate for algebraic number fields (gemeinsam mit H. Zassenhaus). Journal of the London Mathematical Society **44** (1969), 31-38.

31. Analytic theory of elliptic functions over local fields. Hamburger Mathematische Einzelschriften, Neue Folge, Heft 1, 90pp., Vandenhock & Ruprecht, Göttingen 1970.

32. Abschätzung der Automorphismenanzahl von Funktionenkörpern bei Primzahlcharakteristik. Mathematische Zeitschrift **117** (1970), 157-163.

33. Einführung in die Theorie der p-adischen Körper. Scriptum Heidelberg 1970.

34. Bemerkungen zur Theorie der formal p-adischen Körper. Beiträge zur Geometrie und Algebra 1 (1971), 177-193.

35. Principal ideal theorems for holomorphy rings in fields. Journal für die reine und angewandte Mathematik **262/ 263** (1973), 361-374.

36. Remarks and corrections to the paper: Principal ideal theorems for holomorphic rings in fields. Journal für die reine und angewandte Mathematik **280** (1976), 213.

37. On the finiteness theorem of Siegel and Mahler concerning Diophantine equations (gemeinsam mit A. Robinson). Journal of Number Theory **7** (1975), 121-176.

38. Nonstandard aspects of Hilbert's irreducibility theorem. In: Model theory and algebra, a memorial tribute to Abraham Robinson. Ed. D.H. Saracino and B. Weispfenning. Springer Lecture Notes in Mathematics **498** (1975), 231-275.

39. On the division fields of an algebraic function field of one variable. An estimate for their degree of irrationality. Houston Journal of Mathematics **2** (1976), 251-287.

40. Abraham Robinson (gemeinsam mit A.D. Young, S. Kochen and S. Körner). Bulletin of the London Mathematical Society **8** (1976), 307-323.

41. A criterion for rational places over local fields. Journal für die reine und angewandte Mathematik **292** (1977), 90-108.

42. Kurt Hensel, der Mathematiker. In: Marburger Gelehrte in der ersten Hälfte des 20. Jahrhunderts. Ed. I. Schnack. Veröffentlichungen der Historischen Kommission für Hessen **35**, 1 (1977), 187-192.

43. On the Riemann p-space of a field. The p-adic Analogue of Weierstrass' Approximation Theorem and Related Problems. Abhandlungen aus dem Mathematischen Seminar der Universität Hamburg **47** (1978), 236-259.

44. Antrittsrede: Heidelberger Akademie der Wissenschaften, Jahrbuch 1978, 47-50 (1979).

45. A relatively effective procedure for the solution of diophantine equations of positive genus (gemeinsam mit A. Robinson and G. Takeuti). Skriptum Heidelberg 1979.

46. Altes und Neues aus der Diophantischen Geometrie. Jahrbuch der Heidelberger Akademie der Wissenschaften 1979, 111-128, (1980).

47. The Nullstellensatz over p-adically closed fields (gemeinsam mit M. Jarden). Journal of the Mathematical Society of Japan **32** (1980), 425-460.

48. p-adische und saturierte Körper. Neue Variationen zu einem alten Thema von Hasse. Mitteilungen der Mathematischen Gesellschaft in Hamburg **11** (1982), 25-45.

49. Lectures on formally p-adic fields (gemeinsam mit A. Prestel). IMPA Lecture Notes (1983) = Formally p-adic fields. Springer Lecture Notes in Mathematics **1050** (1984), 167 pp.

50. On Diophantine equations over the ring of all algebraic integers (gemeinsam mit D. Cantor). Journal of Number Theory **18** (1984), 1-26.

51. Some tendencies in contemporary algebra. In: Perspectives in Mathematics, Anniversary of Oberwolfach. Birkhäuser Verlag, Stuttgart 1984, 393-422.

52. Immediate and purely wild extensions of valued fields (gemeinsam mit F.V. Kuhlmann und M. Pank). Manuscripta Mathematica **55** (1986), 39-67.

53. Solving Diophantine equations over the ring of all algebraic integers. In: Atas da 8. Escola de Algebra, Rio de Janeiro 1984 (2. Volume); Coleção Atas no. **16**, Instituto de Matemática Pura e Aplicada (1985).

54. Reciprocity in Function Fields. Journal für die reine und angewandte Mathematik, **375/376** (1987), 238-258.

55. Über die algebraisch-zahlentheoretischen Arbeiten von Max Deuring. Jahresbericht der DMV **91** (1989), 109-125.

56. Galois-Gruppen und Symmetrie. Jahrbuch der Heidelberger Akademie der Wissenschaften 1989, 33-36 (1990).

Editionen

57. Algebraische Zahlentheorie. Bericht einer Tagung aus dem Mathematischen Forschungsinstitut Oberwolfach 6. – 12. Sept. 1964. Hrsg. von H. Hasse und P. Roquette. (Berichte aus dem Mathematischen Forschungsinstitut Oberwolfach, Heft **2**.) Bibliographisches Institut Mannheim 1967.

58. Helmut Hasse, Mathematische Abhandlungen Band 1-3. Hrsg. von H.W. Leopoldt und P. Roquette. Verlag de Gruyter, Berlin 1975.

59. E. Hecke, Analysis und Zahlentheorie, Vorlesung Hamburg 1920 (bearbeitet von P. Roquette). Dokumente zur Geschichte der Mathematik, Band **3**. Deutsche Mathematiker-Vereinigung/ Vieweg-Verlag, Braunschweig 1987.

Anschrift des Autors:
Prof. Dr. Wulf-Dieter Geyer
Mathematisches Institut
Bismarckstr. $1\frac{1}{2}$
91054 Erlangen

Leserbriefe

Format der Mitteilungen

Soeben habe ich meine Mitteilungen: Heft 2/93 erhalten. Wer hat sich denn dieses Format ausgedacht? Wie und wo soll man diese Hefte lagern?(meine Bücherregale sind nicht hoch genug, da niemand dasselbe Format hat). Im Gegensatz zu den früheren Heften, habe ich die neuformatigen Mitteilungen weggeworfen. Ist das das Ziel der Übung?

Josef Dorfmeister, Kansas

Diese Frage ist schon öfters gestellt worden. Das DIN-Format wurde wegen des günstigeren Preises, d. h. zur Einsparung von Papierkosten gewählt.
Gerd Fischer

Mathematiker-Austausch mit der Universität Königsberg/Kaliningrad

Im vorangehenden Heft wurde über die „Helmholtz-Gastprofessur“ der Daimler-Benz Stiftung berichtet. (Heft 2-1993, Seite 36) Sie wurde eingerichtet für den Austausch von Wissenschaftlern der Universität Kaliningrad und deutschen Universitäten.

Dadurch bietet sich jetzt die Möglichkeit, die zur Zeit noch etwas spärlichen wissenschaftlichen Kontakte mit Königsberg auszubauen und neue Verbindungen zu schaffen. Dabei werden in der ersten Phase wohl zunächst eher kurzfristige Gastaufenthalte (etwa 2-4 Wochen) in Frage kommen, zum gegenseitigen Kennenlernen und zur Planung zukünftiger Kooperation.

Dies betrifft auch und insbesondere die Mathematik. Der Unterzeichnete ist gerne bereit, auf Anfrage nähere Auskünfte zu geben und, wenn gewünscht, Verbindungen herzustellen.

In Königsberg sind zur Zeit die folgenden mathematischen Arbeitsgebiete vertreten:

- Differentialgeometrie;
- Differentialgleichungen der Mathematischen Physik (Numerische Verfahren);
- Angewandte Mathematik/Optimierung;
- Mathematische Logik und Grundlagen;
- Funktionentheorie;
- Geschichte der Mathematik und Astronomie.

Die Angaben stammen von der Königsberger Fakultät und können gegebenenfalls wohl noch genauer spezifiziert werden.

Das Austauschprogramm der Daimler-Benz Stiftung betrifft nur Universitätsdozenten (ab Habilitation). Austauschprogramme für Doktoranden, Lehrer oder Studenten können möglicherweise aus anderen Mitteln gefördert werden, wenn Interesse dafür besteht.

Für den Herbst 1994 ist eine kleine Mathematik-Tagung in Königsberg geplant, als Sektion (1-2 Tage) im Rahmen der Veranstaltung zum 450-jährigen Jubiläum der früheren deutschen Universität, der „Albertina“. Das Jubiläum soll als eine gemeinsame deutsch-russische Veranstaltung begangen werden. Für die Teilnehmer aus Deutschland wird sich auf der Tagung die Gelegenheit ergeben, die Mathematiker der jungen Kaliningrader Universität, ihre Arbeitsgruppen und -richtungen kennzulernen. Nähere Auskünfte darüber bei dem Unterzeichneten.

Peter Roquette
Fakultät für Mathematik
Im Neuenheimer Feld 288
69120 Heidelberg