Inhaltsverzeichnis

Bezeichnungen 13

Kapitel I: Mathematische Formulierung der Probleme

1.1. Die einzelnen Schritte bei der mathematischen Behandlung eines physikalischen oder technischen Problems 17
1.2. Plan für dieses Kapitel 17
1.3. Mathematisches Modell 18
1.4. Eine wichtige Unterscheidung 18
1. Anfangswertprobleme 19
2.1. Das Torsionspendel 19
2.2. Die Bedeutung des Vorzeichens der Koeffizienten 21
3.1. Anfangsbedingungen 21
4.1. Gekoppelte elektrische Stromkreise 22
4.2. Elektronenbahnen in einer Elektronenlinse 24
4.3. Untersuchung der Bahnkurven 27
2. Randwertprobleme 30
5.1. Temperaturverteilung in einer Mauer 30
3. Partielle Differentialgleichungen 36
6.1. Wärmeausbreitung 36
6.2. Vollständige Formulierung des Problems 37
7.1. Schwingungen einer Saite 39
7.2. Vollständige Formulierung des Problems 40
4. Andere Probleme 42
8.1. Bedingungen dafür, daß man eine Differentialgleichung erhält 42
8.2. Regler mit Verzögerung 42
8.3. Verschleißprobleme 43

Kapitel II: Allgemeine Theorie der Systeme von gewöhnlichen Differentialgleichungen

1. Gewöhnliche Differentialgleichungen und Differentialgleichungssysteme 59

1.1. Differentialgleichung in aufgelöster Form 59
1.2. Bemerkungen über Differentialgleichungen in beliebiger Form 60
2.1. Differentialgleichungssystem in aufgelöster Form . . . 61
2.2. Bemerkung zu Systemen in beliebiger Form 62
3.1. Gleichung und System 62
3.2. Kanonische Form 63
3.3. Übergang von der aufgelösten Form zur kanonischen Form 63
3.4. Untersuchung des umgekehrten Übergangs 64
4.1. Zusammenfassende Schreibweise 66
2. Existenz- und Eindeutigkeitstheoreme 68
5.1. Existenz- und Eindeutigkeitstheorem für eine Gleichung erster Ordnung 68
5.2. Singulärer Punkt einer Gleichung erster Ordnung . . . 69
5.3. Beispiel 70
5.4. Geometrische Eigenschaften der Lösung einer Gleichung erster Ordnung 70
6.1. Existenz- und Eindeutigkeitstheorem für ein System von Differentialgleichungen in kanonischer Form . . . 71
6.2. Der Fall eines Systems in aufgelöster Form 72
6.3. Physikalische Bedeutung der singulären Punkte . . . 73
3. Einiges über numerische Integration 77
7.1. Vorbereitende Bemerkungen 77
7.2. Die Tangentenmethode 77
7.3. Beispiel 78
8.1. EULER-CAUCHY-Methode 79
8.2. Beispiel 80

Kapitel III: Lineare Differentialgleichungssysteme

1. Definition 93
1.1. Lineares Differentialgleichungssystem 93
1.2. Übergang zur aufgelösten Form 93
1.3. Übergang zur kanonischen Form 94
2.1. Lineares homogenes System 94
3.1. Singulärer Wert der Variablen 95
3.2. Anwendung des Existenz- und Eindeutigkeitstheorems auf ein lineares System 95
4.1. Linearisierung 96
4.2. Allgemeine Darstellung der Linearisierung 97
4.3. Grenzen der Linearisierung 98
2. Schreibweisen für lineare Systeme 102

5.1. Matrixfunktion 102
5.2. Ableitung einer Matrixfunktion 102
5.3. Eigenschaften der Ableitung 103
5.4. Integral über eine Matrix 104
6.1. Matrixschreibweise eines Differentialgleichungssystems 104
6.2. Eigenschaften der Matrixschreibweise 105
6.3. Aufgelöste Matrixschreibweise 105
6.4. Kanonische Matrixschreibweise 106
7.1. Differentialoperator 106
7.2. Beispiele für Operatoren aus der Physik 107
7.3. Linearität von Operatoren. 107
8.1. Der Vektorraum der Operatoren 108
8.2. Eigenschaften bezüglich der Funktionen 109
8.3. Ring von Operatoren 110
8.4. Nicht-Kommutativität des Produktes 111
9.1. Schreibweise eines linearen Systems mit Hilfe von Operatoren 111
10.1. Matrixoperationen 112
3. Lösungsformen 116
11.1. Das Superpositionsprinzip 116
11.2. Operationen, welche die Linearität erhalten 117
11.3. Variablentransformation 117
11.4. Lineare Transformation der unbekannten Funktionen in einem linearen System 118
12.1. Lösungsmatrix eines homogenen Systems in kanonischer Form 119
12.2. Theorem über die Lösungsmatrix. 120
12.3. Fundamentalsystem von Lösungen für ein homogenes System 120
12.4. Form der Lösung eines homogenen Systems 121
13.1. Form der Lösung eines inhomogenen Systems 121
4. Partikuläre Lösungen 125
14.1. Vorbereitende Bemerkung. 125
14.2. Aufspaltung eines Systems, wenn man eine Lösung des zugeordneten homogenen Systems kennt 125
14.3. Aufspaltung, wenn man zwei Lösungen des homogenen Systems kennt 127
14.4. Der Fall, in dem mehrere Integrale des homogenen Systems bekannt sind. 129
14.5. Der Fall, in dem das allgemeine Integral des homogenen Systems bekannt ist 130
15.1. Die Resolvente 131

15.2. Eigenschaften der Resolvente 132
15.3. Anwendung auf die Lösung eines inhomogenen Systems 132
16.1. Stoßlösung eines Systems in kanonischer Form 133
16.2. Stoßlösung 134
16.3. Physikalisches Beispiel 134

Kapitel IV: Lineare Systeme mit konstanten Koeffizienten

1.1. Physikalischer Ursprung solcher Systeme 157
1. Operatoren mit konstanten Koeffizienten 157
2.1. Definition 157
2.2. Kommutativität des Produktes 158
2.3. Die Wirkung eines Operators mit konstanten Koeffizienten auf eine Exponentialfunktion. 158
3.1. Die Impedanz eines Operators mit konstanten Koeffizienten 159
3.2. Wirkung eines Operators mit reellen Koeffizienten auf eine Exponentialfunktion mit komplexem Argument 160
2. Lineares System mit konstanten Koeffizienten 161
4.1. Definition 161
4.2. Primäre Eigenschaften 161
5.1. Lineare Transformation der Variablen 162
5.2. Lineare Transformation der unbekannten Funktionen mit konstanter Transformationsmatrix 162
5.3. Multiplikation der unbekannten Funktionen mit derselben Exponentialfunktion 163
6.1. Die charakteristische Matrix 163
6.2. Charakteristische Gleichung 164
7.1. Invarianz der charakteristischen Gleichung 164
7.2. Charakteristische Gleichung eines Systems in kanonischer Form 166
7.3. Invarianz der charakteristischen Gleichung gegenüber linearen Transformationen der unbekannten Funktionen 166
3. Form der Lösungen eines homogenen Systems 167
8.1. Hinweis auf die Theorie der Eigenvektoren 167
8.2. Aufsuchen einer mit einem Eigenwert verbundenen Lösung 167
8.3. Spezialfall, bei dem alle Wurzeln der charakteristischen Gleichung verschieden sind 168
8.4. Beispiel 169
9.1. Studium des allgemeinen Falls 170

9.2. Form der Lösungen 170
9.3. Eigenlösung und zugeordnete Lösung 173
9.4. Eindeutigkeit der Grade 174
9.5. Die Praxis der Lösung von Systemen 176
10.1. Stabiles System 177
10.2. Verhalten eines stabilen Systems im Unendlichen . . . 177
4. Isomorphe Antwort 181
11.1. Admittanzen 181
11.2. Admittanzmatrix 182
11.3. Isomorphe Lösung 183
12.1. Physikalische Bedeutung der isomorphen Lösung . . . 183
13.1. Komplexe Methode 184
13.2. Beispiel 184

Literatur 205
Namen- und Sachverzeichnis 207