

INHALTSVERZEICHNIS

KAPITEL I

Mathematische Grundlagen der linearen Optimierung

§ 1. Gegenstand der linearen Optimierung	1
1.1. Die allgemeine Aufgabe der linearen Optimierung	2
1.2. Beispiel eines linearen Optimierungsproblems	4
§ 2. Grundbegriffe der analytischen Geometrie	5
2.1. Begriffsbildungen der analytischen Geometrie der Ebene und des Raumes	5
2.2. Verallgemeinerung der Begriffsbildungen	13
§ 3. Graphische Lösung linearer Optimierungsaufgaben	15
3.1. Beschreibung des graphischen Lösungsverfahrens	15
3.2. Weitere Beispiele zum graphischen Lösungsverfahren	19
§ 4. Lineare Mannigfaltigkeiten	25
4.1. Linearkombination, lineare Abhängigkeit und Unabhängigkeit	25
4.2. Vektorbasis	29
4.3. Lineare Mannigfaltigkeiten	33
4.4. Lineare Gleichungssysteme und lineare Mannigfaltigkeiten	36
§ 5. Konvexe Mengen.	38
5.1. Abgeschlossene und beschränkte Mengen	39
5.2. Konvexe Linearkombinationen	40
5.3. Konvexe Mengen	41
5.4. Dimension konvexer Mengen.	45
5.5. Stützende Hyperebene	45
§ 6. Konvexe mehrkantige Mengen	46
6.1. Eckpunkt	46
6.2. Konvexe Hülle	47
6.3. Konvexe mehrkantige Mengen	51
6.4. Kante	54
6.5. Struktur konvexer mehrkantiger Mengen	56

KAPITEL II

Theorie der linearen Optimierung

§ 1. Normalformen linearer Optimierungsaufgaben	60
1.1. Vorbereitende Bemerkungen	60
1.2. Erste Normalform	62
1.3. Matrizenschreibweise linearer Optimierungsaufgaben	66
1.4. Weitere Normalformen	67
1.5. Einführung künstlicher Variablen	69

§ 2. Zulässige Basislösungen und Eckpunkte	77
2.1. Begriff der zulässigen Basislösung	77
2.2. Basis einer zulässigen Basislösung	81
2.3. Zulässige Basislösungen und Eckpunkte	82
2.4. Ausgeartete zulässige Basislösungen	85
2.5. Kanten und benachbarte zulässige Basislösungen	87
§ 3. Grundlegende Sätze über die Lösbarkeit linearer Optimierungsaufgaben	89
3.1. Satz von der Existenz einer optimalen zulässigen Basislösung	90
3.2. Lösungsmannigfaltigkeit	92
3.3. Lösbarkeit linearer Optimierungsaufgaben	97
§ 4. Dualitätstheorie	98
4.1. Erklärung des dualen Problems	98
4.2. Dualitätssätze	100
4.3. Symmetrische Dualprobleme	103
4.4. Geometrische Interpretation der Dualität	105

KAPITEL III

Theorie und Lösungsalgorithmus der Simplexmethode

§ 1. Vorbereitende Betrachtungen	115
1.1. Der Grundgedanke der Simplexmethode	115
1.2. Beschreibung des Lösungsprozesses der Simplexmethode für ein Beispiel	117
§ 2. Theorie der Simplexmethode	123
2.1. Vorbereitender Schritt	123
2.2. Optimalitätskriterium	127
2.3. Kriterium für die Unlösbarkeit	130
2.4. Konstruktion einer neuen zulässigen Basislösung	132
2.5. Simplextransformation	135
§ 3. Lösungsalgorithmus der Simplexmethode	138
3.1. Struktur des Rechenschemas	138
3.2. Beschreibung des Lösungsalgorithmus	139
3.3. Erläuterung des Lösungsalgorithmus	141
3.4. Beispiele	145
3.5. Rechenkontrollen	150
3.6. Rechenaufwand und Speicherkapazität	154
3.7. Das verkürzte Simplextableau	156
3.8. Ausartung	161
3.9. Mehrdeutige Optimallösungen	165
3.10. Lösung der dualen Aufgabe	168
3.11. Beziehungen zum Austauschverfahren	176
3.12. Der Informationsverlust bei der Simplexmethode	178
§ 4. Methoden zur Bestimmung einer ersten zulässigen Basislösung	182
4.1. Die M -Methode	182
4.2. Erläuterung des Vorgehens der Zweiphasenmethode	188
4.3. Der numerische Algorithmus der Zweiphasenmethode	194
4.4. Die Mehrphasenmethode	200

KAPITEL IV

Weitere Simplextechniken

§ 1.	Eine Variante des gewöhnlichen Simplexalgorithmus mit veränderter Auswahl der Eingangsvariablen	207
§ 2.	Austausch mehrerer Basisvektoren bei einem Schritt der gewöhnlichen Simplex- methode	210
2.1.	Formulierung des Konstruktionsprozesses einer neuen zulässigen Basislösung als Optimierungsaufgabe	210
2.2.	Beschreibung des Lösungsalgorithmus	212
2.3.	Ein numerisches Beispiel	216
2.4.	Beurteilung des Lösungsalgorithmus	220
§ 3.	Die duale Simplexmethode	222
3.1.	Orientierende Vorbemerkungen	222
3.2.	Begriff der Basislösung	226
3.3.	Theorie der dualen Simplexmethode	227
3.4.	Der Lösungsalgorithmus der dualen Simplexmethode	230
3.5.	Ergänzende Betrachtungen	234
3.6.	Die Methode der Kombination des primalen und dualen Verfahrens	236
3.7.	Berechnung eines geeigneten Ausgangstableaus durch Kombination des primalen und dualen Verfahrens	238
3.8.	Bestimmung eines dualen Ausgangstableaus	240
§ 4.	Die revidierte Simplexmethode	245
4.1.	Das Vorgehen der revidierten Simplexmethode	245
4.2.	Simplextransformation	250
4.3.	Struktur des Rechenschemas	254
4.4.	Beschreibung des Lösungsalgorithmus	255
4.5.	Ein numerisches Beispiel	259
4.6.	Die Produktform der revidierten Simplexmethode	262
4.7.	Der numerische Algorithmus der Produktform	265
4.8.	Ergänzende Bemerkungen	269
4.9.	Vergleich der gewöhnlichen und revidierten Simplexmethode	271
4.10.	Bestimmung einer ersten zulässigen Basislösung	273
§ 5.	Die revidierte duale Simplexmethode	281
5.1.	Beschreibung des numerischen Algorithmus	281
5.2.	Ein numerisches Beispiel	284
§ 6.	Die symmetrische revidierte Simplexmethode	285
6.1.	Matrizenschreibweise der gewöhnlichen Simplextransformation	287
6.2.	Das Vorgehen der symmetrischen revidierten Simplexmethode	288
6.3.	Struktur des Rechenschemas	290
6.4.	Beschreibung des Lösungsalgorithmus	291
6.5.	Ein numerisches Beispiel	295
6.6.	Ergänzende Bemerkungen	299
6.7.	Die Produktform der dualen Simplexmethode	300
§ 7.	Weitere Lösungsmethoden der linearen Optimierung	302

KAPITEL V

**Aufgaben der linearen Optimierung mit zusätzlichen
Einschränkungen für die Variablen**

§ 1. Problemstellung	310
§ 2. Lösung von Aufgaben mit unteren Schranken für die Variablen	316
§ 3. Lösung von Aufgaben mit oberen Schranken für die Variablen	318
3.1. Grundgedanke des Lösungsweges	319
3.2. Theorie des modifizierten Simplexalgorithmus	323
3.3. Lösungsalgorithmus der modifizierten Simplexmethode	327
3.4. Beispiel	329
3.5. Ergänzende Bemerkungen	334

KAPITEL VI

Aufgaben der linearen Optimierung mit Blockstruktur

§ 1. Erläuterung spezieller Blockstrukturen	336
1.1. Problemstellung	336
1.2. Probleme mit blockangularer Struktur	337
1.3. Das Dekompositionsprinzip	341
1.4. Probleme mit Treppenstruktur.	342
1.5. Klassifikation der Lösungsmethoden	346
§ 2. Das Dekompositionsverfahren von DANTZIG und WOLFE	348
2.1. Die transformierte Ausgangsaufgabe	348
2.2. Theorie des Dekompositionsverfahrens	350
2.3. Beschreibung des Lösungsalgorithmus	353
2.4. Ein numerisches Beispiel	355
2.5. Ergänzende Bemerkungen	360
§ 3. Weitere Dekompositionsverfahren	362
§ 4. Das direkte Verfahren von MÜLLER-MERBACH	372
4.1. Theorie des Verfahrens	372
4.2. Der Lösungsalgorithmus	374
§ 5. Weitere Lösungsverfahren	382

KAPITEL VII

Lineare Optimierungsaufgaben des Transporttyps

§ 1. Problemstellung der Transportoptimierung	386
§ 2. Eigenschaften des Transportproblems	390
§ 3. Zulässige Basislösungen des Transportproblems	392
3.1. Grundlegende Begriffe und Sätze	392

3.2. Entwicklung nach den Basisvektoren	395
3.3. Ergänzungen	397
§ 4. Methoden zur Bestimmung einer zulässigen Basislösung	398
4.1. Das Streichungsverfahren	398
4.2. Die Nordwest-Eckenregel	402
4.3. Die aufsteigende Indexmethode	403
4.4. Die VOGELSche Approximationsmethode	404
§ 5. Die modifizierte Distributionsmethode	406
5.1. Optimalitätsprüfung	407
5.2. Verbesserung einer zulässigen Basislösung	411
§ 6. Ergänzungen	416
6.1. Reduktion der Kostenmatrix	416
6.2. Genauigkeit des Lösungsprozesses	417
6.3. Dekomposition	418
§ 7. Weitere Transportmodelle	419
7.1. Offene Transportprobleme	419
7.2. Transportprobleme mit verbotenen Wegen	423
7.3. Transportprobleme mit Kapazitätsbeschränkungen	424
7.4. Mehrstufige und verallgemeinerte Transportprobleme	424

KAPITEL VIII

Änderung linearer Optimierungsmodelle

§ 1. Nachträgliche Änderung der Daten	427
1.1. Problemstellung	427
1.2. Änderung der Zielfunktion	428
1.3. Änderung des Beschränkungsvektors	430
1.4. Änderung von Nichtbasisspalten der erweiterten Matrix der Nebenbedingungen	432
1.5. Änderung von Basisspalten der erweiterten Matrix der Nebenbedingungen	434
1.6. Änderung von Nebenbedingungen	438
§ 2. Änderungen beim Transportproblem	438
2.1. Änderung der Versand- und Bedarfsmengen	438
2.2. Änderung der Zielfunktion	440
2.3. Modelländerungen	440
§ 3. Modellerweiterungen und Modellreduktionen	443
3.1. Nachträgliche Hinzufügung einer Variablen	443
3.2. Nachträgliche Streichung einer Variablen	444
3.3. Nachträgliche Hinzufügung einer Nebenbedingung	446
3.4. Nachträgliche Streichung einer Nebenbedingung	448
§ 4. Stabilitätsprobleme	449
4.1. Variation eines Koeffizienten der Zielfunktion	449
4.2. Variation einer Komponente des Beschränkungsvektors	455

KAPITEL IX

Parametrische Optimierung

§ 1. Lineare Abhängigkeit der Zielfunktion von einem Parameter	459
1.1. Problemstellung	459
1.2. Grundlegende Aussagen	460
1.3. Bestimmung einer Ausgangslösung	462
1.4. Ausartung	463
1.5. Beschreibung des Lösungsalgorithmus	465
1.6. Beispiel	466
1.7. Ergänzungen	471
§ 2. Lineare Abhängigkeit des Beschränkungsvektors von einem Parameter	472
2.1. Problemstellung	472
2.2. Grundlegende Aussagen	473
2.3. Beschreibung des Lösungsalgorithmus	474
2.4. Beispiel	474
§ 3. Das allgemeine Problem der einparametrischen linearen Optimierung	479
§ 4. Ausblick auf weitere Problemstellungen der parametrischen Optimierung	483

KAPITEL X

Ganzzahlige Optimierung

§ 1. Aufgabenstellung und Problematik der ganzzahligen Optimierung	486
1.1. Orientierung an einem Beispiel	486
1.2. Klassifikation von linearen Optimierungsproblemen mit Ganzzahligkeitsforderung	487
1.3. Klassifikation der Lösungsverfahren	489
1.4. Die numerische Problematik der ganzzahligen Optimierung	491
§ 2. Schnittebenenverfahren	494
2.1. Beschreibung des Verfahrens von GOMORY	494
2.2. Beispiel	498
2.3. Ergänzungen	502
§ 3. Entscheidungsbaumverfahren	503
3.1. Beschreibung des Lösungsgedankens	503
3.2. Beispiel	505
3.3. Ergänzungen	517
Literaturverzeichnis	519
Namen- und Sachverzeichnis	523