

Inhalt.

	Seite
Einleitung	1

Erstes Kapitel. Ähnlichkeit und Affinität ebener Figuren.

Ähnlichkeit ebener Figuren.

1. 2. Zentralprojektion einer Ebene auf eine zweite parallele Ebene. Ähnlichkeit bei ähnlicher Lage	7
3. Parallelverschiebung der Bildebene. Ähnlichliegende Figuren einer Ebene	8
4. Drei paarweise ähnlichliegende Figuren	9
5. Ähnlichkeitszentra zweier Kreise	10

Parallelprojektion einer ebenen Figur auf eine andere Ebene.

6. Parallelprojektion einer Ebene auf eine zweite. Affinität bei affiner Lage	10
7. Eigenschaften affingelegener Figuren	11
8. Drei paarweise affinliegende Figuren	12
9. Affingelegene Figuren in einer Ebene (Indirekte Definition) . .	13
10. Drehung der einen Figur um die Affinitätsachse	13

Affine und affingelegene Figuren einer Ebene.

11. Affingelegene Figuren in einer Ebene (Direkte Definition) . . .	13
12. Affingelegene rechte Winkel	15
13. Affingelegene gleiche Winkel	15
14. Verhältnis affiner Strecken	16

Die Ellipse als affine Kurve zum Kreise und ihre Konstruktion.

15. 16. Ellipse; konjugierte Durchmesser, Achsen	17
17. Der zu einer Ellipse affine Kreis bei gegebener Affinitätsachse	19
18. 19. Konstruktion der Ellipse aus konjugierten Durchmessern (Zwei Verfahren)	20
20. 21. Konstruktion der Ellipse aus den Achsen. Tangente und Normale	21
22. Konstruktion der Achsen einer Ellipse aus konjugierten Durch- messern	22
23. Mechanische Erzeugung der Ellipse	23
24. Konstruktion der Ellipse aus fünf Punkten	25

	Seite
Zweites Kapitel. Darstellung der Punkte, Geraden und Ebenen in Grund- und Aufriß. Bestimmung der einfachen Beziehungen dieser Grundgebilde zueinander.	
Das Grund- und Aufrißverfahren.	
25. Orthogonalprojektion	26
26. Grundriß- und Aufrißverfahren. Zwei-Tafel-System	27
27. Projektionen und Tafelabstände eines Punktes	28
28—30. Projektionen und Spurpunkte einer Geraden	28
31. Spurlinien einer Ebene	29
32—34. Drei-Tafel-System. Seitenriß	30
35. 36. Besondere Lagen einer Geraden oder Ebene. Hilfsprojektion . .	31
37. 38. Vereinigung der Tafeln mit der Zeichnungsebene. Zeichnungsregeln .	32
Darstellung der Grundgebilde: Punkt, Gerade, Ebene in verschiedenen Lagen.	
39—41. Der Punkt	34
42—44. Die Gerade	35
45. Die Ebene	38
Punkte, Gerade und Ebenen in vereinigter Lage. Verbindungs- und Schnittelelemente. Parallelismus.	
46—51. Kriterien für die vereinigte Lage und den Parallelismus zweier Grundgebilde	39
52. Haupt- oder Streichlinien einer Ebene	42
53—65. Darstellung von Punkten, Geraden und Ebenen die durch Bedingungen (nämlich als Schnitt-, Verbindungs- oder Parallel- elemente) bestimmt sind	43
Gerade und Ebenen in rechtwinkliger Stellung. Abstände und Winkel. Die Umlegung in eine Tafel und die Drehung um die Parallele zu einer Tafel.	
66. Projektion eines rechten Winkels in einen rechten Winkel	50
67—70. Normalen einer Ebene. Falllinien. Lot aus einem Punkt auf eine Ebene. Normalebene zu einer Geraden durch einen Punkt	51
71—73. Bestimmung der wahren Länge einer Strecke	52
74. Teilung einer Strecke	53
75. 76. Tafelneigungen einer Geraden. Eine Gerade mit gegebenen Tafelneigungen zu zeichnen	54
77. 78. Tafelneigungen einer Ebene. Eine Ebene mit gegebenen Tafelneigungen zu zeichnen	55
79. Der senkrechte Abstand eines Punktes von einer Ebene	56
80. Bestimmung der wahren Gestalt einer ebenen Figur durch Umlegung in eine Tafel	57
81. Affinität zwischen Grund- und Aufriß einer ebenen Figur	58
82—84. Winkel zweier Geraden, zweier Ebenen, einer Geraden und einer Ebene	59
85. Bestimmung der wahren Gestalt einer ebenen Figur durch Paralleldrehung zu einer Tafel	61
86. Abstand eines Punktes von einer Geraden	62
87. Errichtung einer Normalen von gegebener Länge in einem Punkte eines Dreieckes	63

88. Drehung eines Punktes um eine Tafelparallele durch einen gegebenen Winkel	64
89—91. Der kürzeste Abstand zweier windschiefer Geraden	65

Lösung verschiedener stereometrischer Aufgaben durch Projektionsmethoden.

92—94. Rotationskegel. Zwei Kegel mit gemeinsamer Spitze. Polarkegel	68
95. Rotationszylinder	70
96. Neigungskreis in einer Ebene für Gerade und Ebenen durch einen außerhalb gelegenen Punkt	70
97. Gerade von gegebener Tafelneigung in einer Ebene	71
98. Ebenen von gegebener Tafelneigung durch eine Gerade	71
99. Schnittlinien zweier Rotationskegel mit gemeinsamer Spitze	72
100. Gemeinsame Tangentialebenen zweier Rotationskegel mit gemeinsamer Spitze	73
101. 102. Anwendung auf Gerade und Ebenen mit gegebenen Tafelneigungen	75
103. Gerade, die zwei windschiefe Gerade unter gegebenen Winkeln schneiden	75
104. Ebenen durch einen Punkt, die mit zwei Geraden gegebene Winkel einschließen	76
105. Gerade in einer Ebene, die von zwei festen Punkten außerhalb gegebene Abstände haben	76
106. Gerade durch einen Punkt, die von zwei Geraden vorgeschriebene Abstände haben	77
107. Dreieck, von dem eine Projektion und die Form der andern gegeben ist	79
108. Dreieck, von dem eine Projektion und die Form gegeben ist	79
109. Schiefe Parallelprojektion eines Kreises in eine gegebene Ellipse	81

Drittes Kapitel. Ebenflächige Gebilde, Körper.

Die körperliche Ecke; das Dreikant.

110. Das n -Kant und seine Bestimmungsstücke	83
111. Seiten- und Winkelsumme des konkaven n Kants, Polar- n -Kant	84
112. Das Dreikant. Die sechs Fundamentalauflagen	85
113—120. Konstruktion des Dreikants aus Seiten und Winkeln	86
121. Dreikant und das zugehörige sphärische Dreieck	93
122. Konstruktion eines Dreikants aus andern Bestimmungsstücken	95

Allgemeines über Vielfläche; reguläre Vielfläche.

123. Das Vielflach oder Polyeder. Satz von Euler	96
124. Anzahl der Bestimmungsstücke eines Vielfachs	98
125. 126. Folgerungen aus dem Eulerschen Satze	99
127. Wahrer und scheinbarer Umriß eines Polyeders	100
128. Reguläre Polyeder. Konstruktion des Achtflachs	101
129. 130. Konstruktion des Zwölfflachs	102
131. 132. Konstruktion des Zwanzigflachs	105
133. Reguläre Sternpolyeder	108
134. Tetraeder, dessen Projektionen der Form nach bekannt sind	108
135. Konstruktion des Würfels aus der Kantenlänge und den Richtungen der ersten Kantenprojektionen	110

	Seite
136. Konstruktion des Würfels aus den Längen der ersten Kantenprojektionen	111
137. Die einem Vierflach umschriebene Kugel	112
138. Die einem Vierflach eingeschriebene Kugel	113
Ebene Schnitte und Netze von Vielflächen, insbesondere Prismen und Pyramiden.	
139. Ebener Schnitt und wahre Gestalt einer einzelnen Seitenfläche. Netz des Vielflachs	114
140. Prismen und Pyramiden	115
141. 142. Schnitt und Netz vom geraden und schießen Prisma	116
143. Schnitt und Netz einer Pyramide	119
144. Bestimmung eines vierseitigen Pyramidenstumpfes aus Basis- und Schnittfläche und deren Neigungswinkel	121
Durchdringung zweier Vielfläche.	
145. Allgemeines über die Durchdringungsfigur	122
146. Durchdringung von Würfel und Tetraeder	122
147. Durchdringung von Prisma und Pyramide in spezieller Lage	125
148—150. Durchdringung von Prismen und Pyramiden in allgemeiner Lage	126
Schlagschatten und Eigenschatten bei Vielflächen.	
151. Schlag- und Eigenschattenbegrenzung bei parallelen Lichtstrahlen	128
152. Eigenschatten eines Zwölfflachs und Schlagschatten auf die Tafeln	129
153. Schlagschatten eines Vielflachs auf ein anderes (Abgestumpfte Pyramide und Achtflach)	130
Beispiele für angewandte Schattenkonstruktion.	
154. Freitreppe	132
155. Fenster	133
156. Dachfläche mit Schornstein	135
Viertes Kapitel. Perspektivität ebener Figuren. Harmonische Gebilde.	
Zentralprojektion einer Ebene auf eine andere Ebene.	
157. Zentralprojektion einer ebenen Figur	136
158. Spezialfälle: Affine, ähnliche, kongruente Figuren	137
159. Flucht- und Verschwindungspunkt einer Geraden. Flucht- und Verschwindungslinie einer Ebene	137
160. Unendlich ferne Elemente. Richtung der Geraden, Stellung der Ebene	138
161. Bestimmung der Zentralprojektion bei gegebener Original- und Bildebene	138
162. Drei paarweise perspektive Figuren	138
163. Drehung einer von zwei perspektiven Figuren um die Achse	139
164. Vereinigung von Original- und Bildebene durch Drehung	140
165. Perspektive Beziehungen zwischen Grund- und Schnittpolygon einer Pyramide	141

	Seite
Perspektive in der Ebene.	
166. Eigenschaften perspektiver oder zentrisch-kollinearer Figuren einer Ebene	141
167. Übergang von der ebenen zur räumlichen Perspektive	142
168. 169. Bestimmungsstücke der Perspektive, Gegenachsen (Flucht- und Verschwindungslinie) und Gegenpunkte (Flucht- und Verschwindungspunkt)	142
170. Verwandlung der räumlichen Perspektive durch Parallelprojektion in eine ebene	144
171. Winkelrelation bei perspektiver Abbildung	144
Perspektive Grundgebilde.	
172. 173. Die einförmigen Grundgebilde: Punktreihe, Strahlbüschel, Ebenenbüschel. Perspektive Lage zweier Grundgebilde	145
174. Perspektive Punktreihen, Gegenpunkte	146
175—180. Unendlich viele perspektive Lagen dreier Punkte einer Geraden zu dreien einer zweiten. Das Entsprechen aller Punkte der beiden Reihen ist hierbei stets das gleiche. Folgerungen hieraus	146
181. 182. Unendlich viele perspektive Lagen von drei Strahlen eines Büschels mit drei Strahlen eines zweiten. Ihre perspektive Beziehung ist dadurch bestimmt	149
183. Entsprechende Paare rechtwinkliger Strahlen	150
184. Folgerungen	151
185. Kongruente Schnitte aus perspektiven Büscheln	151
186. Von zwei perspektiven Büscheln kann jedes als Orthogonalprojektion des andern angesehen werden	152
187. 188. Unendlich viele perspektive Lagen von drei Ebenen eines Büschels mit drei Ebenen eines zweiten. Ihre perspektive Beziehung ist dadurch bestimmt. Entsprechende Paare rechtwinkliger Ebenen. Folgerungen	152
189. Projektivität von einförmigen Grundgebilden	154
190. <i>ABCD, BADC, CDAB</i> und <i>DOBA</i> sind projektiv	154
191—193. Überführung zweier beliebiger Vierecke in perspektive Lage	154
Harmonische Grundgebilde. Vierseit und Viereck.	
194. Das vollständige Vierseit	157
195—198. Definition der harmonischen Lage von vier Punkten. Harmonische Beziehungen am Vierseit	158
199. Acht verschiedene projektive Anordnungen von vier harmonischen Punkten	160
200. Vier harmonische Strahlen oder Ebenen	160
201. Konstruktion des vierten harmonischen Punktes	161
202. 203. Das vollständige Viereck; harmonische Beziehungen an ihm. Konstruktion des vierten harmonischen Strahles	161
204. Spezielle harmonische Punkte und Strahlen	162
205. Verwandlung eines Vierecks durch Perspektive in ein Quadrat	164
Metrische Beziehungen zwischen perspektiven Grundgebilden.	
206. 207. Verhältnisgleichung zwischen ähnlichen und affinen Strecken	164
208. 209. Messung von Strecken und Winkeln (Das Vorzeichen)	165

	Seite
210. 211. Bestimmung jedes Elementes in einer Punktreihe, einem Strahl- oder Ebenenbüschel durch ein Abstandsverhältnis	166
212. 213. Das Doppelverhältnis von vier Punkten, Strahlen oder Ebenen	167
214—217. Doppelverhältnisgleichheit bei projektiven einförmigen Grund- gebilden. Umkehrung	168
218. Das Doppelverhältnis von vier harmonischen Punkten	170

Involutorisches Grundgebilde.

219—221. Vertauschbares Entsprechen bei involutorischen Punktreihen. Mittelpunkt der Involution; ihre Gegenpunkte decken sich	171
222. 223. Gleichlaufende und entgegenlaufende involutorische Reihen. Letztere besitzen Doppelpunkte; ihre harmonische Lage zu den Punktpaaren	172
224. Zwei Punktpaare bestimmen eine Involution. Konstruktion der Paare mittels eines vollständigen Vierecks	173
225. Herstellung der involutorischen Lage	174
226. Metrische Beziehungen	175
227. 228. Vertauschbares Entsprechen bei involutorischen Strahl- oder Ebenenbüscheln; Doppelstrahlen, ihre harmonische Lage zu den Strahlenpaaren	175
229. Zwei Strahlenpaare bestimmen eine Involution. Konstruktion der Paare mittels eines Vierseits	176
230. Das Rechtwinkelpaar. Metrische Beziehungen	176
231. Die Involution rechtwinkliger Strahlenpaare	177
232. Die Punktinvolution als Schnitt kongruenter Strahlbüschel, deren entsprechende Strahlen rechtwinklig sind	178
233. Konstruktion der Doppelpunkte einer Punktinvolution	178
234. Schnitt einer Strahleninvolution mit einem Kreis durch ihren Scheitel	179
235. Konstruktion der Rechtwinkel- und Doppelstrahlen einer Strahleninvolution	180
236. Die Punktinvolution ohne Doppelpunkte als Schnitt einer Involution rechter Winkel	181

Fünftes Kapitel. Die Kegelschnitte als Kreisprojektionen.

Perspektivität zweier Kreise im Raum und in der Ebene. Pol und Polare beim Kreise.

237. 238. Schiefer Kreiskegel	181
239—241. Wechselschnitte. Zwei beliebige Kreise einer Kugel sind perspektiv. Umkehrung	183
242. Symmetrieebenen und Achsen des schiefen Kreiskegels	185
243—245. Räumliche und ebene Perspektive zweier Kreise	185
246. Der Kreis und die unendlich ferne Gerade als Bild eines Kreises und einer ihn nicht schneidenden Geraden	189
247. Der Kreis und sein Mittelpunkt als Bild eines Kreises und eines von ihm eingeschlossenen Punktes	190
248. Der Kreis und drei Punkte seiner Peripherie als Bild eines Kreises und dreier Peripheriepunkte	191
249. 250. Jeder Kreis ist zu sich selbst perspektiv; Achse oder Zentrum ist dabei beliebig	192

<i>Inhalt.</i>	XIII
	Seite
251. 252. Definition und Eigenschaften von Pol und Polare beim Kreise	194
253—255. Satz vom umgeschriebenen Vierseit und eingeschriebenen Viereck beim Kreise; seine Bedeutung für Pol und Polare; Polardreieck	196
 Ellipse, Parabel und Hyperbel als perspektive Bilder des Kreises.	
256—258. Definition der Kegelschnitte als perspektiver Bilder eines Kreises; Polareigenschaften; umgeschriebenes Vierseit und eingeschriebenes Viereck; Polardreieck	198
259—261. Drei Arten der Kegelschnitte: Ellipse, Hyperbel, Parabel	200
262. Die Parabel als perspektives Bild des Kreises; Durchmesser und Achse	202
263. 264. Eigenschaften der Parabel; ihre Gleichung; ihr Krümmungs- kreis im Scheitel	204
265. 266. Die Hyperbel als perspektives Bild des Kreises; konjugierte Durchmesser, Achsen und Asymptoten	206
267—269. Eigenschaften der Hyperbel; ihre Gleichung bezogen auf die Asymptoten; ihr Krümmungskreis im Scheitel	208
270. 271. Die Ellipse als perspektives Bild des Kreises; sie kann stets auch als affines Bild eines Kreises erhalten werden	211
272—274. Eigenschaften der Ellipse; ihre Gleichung; ihre Krümmungs- kreise in den Scheiteln	212
 Sechstes Kapitel. Ebene Kurven und Raumkurven.	
 Begriff des Unendlichkleinen in der Geometrie.	
275. Endliche, unendliche und unendlich kleine Größen. Die Ver- gleichung endlicher Größen	215
276. Die Vergleichung unendlich kleiner Größen. Ordnungen der- selben	216
277. Gleichungen zwischen unendlich kleinen Größen. Bestimmter Grenzwert für das Verhältnis zweier und für die Summe unendlich vieler unendlich kleiner Größen	217
278—280. Wichtige Beispiele für geometrische unendlich kleine Größen verschiedener Ordnungen	218
 Erzeugung ebener Kurven.	
281. Erzeugung einer ebenen Kurve als Bahn eines bewegten Punktes. Nachbarpunkte, Kurvenelement. Stetigkeit. Se- kante, Tangente. Stetigkeit in bezug auf die Tangente	219
282. 283. Erzeugung durch eine bewegte Gerade als Hüllkurve. Nachbar- tangenten, Kontingenzwinkel, Berührungs punkt. Die Stetig- keit als projektive Eigenschaft. Asymptoten	220
284. Gleichzeitige doppelte Erzeugung der Kurve. Fortschreitungs- und Drehungssinn des Punktes bzw. der zugehörigen Tan- gente. Gewöhnlicher Kurvenpunkt, Wendepunkt, Rück- kehrpunkt, Schnabelspitze, Doppelpunkt, isolierter Punkt	221
 Konstruktion von Tangenten und Normalen.	
285. Zeichnung einer Kurve aus Punkten und Tangenten derselben	222
286. Tangente einer gegebenen Kurve aus gegebenem Punkte und ihr Berührungs punkt	223

	Seite
287. 288. Tangente und Normale in gegebenem Punkte einer gezeichneten Kurve	224
289. Normale aus gegebenem Punkte zu einer gezeichneten Kurve	225
290. Tangentenkonstruktion mittels der zur Konstruktion der Kurve selbst dienenden Hilfskurven	226
291 — 295. Beispiele: Ellipse, Cassinische Kurve, Konchoide, Pascal-sche Schneckenlinie	227
Krümmung der Kurven, Evoluten.	
296. 297. Krümmungsmaß. Mittlere Krümmung eines Kurvenbogens, Krümmung einer Kurve in gegebenem Punkte. Stetigkeit in bezug auf die Krümmung. Die für das Krümmungsmaß in Betracht kommenden unendlich kleinen Größen	230
298. Krümmungskreis und Krümmungsmittelpunkt. Konkave und konvexe Seite einer Kurve, Krümmungswchsel	231
299 — 301. Der den Krümmungskreis bestimmende Grenzprozeß. Dreipunktige Berührung des Krümmungskreises mit der Kurve. Krümmungsmittelpunkt als Schnitt benachbarter Kurvennormalen	232
302. Evolute und Evolventen einer Kurve	234
303. Vierpunktige Berührung des Krümmungskreises mit der Kurve, Scheitelpunkte. Verhalten der Evolute	234
304. Verhalten der Krümmung im Wendepunkte, Rückkehrpunkte und bei der Schnabelspitze	235
305. Konstruktion des Krümmungskreises für einen Punkt einer gezeichneten Kurve	236
306. Beziehung zwischen der Krümmung einer ebenen Kurve und der ihres perspektiven Bildes	237
Rektifikation von Kurven.	
307. Regel zur näherungsweisen Rektifikation. Rektifikation eines Kreises	239
Raumkurven und Ihre Projektionen; abwickelbare Flächen.	
308. Entstehung einer Raumkurve. Kurvenelement, Tangente, Schmiegeungsebene. Normalebene, Hauptnormale, Binormale, Rektifizierende Ebene	240
309. Gleichzeitige Bewegungen des erzeugenden Punktes, der Tangente und der Schmiegeungsebene. Stetigkeit. Kontingenzen- und Torsionswinkel. Krümmung, Torsion	240
310. Die zur Raumkurve gehörige abwickelbare Fläche. Ihre Erzeugung durch die Tangenten und Schmiegeungsebenen	241
311. Die Raumkurve als Rückkehrkurve der abwickelbaren Fläche	242
312. Abwicklung der Fläche und der auf ihr liegenden Kurven	242
313. Elemente, die bei der Abwicklung erhalten bleiben: Bogenlängen der Kurven und ihre Winkel mit den Erzeugenden, Kontingenzwinkel, Bogenelemente und Krümmung der Rückkehrkurve	243
314. Beziehung zwischen den Krümmungsradien entsprechender Punkte einer Kurve der abwickelbaren Fläche und der abgewickelten Kurve	244

	Seite
315. Geodätische Linien auf der abwickelbaren Fläche	244
316. Der Richtkegel einer Raumkurve	245
317. Evolutenfläche und Evolventen	245
318. Ebene Projektionen einer Raumkurve. Rückkehr-, Doppel- und Wendepunkte, die den Tangenten, Sehnen und Schmiegungs- ebenen durch das Projektionszentrum entsprechen	245
319. Singularitäten bei den Raumkurven. Stationäre Ebene, Streckungspunkt, Rückkehrpunkt	246
320. Konstruktion der Tangente und Schmiegungsebene in einem Punkte einer Raumkurve	246
 Krumme Oberflächen.	
321. Bestimmung einer krummen Fläche durch ein sie überdeckendes Kurvensystem, Nachbarkurven. Erzeugung durch stetige Be- wegung einer konstanten oder ihre Form ändernden Kurve	248
322. 323. Tangenten und Tangentialebenen einer Fläche. Knotenpunkte	248
324. 325. Flächennormale, Normalschnitte. Isolierter, gewöhnlicher Doppelpunkt oder Rückkehrpunkt im Schnitt mit der Tan- gentialebene; elliptische, hyperbolische oder parabolische Krümmung. Haupttangenten. Spezialfälle der akwickel- baren, der Kegel- und Zylinderflächen	249
326. Tangentenkegel einer Fläche aus einem Raumpunkte	251

Siebentes Kapitel. Kugel, Zylinder, Kegel.**Kugel, Zylinder und Kegel, ihre Projektionen, Eigen- und
Schlagschatten.**

327. 328. Bestimmung der Projektionen eines Flächenpunktes. Sicht- bare und unsichtbare Flächenanteile. Doppelkurven, wahrer und scheinbarer Umriß. Projektion einer auf der Fläche liegenden Kurve. Projizierender Zylinder, zur Projektions- richtung parallele Tangentialebenen	252
329. Lichtstrahlenzylinder, Lichtgrenze auf der Fläche. Flächen- teile im Lichte, im Eigen- und Schlagschatten	253
330. Darstellung der Kugel, der Lichtgrenze auf ihr und ihres Schlagschattens	254
331. Zylinderflächen. Ihre Entstehung, Mantellinien. Tangential- ebenen	256
332. Wahrer und scheinbarer Umriß einer Zylinderfläche. Licht- grenze, Eigen- und Schlagschatten	256
333. Darstellung des elliptischen Zylinders, Lichtgrenze, Schlag- schatten	258
334. Hohlzylinder, Schlagschatten auf der Innenfläche	259
335. Tangentialebenen eines Zylinders aus gegebenem Raumpunkte	260
336. Kegelflächen. Ihre Entstehung, Spitze, Mantellinien, Tan- gentialebenen	260
337. Wahrer und scheinbarer Umriß einer Kegelfläche. Lichtgrenze, Eigen- und Schlagschatten	261
338. Darstellung des geraden Kreiskegels in beliebiger Lage. Licht- grenze, Eigen- und Schlagschatten	262
339. Hohlkegel, Schlagschatten auf der Innenfläche. Tangential- ebenen des Kegels aus gegebenem Raumpunkte	264

	Seite
Kugel, Zylinder, Kegel; ihre ebenen Schnitte und Abwickelungen.	
340. Schnitt einer Kugel mit gegebener Ebene	265
341. Schnitt eines beliebigen Zylinders mit gegebener Ebene; Abwickelung	265
342. 343. Ebener Schnitt eines geraden Kreiszylinders; Abwickelung	267
344. 345. Ebener Schnitt eines schiefen Kreiszylinders; Abwickelung	268
346. 347. Ebener Schnitt und Abwickelung eines geraden Kreiskegels	273
348. 349. Ebener Schnitt und Abwickelung eines schiefen Kreiskegels	275
350. 351. Die geodätischen Kurven auf dem geraden Kreiskegel	279
 Durchdringung von Kugel-, Zylinder- und Kegelflächen.	
352. 353. Allgemeines über Durchdringungen; Durchdringung von Zylinder- und Kegelflächen	281
354. 355. Durchdringung zweier Zylinderflächen, deren Grundkurven Kegelschnitte sind	282
356. 357. Durchdringung eines geraden Kreiskegels mit einem geraden Kreiszylinder	285
358. 359. Durchdringung von Kugel und Kegel	289
360. Konjugierte Durchmesser und Diametralebenen einer Kegelfläche	291
361. Zwei Kegelflächen mit einem gemeinsamen Kegelschnitt	292
 Die stereographische Projektion.	
362. Zweck der stereographischen Projektion	293
363—365. Abbildung des Kreises als Kreis. Konzentrische Kreise	293
366. Das stereographische Bild ist konform	296
367. 368. Orthogonale Kreisbüschel	297
369. Verhältnis von wahrer Länge zur Bildlänge	298
370. 371. Pol und Poldistanz, Meridiane und Parallelkreise, geographische Länge und Breite	299
372. Bilder der Meridiane und Parallelkreise	301
373. Bildkreise durch gegebene Punkte	302
374. 375. Die wahre Größe eines Bildkreisbogens	303
376. 377. Bildnetz für eine Landkarte	305
378. 379. Abbildung der Kugel auf einen Zylinder. Mercatorprojektion und Loxodromie	307
380. Projektion von De la Hire	309
 Schlagschatten auf Kegel- und Zylinderflächen.	
381. Bildung der Schlagschatten einer Fläche auf eine andere. Darstellungsverfahren	309
382. Schlagschatten einer Kugelschale auf einen Kegel	310
 Beispiele für Anwendungen.	
383. Bemerkungen über Schattenkonstruktion an zusammengesetzten Gebilden	312
384. Allgemeines über Steinschnitt	313
385. Runder Eckurm. Schatten	314
386. Gewölbte Mauernische. Schatten und Steinschnitt	315
387. Dorische Säule. Schatten	317
388. Kuppelgewölbe mit Stichkappfenstern	319

Achtes Kapitel. Rotationsflächen.**Allgemeines. Eigen- und Schlagschatten, ihr gegenseitiges Verhalten.**

389. Entstehung der Rotationsfläche durch Rotation einer Kurve	321
390. Die Rotationsfläche als Hülle einer rotierenden Fläche	321
391. Definition des Kegel-, Zylinder- und Kugelverfahrens bei der Bestimmung von Umriß oder Lichtgrenze	322
392. Die gemeinsamen Punkte der Eigen- und Schlagschattengrenze	323
393. Eigen- und Schlagschatten an einer Randkurve	323
394. Die Punkte der Lichtgrenze mit tangierendem Lichtstrahl	325
395. Wahrer und scheinbarer Umriß	326

Allgemeine Rotationsflächen, Schnitte, Durchdringung, Eigen- und Schlagschatten.

396. Tangentialebene und Schnittkurve	326
397. Durchdringung von Rotationsflächen	328
398. 399. Eigen- und Schlagschatten einer Rotationsfläche	328
400. Lichtgrenze bei Zentralbeleuchtung	332

Die Ringfläche.

401. Parallel- und Meridiankreise	332
402. Die anderen Kreise auf der Fläche	333
403. Umriß bei geneigter Achse	334
404. Konstruktion der Lichtgrenze	336
405. Eigen- und Schlagschatten bei vertikaler Achse	337

Das Rotationshyperboloid und seine Anwendung.

406. Die beiden Scharen von Erzeugenden	339
407. Konstruktion aus gegebenen Elementen	340
408. Asymptotenkegel	342
409. Die Schnittpunkte einer Geraden mit der Fläche und ihrem Asymptotenkegel	342
410. 411. Die Schnittkurve der Fläche mit einer Ebene und ihre Konstruktion	344
412. Eigen- und Schlagschatten bei Parallelbeleuchtung	347
413. Tangentialkegel und Berührungscurve	349
414. Das Hyperboloid, das die Ringfläche längs eines Parallelkreises oskuliert	350
415. Die Haupttangentialen einer beliebigen Rotationsfläche	351
416. Die Tangenten der Lichtgrenze einer Ringfläche	352
417. Die Krümmungskreise in den Scheitelpunkten der Lichtgrenze	354
418. Die Tangenten der Lichtgrenze einer Rotationsfläche bei Zentralbeleuchtung	356
419. Die Punkte der Lichtgrenze einer Ringfläche mit tangierendem Lichtstrahl	357

Die Rotationsflächen 2. Grades.

420. 421. Schnitte. Tangentenkegel	359
422. Durch zwei beliebige ebene Schnitte der Fläche gehen zwei Kegelflächen	362
423. Die beiden Tangentialebenen durch eine feste Gerade	363

	Seite
Rotationsflächen, die sich längs einer Kurve berühren.	
424. Aus der Meridiankurve der einen Fläche die der anderen zu konstruieren	365
425. Die Hüllfläche des geraden Kreiszylinders	366
426. Zwei Hyperboloide, die sich längs einer Erzeugenden berühren	367
Beispiel für Anwendungen.	
427. Elliptisch gewölbte Kuppel mit Rundbogenfenstern	371
Neuntes Kapitel. Zyklische Linien und Schraubenlinien.	
Rollkurven.	
428—430. Erzeugung der Rollkurven in der Ebene. Normale und Tangente der Rollkurve. Momentanzentrum (Pol). Bewegung einer starren Figur in der Ebene. Polbahn, Polkurve	373
431—433. Krümmungszentra einer Rolllinie. Beziehung zwischen den Krümmungszentren von Polbahn, Polkurve und Rolllinie. Spitzen, Wendepunkte	375
434. Hüllkurve einer rollenden Kurve	378
Zyklische Linien.	
435. Entstehung von zyklischen Linien. Aufzählung der Arten	379
436. Radlinien, Sinuslinie, Spiralen. Ursprungspunkt, Gang, Windung	380
437. Gespitzte Zykloide	380
438. Gestreckte Zykloide	382
439. Verschlungene Zykloide	383
440—442. Epizykloiden	384
433. Hypozykloiden	387
444. Gespitzte Kreisevolvente	388
445. Gestreckte und verschlungene Kreisevolvente	389
446. Archimedische Spirale	390
447. 448. Sinuslinien	391
Die Schraubenlinie.	
449—451. Schraubenlinie und Schraubenbewegung. Achse und Steigungswinkel der Schraubenlinie. Rechts- und linksgängige Windung. Ganghöhe, reduzierte Ganghöhe	393
452. Schmiegeungsebene, Krümmungsradius. Reziproke Schraubenlinien	395
453. Tangenten der Schraubenlinie, ihre abwickelbare Fläche, Richtungskegel	396
454. Die verschiedenen Formen der Parallelprojektion einer Schraubenlinie	397
455. Die Schraubenlinie in orthogonaler Projektion	398
456. Tangenten und Schmiegeungsebenen der Schraubenlinie	400
457—460. Bestimmungsstücke einer Schraubenbewegung. Erklärung der Bewegung eines Körpers im Raum durch sukzessive Verschraubungen. Momentanachse. Kongruente und affine Parallelprojektionen kongruenter Raumfiguren. Bedingung für die augenblicklichen Bewegungsrichtungen dreier Punkte eines Körpers	401

	Seite
Anwendungen aus der Theorie der Zahnräder.	
461. Methode der Hilfspolbahnen	406
462. Methode der sekundären Polbahnen	408
463. Methode der Äquidistanten	409
464. Zykloidenverzahnung	410
465. Evolventenverzahnung	411
466. Triebstockverzahnung	413
Zehntes Kapitel. Schraubenflächen.	
Allgemeines über Schraubenflächen.	
467. Erzeugung einer Schraubenfläche als Bahn einer verschraubten Kurve. Achse, Erzeugende, Meridian- und Normalschnitte. Geschlossene und offene Schraubenflächen. Kehlschraubenlinie	414
468. Erzeugung einer Schraubenfläche als Hüllfläche einer verschraubten Fläche. Charakteristik. Rückkehrkante	415
469. Tangentialebenen und Normalen	416
470. Wahrer und scheinbarer Umriß der Schraubenfläche für orthogonale Projektion und bei vertikaler Achse	416
471—474. Methoden zur Bestimmung des wahren Umrisses bzw. der Lichtgrenze einer Schraubenfläche für eine beliebige Parallelprojektion. Pol und Polachse einer Geraden in bezug auf eine Verschraubung. Die Lichtgrenzpunkte auf den Schraubenlinien oder auf den Erzeugenden. Die Lichtgrenzpunkte auf den Normalschnitten und bei Regelflächen auf den erzeugenden Geraden	417
Allgemeines über Regelschraubenflächen.	
475. Abwickelbare Regelflächen. Erzeugende, Tangentialebene, Rückkehrkurve. Hüllfläche einer bewegten Ebene. Richtungskegel	422
476. Windschiefe Regelmäichen. Zentralpunkt einer Erzeugenden, Striktionslinie. Tangential- und asymptotische Ebene. Asymptotische abwickelbare Fläche, Richtungskegel	423
477. Einteilung der Regelschraubenflächen	423
478. Verschraubung einer Ebene. Formen des Normalschnittes einer Regelschraubenfläche	424
Die abwickelbare Schraubenfläche.	
479. Die abwickelbare Schraubenfläche in orthogonaler Projektion	426
480. Meridianschnitt. Schnitt mit einer beliebigen Ebene	428
481. Gleiten und Rollen der erzeugenden Geraden als Tangente an der Rückkehrschraubenlinie. Schnittpunkte der Fläche mit einer Geraden	429
482. Abwicklung der Fläche und der Kurven auf ihr	430
483. Eigen- und Schlagschattengrenzen der Fläche bei Parallelbeleuchtung	433
Windschiefe Regelschraubenfläche.	
484. Geschlossene gerade Schraubenfläche in orthogonaler Projektion. Schnittpunkte mit einer Geraden, Schnitt mit einer Ebene	435

		Seite
485.	486. Eigen- und Schlagschattengrenzen derselben	436
487.	Offene gerade Schraubenfläche. Entstehung und Darstellung	439
488.	489. Lichtgrenze und Schlagschattengrenzen derselben	440
490.	Geschlossene schiefe Schraubenfläche. Richtungskegel	443
491.	Meridianschnitt, Doppelkurven, Normalschnitt. Taugentialebene	445
492.	493. Wahrer und scheinbarer Umriß der Fläche für die zweite Projektion	445
494.	Eigen- und Schlagschattengrenzen derselben	448
495—498.	Untersuchung der Kurven 4. Ordnung, die den Grundriß ihrer Lichtgrenze bilden	451
499.	Offene schiefe Schraubenfläche. Richtungskegel. Kehlschraubenlinie. Normalschnitt, Doppelkurven, Meridianschnitt	456
500.	Asymptotische abwickelbare Fläche. Striktionslinie	458
501.	Wahrer und scheinbarer Umriß für die erste und zweite Projektion	458
502.	Eigen- und Schlagschattengrenzen	459
503—505.	Untersuchung der Kurven 4. Ordnung, die den Grundriß der Lichtgrenze bilden	461

Zyklische Schraubenflächen.

506.	Die Schraubenfläche von kreisförmigem Normalschnitt. Eigen- und Schlagschatten	468
507.	508. Die Schlangenrohrfläche (Serpentine). Lichtgrenze und Schlagschatten	471

Schrauben.

509.	Schraube und Schraubenmutter. Kern, Gewinde, Schraubenprofil. Scharfgängiges, flachgängiges und mehrfaches Gewinde	476
510.	Flachgängige Schraube, Eigen- und Schlagschatten	476
511.	Scharfgängige Schraube, Eigen- und Schlagschatten	478
512.	Die Schraubenmutter einer scharfgängigen Schraube, Eigen- und Schlagschatten	481

Anwendungsbeispiel.

513.	Zerlegbare Wendeltreppe	483
------	-----------------------------------	-----

Anhang.

Einfachheit und Genauigkeit graphischer Konstruktionen.

514—517.	Postulate der Konstruktion. Werkzeuge des Geometers. Graphische Charaktere und Operationen. Ihre Bewertung in der Geometrographie. Maß der Einfachheit einer Konstruktion	486
518—525.	Theorie der graphischen Konstruktionsfehler	489

	Literaturnachweise und historische Anmerkungen	494
--	--	-----