Sätze aus der Vektoranalysis

Im folgenden bedeuten ϕ, ψ und A stetig differenzierbare skalare bzw. vektorielle Funktionen. V ist ein dreidimensionales Volumen mit dem Volumenelement d^3x , S eine zweidimensionale geschlossene Fläche, die V begrenzt, und da ist ein Flächenelement von S. m bezeichnet die von da ausgehende äußere Flächennormale.

$$\int_{V} \nabla \cdot \mathbf{A} \, d^{3}x = \int_{S} \mathbf{A} \cdot \mathbf{n} \, da \qquad \qquad \text{(Gaußscher Satz)}$$

$$\int_{V} \nabla \psi \, d^{3}x = \int_{S} \psi \mathbf{n} \, da$$

$$\int_{V} \nabla \times \mathbf{A} \, d^{3}x = \int_{S} \mathbf{n} \times \mathbf{A} \, da$$

$$\int_{V} (\phi \nabla^{2} \psi + \nabla \phi \cdot \nabla \psi) \, d^{3}x = \int_{S} \phi \mathbf{n} \cdot \nabla \psi \, da \qquad \qquad \text{(Erste Greensche Identität)}$$

$$\int_{V} (\phi \nabla^{2} \psi - \psi \nabla^{2} \phi) \, d^{3}x = \int_{S} (\phi \nabla \psi - \psi \nabla \phi) \cdot \mathbf{n} \, da \quad \text{(Greenscher Satz)}$$

Im folgenden bedeutet S eine offene Fläche mit der Berandung C und dem Linienelement dI. Die Richtung der mit n bezeichneten Flächennormalen von S ist, in Abhängigkeit von der Orientierung von C, durch die Rechte-Hand-Regel festgelegt.

$$\int_{S} (\nabla \times \mathbf{A}) \cdot \mathbf{n} \, da = \oint_{C} \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l}$$
 (Stokes'scher Satz)
$$\int_{S} \mathbf{n} \times \nabla \psi \, da = \oint_{C} \psi \, d\mathbf{l}$$