

# Inhalt.

	Seite
Literatur . . . . .	5

## I. Abschnitt.

### Der geschichtliche Weg zur Nichteuklidischen Geometrie.

1— 3. Euklids Elemente . . . . .	6
4— 9. Aus der Geschichte des Parallelenaxioms . . . . .	8
10—12. Die Entdecker der Nichteuklidischen Geometrie . . . . .	18

## II. Abschnitt.

### Axiomatik der absoluten Geometrie.

13—14. Bedeutung der absoluten Geometrie . . . . .	18
15—16. Formalisierung der Geometrie . . . . .	20
17—18. A. Anordnungsaxiome . . . . .	22
19. B. Dimensionsaxiom . . . . .	26
20—22. C. Kongruenzaxiome . . . . .	26
23—26. Folgerungen aus den Axiomgruppen A—C . . . . .	30
27. Einige Sätze über den Kreis . . . . .	35
28—33. D. Axiome des Messens . . . . .	37
34. Weitere Sätze über den Kreis . . . . .	43
35—36. Rechtwinkelige Koordinaten und Vollständigkeitssatz . . . . .	44

## III. Abschnitt.

### Die Euklidische Geometrie.

37—38. E. Das Euklidische Parallelenaxiom . . . . .	47
---	----

## IV. Abschnitt.

### Axiomatik der hyperbolischen Geometrie im Einheitskreise.

39—40. Die Axiome A 1—6 und B . . . . .	50
41—44. Hyperbolische Streckenkongruenz. Die Axiome C 1—3 . . . . .	52
45. Die Axiome des Messens . . . . .	55
46—48. Automorphe Kollineationen des Randkreises . . . . .	56
49—51. Hyperbolische Winkelkongruenz. Die Axiome C 4—6 . . . . .	58
52. Der Widerspruch mit dem Euklidischen Parallelenaxiom . . . . .	61
53—54. Widerspruchslösigkeit der hyperbolischen Geometrie . . . . .	61
55—56. Das Nichteuklidische Parallelenaxiom E' . . . . .	64
57. Einzigartigkeit der hyperbolischen Geometrie . . . . .	66

## V. Abschnitt.

## Die hyperbolische Geometrie als selbständige Disziplin

58—	59. Vorbemerkungen . . . . .	67
60—	61. Hyperbolische Gebilde in spezieller Lage zum Randkreise . .	68
	62. Orthogonalität . . . . .	70
63—	64. Parallele Gerade . . . . .	70
65—	66. Abstandslinien . . . . .	72
	67. Kreise . . . . .	74
	68. Winkelmessung . . . . .	76
69—	70. Winkelsumme im Dreieck . . . . .	78
71—	73. Streckenmessung; Hyperbelfunktionen . . . . .	80
	74. Der Parallelwinkel . . . . .	84
75—	76. Parallelogramme und Trapeze . . . . .	85
77—	81. Die Hjelmslevsche Mittellinie . . . . .	87
82—	85. Fundamentalkonstruktionen . . . . .	93
86—	91. Merkwürdige Punkte des Dreiecks . . . . .	97
92—	95. Trigonometrie . . . . .	102
96—	98. Reguläre $n$ -Ecke . . . . .	107
99—	100. Umfang des Kreises . . . . .	109
101—	104. Analytische Geometrie mit rechtwinkligen Koordinaten . .	111
105—	106. Der Dreiecksinhalt . . . . .	115
107—	108. Flächeninhalt des Kreises . . . . .	120
109—	110. Flächen zwischen parallelen Geraden . . . . .	122
111—	112. Asymptotische Dreiecke . . . . .	123
113—	115. Grenzkreise . . . . .	125
116—	117. Absoluter Charakter der Strecken- und Inhaltsmessung . .	129

## VI. Abschnitt.

## Schlußbetrachtungen.

	118. Beweiskraft der Deutung $\{\mathfrak{D}\}$ . . . . .	131
119—	120. Die elliptische Geometrie . . . . .	132
121—	123. Geometrie und Wirklichkeit . . . . .	135
	Nachwort . . . . .	137
	Register . . . . .	138

---