

# Inhalt

|                                | Seite |
|--------------------------------|-------|
| Literaturverzeichnis . . . . . | 5     |

## III. Theorie der Flächenmetrik

|                      |   |
|----------------------|---|
| Einleitung . . . . . | 7 |
|----------------------|---|

### A. Flächenmetrik

|                                                                                                                                                                         |    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 1. Gaußsche Darstellung der Flächen im dreidimensionalen euklidischen Raum . . . . .                                                                                    | 7  |
| 2. Zulässige Parameter. Reguläre Parameternetze . . . . .                                                                                                               | 13 |
| 3. Einführung neuer zulässiger Gaußscher Koordinaten . . . . .                                                                                                          | 17 |
| 4. Flächenkurven. Flächentangenten. Tangentenebene . . . . .                                                                                                            | 19 |
| 5. Normalenvektor der Fläche. Die metrischen Fundamentalgrößen $E$ , $F$ , $G$ , und $W$ . Punkte mit isotropen Flächennormalen und isotropen Tangentenebenen . . . . . | 21 |
| 6. Linienelement und Metrik einer Fläche. Isotrope Flächenkurven                                                                                                        | 25 |
| 7. Metrisch singuläre Flächen ( $W^2 = EG - F^2 \equiv 0$ ) . . . . .                                                                                                   | 32 |
| 8. Invarianzeigenschaften von $E$ , $F$ , $G$ , $W$ und $ds^2$ . . . . .                                                                                                | 40 |
| 9. Kugelmetrik. Kugelloxodromen . . . . .                                                                                                                               | 43 |
| 10. Isotrope Linien und isotrope Parameter der Kugel. Riemannsche Zahlenkugel. Stereographische Projektion . . . . .                                                    | 46 |
| 11. Eulersche Darstellung der Flächen . . . . .                                                                                                                         | 51 |
| 12. Drehflächen . . . . .                                                                                                                                               | 52 |
| 13. Schraubflächen . . . . .                                                                                                                                            | 54 |
| 14. Stetige Verbiegung der Kettenfläche in die Wendelfläche . . . . .                                                                                                   | 55 |
| 15. Isometrie und Verbiegung . . . . .                                                                                                                                  | 60 |
| 16. Metrik der euklidischen Ebene . . . . .                                                                                                                             | 63 |
| 17. Kegel . . . . .                                                                                                                                                     | 65 |
| 18. Zylinder . . . . .                                                                                                                                                  | 67 |
| 19. Torsen . . . . .                                                                                                                                                    | 69 |
| 20. Regelflächen . . . . .                                                                                                                                              | 73 |
| 21. Kehlpunkte und Kehllinie einer Regelfläche . . . . .                                                                                                                | 79 |

### B. Vektoranalysis auf Flächen

|                                                                                                                               |     |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 22. Beltramis erster Differentiator $\nabla\varphi$ . Gradient einer Ortsfunktion auf der Fläche . . . . .                    | 87  |
| 23. Divergenz (Quelldichte) eines Vektorfeldes auf der Fläche . . . . .                                                       | 95  |
| 24. Rotation (Wirbeldichte) eines Vektorfeldes auf der Fläche . . . . .                                                       | 98  |
| 25. Beltramis zweiter Differentiator $\Delta\varphi$ . Beltramische Differentialgleichungen. Harmonische Funktionen . . . . . | 100 |
| 26. Die Formeln von Green. Das Dirichletsche Problem . . . . .                                                                | 108 |

|                                                                                                                                                                                           |     |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>C. Theorie der Abbildung von Flächen</b>                                                                                                                                               |     |
| 27. Abbildung zweier Flächen aufeinander. Berührende Affinität. Längentreue, Winkeltreue, Flächentreue. . . . .                                                                           | 114 |
| 28. Die Hauptverzerrungsrichtungen einer Abbildung. Indikatren von Tissot und Study . . . . .                                                                                             | 118 |
| 29. Konforme Abbildung einer reellen analytischen Fläche auf die Ebene . . . . .                                                                                                          | 125 |
| 30. Konforme Abbildung zweier reeller analytischer Flächen aufeinander . . . . .                                                                                                          | 131 |
| 31. Beispiele von konformen (winkeltreuen) Abbildungen der Kugel auf die Ebene. (Mercatorkarte. Stereographische Projektion der Kugel und ihre Verallgemeinerung durch Lambert) . . . . . | 132 |
| 32. Beispiele von flächentreuen Abbildungen der Kugel auf die Ebene. (Entwürfe von Archimedes, Sanson, Mollweide, Lambert, Bonne und Stab-Werner) . . . . .                               | 139 |
| <b>D. Geodätische Krümmung. Geodätische Linien.<br/>Absoluter Parallelismus</b>                                                                                                           |     |
| 33. Geodätische Krümmung einer Flächenkurve . . . . .                                                                                                                                     | 151 |
| 34. Geodätische Linien . . . . .                                                                                                                                                          | 158 |
| 35. Minimaleigenschaft der geodätischen Linien . . . . .                                                                                                                                  | 164 |
| 36. Differentialgleichung der geodätischen Linien . . . . .                                                                                                                               | 167 |
| 37. Invariante Darstellung der geodätischen Krümmung . . . . .                                                                                                                            | 171 |
| 38. Parallelverschiebung auf einer Fläche. Absoluter Parallelismus von Levi-Civita . . . . .                                                                                              | 173 |
| 39. Autoparallelismus . . . . .                                                                                                                                                           | 180 |
| 40. Absolute Differentiation längs einer Flächenkurve. Frenetsche Formeln der absoluten Theorie der Flächenkurven . . . . .                                                               | 182 |
| Namen- und Sachverzeichnis . . . . .                                                                                                                                                      | 188 |