

# Inhalt.

---

## Einleitung.

	Seite
1. Aufgabe der Mechanik; ihre Stellung im System der theoretischen Physik	1
2. Grundbegriffe: Raum und Zeit in der Mechanik	2
3. Substantielle Punkte; starre Körper; deformierbare Körper	10
4. Einteilung der Mechanik	11

---

## Erstes Buch.

### Mechanik materieller Punkte.

#### Erstes Kapitel.

##### Kinematik eines materiellen Punktes.

5. Lage eines materiellen Punktes; Koordinatensysteme; Bezugssysteme	13
6. Bewegung eines substantiellen Punktes; Eigenschaften der in der Mechanik vorkommenden Funktionen	15
7. Der Begriff der Geschwindigkeit	16
8. Komponentendarstellung der Geschwindigkeit	19
9. Vektoren und Skalare; Vektoraddition	21
10. Zusammensetzung und Zerlegung von Geschwindigkeiten	26
11. Verhalten der Geschwindigkeit bei Änderung des Koordinatensystems	28
12. Darstellung der Geschwindigkeit in Polarkoordinaten	32
13. Der Begriff der Beschleunigung	35
14. Verhalten der Beschleunigung bei Änderung des Koordinatensystems	41
15. Ebene Beschleunigung in Polarkoordinaten	42
16. Bestimmung der Bewegung aus der Geschwindigkeit oder der Beschleunigung	44
17. Beispiele: Freier Fall; Wurfbewegung	48
18. Beispiele: Planetenbewegung	53
19. Periodische und harmonische Bewegung	57
20. Relativbewegung	63
21. Dimensionen	73

#### Zweites Kapitel.

##### Allgemeine Dynamik eines materiellen Punktes.

22. Der Begriff der Trägheit	74
23. Der Begriff der Kraft und der Masse; schwere und träge Masse	77
24. Das erste und zweite Bewegungsgesetz von Newton	81
25. Das Koordinatensystem der Dynamik; Galileisches Relativitätsprinzip	84
26. Transformation der Bewegungsgleichungen auf relativ zum Fundamentalsystem beschleunigte Systeme	88
27. Kinetische Energie; Arbeit	95
28. Potentielle Energie; Energieprinzip	98
29. Statik; Prinzip der virtuellen Verrückungen	101

	Seite
30. Beschränkte Bewegungsfreiheit . . . . .	104
31. Das d'Alembertsche Prinzip . . . . .	112
32. Stoßkräfte; Bewegungsgröße; Impuls . . . . .	114

### Drittes Kapitel.

#### Spezielle Bewegungen eines materiellen Punktes.

33. Geradlinige kleine Schwingungen eines Massenpunktes . . . . .	117
34. Kleine Schwingungsbewegung im Raume. . . . .	124
35. Gedämpfte Schwingungen . . . . .	127
36. Aperiodische Bewegungen . . . . .	132
37. Erzwungene Schwingungen ohne Berücksichtigung der Dämpfung; Methode der Variation der Konstanten . . . . .	135
38. Erzwungene Schwingungen mit Berücksichtigung der Dämpfung . . . . .	147
39. Lineare freie Schwingungen von endlicher Amplitude . . . . .	153
40. Erzwungene Schwingungen mit endlicher Amplitude; Helmholtzsche Theorie der Kombinationstöne . . . . .	156
41. Bewegung eines substantiellen Punktes auf einem vertikalen Kreise; ebenes mathematisches Pendel . . . . .	159
42. Bewegung eines substantiellen Punktes auf einer Kugelfläche; räumliches Pendel . . . . .	169
43. Der Foucaultsche Pendelversuch. . . . .	177
44. Einfluß der Erdrotation auf die Schwerebeschleunigung . . . . .	185

### Viertes Kapitel.

#### Allgemeine Dynamik eines Systems materieller Punkte.

45. Das Newtonsche Reaktionsprinzip . . . . .	188
46. Massenmittelpunkt oder Schwerpunkt . . . . .	192
47. Bewegung des Schwerpunktes eines beliebigen Systems; Erhaltung der Bewegung des Schwerpunktes für ein freies System . . . . .	195
48. Das Vektorprodukt. . . . .	199
49. Die Rotationsmomente . . . . .	203
50. Erhaltung der Rotationsmomente der Geschwindigkeiten; Flächensatz . . . . .	210
51. Das d'Alembertsche Prinzip. . . . .	215
52. Das Energieprinzip . . . . .	219
53. Gleichgewicht eines Systems; Stabilität des Gleichgewichts . . . . .	222
54. Das Hamiltonsche Prinzip der stationären Wirkung . . . . .	227
55. Zweite Form der Bewegungsgleichungen nach Lagrange . . . . .	233
56. Nichtholonome Koordinaten; erweiterte Lagrangesche Gleichungen II. Art . . . . .	241
57. Die kanonischen Gleichungen der Dynamik von Hamilton . . . . .	247
58. Allgemeinere Variationen; Variation der Zeit . . . . .	249
59. Das Prinzip der variierenden Wirkung von Hamilton . . . . .	252
60. Das Theorem von Jacobi; Integration der Hamilton-Jacobischen Differentialgleichung . . . . .	258

### Fünftes Kapitel.

#### Spezielle Dynamik eines Systems materieller Punkte.

61. Die Atwoodsche Fallmaschine; experimenteller Nachweis der Trägheitskräfte . . . . .	267
62. Freie kleine Schwingungen eines Systems von Massenpunkten . . . . .	274
63. Sätze über Transformation von quadratischen Formen . . . . .	282
64. Erzwungene Schwingungen eines Systems von Massenpunkten . . . . .	293
65. Theorie des Doppelpendels . . . . .	294
66. Die allgemeine Gravitationskraft . . . . .	302
67. Das Zweikörperproblem . . . . .	305
68. Das Fundamentalsystem der Mechanik . . . . .	319
69. Das Potential eines Systems gravitierender Massenpunkte . . . . .	320

## Zweites Buch.

**Mechanik starrer Körper.**

## Sechstes Kapitel.

**Kinematik starrer Körper.**

	Seite
70. Verschiebung eines starren Körpers; Translation und Rotation; Freiheitsgrade des starren Körpers . . . . .	328
71. Allgemeine ebene Bewegung eines starren Körpers . . . . .	331
72. Allgemeine Bewegung eines starren Körpers um einen festen Punkt (sphärische Bewegung); das Theorem von Euler . . . . .	339
73. Zusammensetzung von zwei aufeinanderfolgenden Rotationen um zwei Achsen . . . . .	341
74. Allgemeine Verschiebung eines starren Körpers; Theorem von Chasles	347
75. Analytische Darstellung der ebenen Bewegung eines starren Körpers . . .	351
76. Analytische Darstellung der allgemeinsten Bewegung eines starren Körpers	358
77. Die Eulerschen Winkel . . . . .	369

## Siebentes Kapitel.

**Allgemeine Dynamik starrer Körper.**

78. Die Bewegungsgleichungen des starren Körpers . . . . .	375
79. Theorie der Trägheitsmomente und Deviationsmomente . . . . .	379
80. Tensoren; die lineare Vektorfunktion . . . . .	390
81. Die Eulerschen Gleichungen für einen in einem Punkte festgehaltenen Körper . . . . .	394
82. Reduktion der allgemeinsten Bewegung des starren Körpers auf zwei einfachere Bewegungen . . . . .	403
83. Die kinetische Energie eines starren Körpers . . . . .	406
84. Das Kräftesystem des starren Körpers; Statik . . . . .	409

## Achstes Kapitel.

**Spezielle Dynamik starrer Körper.**

85. Das physische Pendel; experimentelle Bestimmung von Trägheitsmomenten	421
86. Rollen eines Zylinders oder einer Kugel auf der schiefen Ebene; Bestimmung von Trägheitsmomenten mit der Wage . . . . .	426
87. Mechanische Bedeutung der Deviationsmomente; ihr Nachweis mit der Wage	431
88. Kräftefreie Bewegung eines starren Körpers um einen festen Punkt . . .	434
89. Kräftefreie Bewegung des symmetrischen Kreisels . . . . .	447
90. Summarische Betrachtung der Bewegungen eines symmetrischen Kreisels unter dem Einfluß von Kräften . . . . .	456
91. Das Potential kontinuierlich verbreiteter Massen, speziell einer homogenen Kugelschale; der Begriff des Gradienten . . . . .	459
92. Potential von Oberflächenbelegungen und Doppelschichten . . . . .	465
93. Die Poissonsche Differentialgleichung. . . . .	467

## Drittes Buch.

**Mechanik der Kontinua (Elastizitätslehre und Hydrodynamik).**

## Einleitung.

94. Allgemeines . . . . .	470
95. Molekulartheorie und Kontinuumshypothese (Natur der elastischen Medien)	471
96. Ungeordnete und geordnete Bewegungen . . . . .	474

## Neuntes Kapitel.

**Kinematik eines Kontinuums.**

97. Analytische Darstellung von Deformationen; lineare Deformationen . . .	Seite 476
98. Allgemeine Eigenschaften linearer Deformationen . . . . .	479
99. Einführung eines mitbewegten Koordinatensystems . . . . .	481
100. Zusammensetzung zweier linearer Deformationen . . . . .	482
101. Lineare infinitesimale Deformationen; Zusammensetzung derselben . . . .	484
102. Untersuchung der infinitesimalen Drehung . . . . .	485
103. Synthese einer reinen Dehnung nach drei zueinander senkrechten Achsen	489
104. Analyse der reinen Dehnung nach drei zueinander senkrechten Achsen . .	493
105. Geometrische Darstellung . . . . .	496
106. Synthese der allgemeinen linearen infinitesimalen Deformation aus Drehung und Dehnung; Divergenz und Rotation (Curl) . . . . .	498
107. Definitive Bezeichnungen; die drei Hauptdilatationen als Hauptwerte eines Tensors . . . . .	502
108. Rechenregeln mit den Operationen Divergenz, Rotation, Gradient . . . .	503

## Zehntes Kapitel.

**Allgemeine Dynamik eines Kontinuums: Analyse des Spannungszustandes.**

109. Verschiedene Arten der wirkenden Kräfte; innere Spannungen . . . . .	506
110. Beziehungen zwischen den Massenkraften und den Spannungen . . . . .	509
111. Reduktion auf sechs Spannungskomponenten . . . . .	512
112. Abhängigkeit der Spannung von der Richtung; Oberflächenbedingungen	515
113. Hauptspannungen und Hauptspannungsrichtungen . . . . .	516
114. Geometrische Darstellung; Spannungsellipsoid . . . . .	520

## Elftes Kapitel.

**Allgemeine Dynamik eines Kontinuums: Zusammenhang zwischen Spannung und Deformation.**

115. Das allgemeine Hookesche Gesetz . . . . .	524
116. Der erste Greensche Satz . . . . .	526
117. Der Gauss'sche Satz; die weiteren Sätze von Green . . . . .	528
118. Das allgemeine elastische Potential . . . . .	530
119. Das elastische Potential für einen isotropen Körper . . . . .	536
120. Das Hookesche Gesetz für einen isotropen Körper . . . . .	540
121. Die allgemeinen Gleichungen der Elastizität . . . . .	541

## Zwölftes Kapitel.

**Spezielle Fälle des elastischen Gleichgewichts.**

122. Eindeutigkeit der Lösungen . . . . .	543
123. Allseitiger gleichmäßiger Druck . . . . .	547
124. Einseitiger Druck . . . . .	550
125. Torsion eines Kreiszylinders . . . . .	556
126. Biegung eines Stabes . . . . .	561
127. Theorie der Cornuschen Methode zur Bestimmung von $\sigma$ . . . . .	569
128. Deformation eines Stabes durch sein eigenes Gewicht . . . . .	572
129. Experimentelle Ergebnisse . . . . .	577

## Dreizehntes Kapitel.

**Gleichgewicht und Bewegung in einem unendlich ausgedehnten Medium.**

130. Die Gleichgewichtsgleichungen für die kubische Dilatation und die Rota- tionskomponenten . . . . .	579
--	-----

	Seite
131. Die Laplacesche Gleichung; partikuläre Integrale derselben . . . . .	581
132. Allgemeine Integration der Poissonschen Gleichung . . . . .	583
133. Die Wellengleichung für die kubische Dilatation und die Rotation . . . . .	586
134. Partikuläre Integrale der Wellengleichung . . . . .	587
135. Allgemeines Integral der Wellengleichung . . . . .	594
136. Die Bestimmung der Verrückungskomponenten aus der kubischen Dilatation und den Rotationskomponenten. . . . .	602
137. Longitudinale und transversale Wellen . . . . .	604

Vierzehntes Kapitel.

**Schwingungen von Saiten und Membranen.**

138. Lineares System diskreter Massenpunkte . . . . .	607
139. Übergang zu einer kontinuierlichen Saite . . . . .	610
140. Freie Schwingungen der Saite . . . . .	612
141. Entwicklung willkürlicher Funktionen nach Eigenfunktionen . . . . .	618
142. Die möglichen Schwingungsformen der Saite . . . . .	621
143. Die erzwungenen Schwingungen der Saite. . . . .	624
144. Die Greensche Funktion der schwingenden Saite . . . . .	631
145. Bildung einer Integralgleichung . . . . .	639
146. Definitionen und Sätze über Konvergenz von Reihen . . . . .	645
147. Die Bilinearform für den Kern der Saite . . . . .	652
148. Die Rayleighsche Methode . . . . .	655
149. Die inhomogene Integralgleichung für die schwingende Saite . . . . .	659
150. Gedämpfte Schwingungen der Saite . . . . .	667
151. Kreisrunde Membran . . . . .	673
152. Rechteckige Membran . . . . .	679

Fünfzehntes Kapitel.

**Schwingungen von Stäben und Platten.**

153. Longitudinalschwingungen von Stäben . . . . .	686
154. Greensche Funktion im weiteren Sinne; Bildung einer Integralgleichung . . . . .	691
155. Mögliche Schwingungsformen des an beiden Enden freien Stabes . . . . .	702
156. Torsionsschwingungen von Stäben . . . . .	707
157. Biegungsschwingungen von Stäben rechteckigen Querschnittes . . . . .	710
158. An einem Ende eingeklemmter, am anderen freier Stab . . . . .	715
159. Erweiterung der Resultate für beliebige Querschnittsform . . . . .	719
160. An beiden Enden gehaltener Stab; Einfluß gleichmäßiger Belastung. . . . .	721
161. Deformation eines um seine Längsachse rotierenden, gleichmäßig belasteten Stabes . . . . .	723
162. Fortpflanzung von Biegungswellen in einem unendlich ausgedehnten Stabe; der Begriff der Gruppengeschwindigkeit . . . . .	725
163. Sätze über Krümmung schwach gekrümmter Flächen . . . . .	732
164. Die zweidimensionalen Greenschen Sätze. . . . .	737
165. Potentielle Energie einer schwach gebogenen Platte . . . . .	739
166. Differentialgleichung der Transversalschwingungen einer Platte . . . . .	743
167. Kreisscheibe mit freiem Rande bei axialer Symmetrie . . . . .	749

Sechzehntes Kapitel.

**Gleichgewicht und kleine Schwingungen von Flüssigkeiten.**

168. Die Gleichungen der kleinen Schwingungen von Flüssigkeiten. . . . .	756
169. Spezielle Fälle des Flüssigkeitsgleichgewichtes . . . . .	760
170. Starre Körper in einer ruhenden Flüssigkeit . . . . .	766
171. Rotation einer Flüssigkeit um eine feste Achse . . . . .	769
172. Kleine Schwingungen einer Flüssigkeit (Schallbewegung) . . . . .	779
173. Das Dopplersche Prinzip . . . . .	783

## Siebzehntes Kapitel.

**Wirbelfreie (Potential-) Bewegung einer Flüssigkeit.**

	Seite
174. Allgemeinste Bewegung eines Flüssigkeitselementes . . . . .	786
175. Die Eulerschen Gleichungen der Hydrodynamik . . . . .	789
176. Die Lagrangeschen Gleichungen der Hydrodynamik; die Webersche Transformation . . . . .	793
177. Energiegleichung und Energieströmung . . . . .	796
178. Oberflächenbedingungen . . . . .	800
179. Geschwindigkeitspotential; Erhaltung des Geschwindigkeitspotentials . . . . .	803
180. Spezielle Fälle stationärer Bewegung . . . . .	807
181. Der Stokessche Satz; Geschwindigkeitspotential in einfach und mehrfach zusammenhängenden Räumen . . . . .	812
182. Beispiele; Satz von Helmholtz . . . . .	822
183. Zweidimensionale Probleme . . . . .	833
184. Strahlbildung; unstetige Flüssigkeitsbewegung . . . . .	848
185. Bewegung einer ebenen Lamelle in einer Flüssigkeit . . . . .	858
186. Geschlossene Unstetigkeitsflächen . . . . .	863
187. Oberflächenwellen . . . . .	865

## Achtzehntes Kapitel.

**Wirbelbewegung.**

188. Erhaltung der Wirbelbewegungen . . . . .	871
189. Erhaltung der Wirbellinien . . . . .	876
190. Zeitliche und räumliche Konstanz der Wirbelintensität . . . . .	878
191. Bestimmung der Geschwindigkeitskomponenten aus den Wirbelkomponenten . . . . .	881
192. Analogien zur Elektrodynamik . . . . .	884
193. Lebendige Kraft von Wirbeln; magnetische Energie von Strömen . . . . .	887
194. Das logarithmische Potential . . . . .	889
195. Geradlinige Wirbel . . . . .	891
196. Rankines kombinierter Wirbel . . . . .	900
197. Geschlossene Wirbel (Wirbelringe) . . . . .	904
198. Wirbelflächen als Diskontinuitätsflächen . . . . .	907
199. Bernoullisches Theorem . . . . .	910

## Neunzehntes Kapitel.

**Reibung von inkompressibeln Flüssigkeiten.**

200. Ableitung der Differentialgleichungen für reibende inkompressible Flüssigkeiten . . . . .	912
201. Oberflächenbedingungen . . . . .	918
202. Allgemeine Folgerungen . . . . .	920
203. Parallelströmung durch ein zylindrisches Rohr; Poiseuilles Gesetz . . . . .	923
204. Stationäre Bewegung einer Kugel in einer reibenden Flüssigkeit . . . . .	929
205. Kleine Transversalschwingungen . . . . .	934
206. Vernichtung einer Unstetigkeitsfläche durch Reibung . . . . .	937
207. Mechanische Ähnlichkeit von Flüssigkeitsbewegungen . . . . .	943
208. Turbulenz . . . . .	946
209. Die Prandtlsche Theorie der Grenzschicht . . . . .	952
210. Stationäre Bewegung an einer ebenen, parallel der Strömung eingetauchten Platte . . . . .	956
211. Stationäre Strömung um einen Kreiszylinder mit Berücksichtigung der Vorgänge in der Grenzschicht . . . . .	962
212. Der Flettner-Rotor; die Entstehung der Zirkulation . . . . .	966
213. Zirkulation und Auftrieb an Tragflächen . . . . .	970
214. Mechanismus des hydrodynamischen Widerstandes; Kármánsche Wirbel . . . . .	972