

Die Klammer ist nach (1) gleich $\frac{C^2}{n^2} = v^2$ (v Lichtgeschwindigkeit im Kristall), also $\lambda = -v^2$, was in (4) eingesetzt wird:

$$\alpha' = \frac{-\mu\alpha}{2\left(\frac{C^2}{n_a^2} - v^2\right)}, \beta' = \frac{-\mu\beta}{2\left(\frac{C^2}{n_b^2} - v^2\right)}, \gamma' = \frac{-\mu\gamma}{2\left(\frac{C^2}{n_c^2} - v^2\right)}.$$

Es gilt also, wenn wir nach dem bekannten Zusammenhang von Hauptbrechzahlen und Hauptlichtgeschwindigkeiten (s. S. 50 nur war damals vereinfachend $C = 1$ gesetzt) noch

$$\frac{C^2}{n_a^2} = a^2, \quad \frac{C^2}{n_b^2} = b^2, \quad \frac{C^2}{n_c^2} = c^2$$

setzen, für die Achsenrichtungen unserer Schnittellipse das Verhältnis

$$\alpha' : \beta' : \gamma' = \frac{\alpha}{a^2 - v^2} : \frac{\beta}{b^2 - v^2} : \frac{\gamma}{c^2 - v^2}.$$

Die gleiche Beziehung erfüllen aber nach § 12, Gl. (7) die \mathfrak{D} -Komponenten:

$$\mathfrak{D}_x : \mathfrak{D}_y : \mathfrak{D}_z = \frac{\alpha}{a^2 - v^2} : \frac{\beta}{b^2 - v^2} : \frac{\gamma}{c^2 - v^2}.$$

Damit ist erwiesen, daß die Schwingungsrichtungen in die genannten Achsenrichtungen fallen, wie es die Regel des § 10 behauptete.

II. Teil

Interferenzerscheinungen im polarisierten Lichte

§ 14. Kristallplatten im parallelen polarisierten Lichte

Meßmethoden, die kristalloptische Hilfsmittel benutzen, und Vorlesungsversuche gehen in großer Zahl auf den Fall 3 des § 4 zurück, die senkrechte Durchstrahlung einer achsenparallel geschnittenen Kristallplatte. Seit § 6 wissen wir, daß die beiden Wellen, die in der Platte einen Gangunterschied gewonnen haben, senkrecht zuein-

ander schwingen. Nach dem Austritt beschreibt der Endpunkt des Lichtvektors also i. allg. eine Ellipse (Erinnerung an die Mechanik: Zusammensetzung rechtwinklig zueinander verlaufender Schwingungen, Lissajous figuren), die auch in eine Gerade ausarten kann oder wenn beide Komponenten gleich sind und 1, 3, 5 ... Viertelwellen Gangunterschied haben, in einen Kreis. Man spricht dann von „elliptisch polarisiertem“ Lichte, von „linear“ und von „zirkular polarisiertem“, und zwar von rechts- oder linkszirkularem, je nachdem der Kreis, wenn man der Welle entgegensieht, im Sinne des Uhrzeigers oder entgegen gesetzt durchlaufen wird.

Beide Schwingungen können interferieren, wenn sie auf dieselbe Schwingungsrichtung gebracht werden und außerdem nicht aus natürlichem, sondern bereits linear polarisiertem Licht entstanden sind (Gesetze von Fresnel und Arago 1816; zu der zweiten Bedingung s. S. 75). Das führt zu der Versuchsanordnung, die in Fig. 68 in der für subjektive Beobachtung geeigneten Form des „Orthoskops“ dargestellt ist.

S ist ein Spiegel, der das Licht nach oben wirft, N_1 der Polarisator, der das einfallende Licht polarisiert (§ 6), eingefügt zwischen zwei Sammellinsen L_1 und L_2 , von denen die erste bewirkt, daß möglichst viele Strahlen den unteren Nicol durchsetzen, während die zweite das austretende Licht wieder parallel macht; N_2 ist der Analysator (§ 6). Zwischen beiden Nicols liegt die Kristallplatte P auf einem Glastischchen, das ebenso wie die beiden Nicols um eine vertikale Achse drehbar ist. Die Platte wird hier — und das ist das Gemeinsame aller der Fälle, die

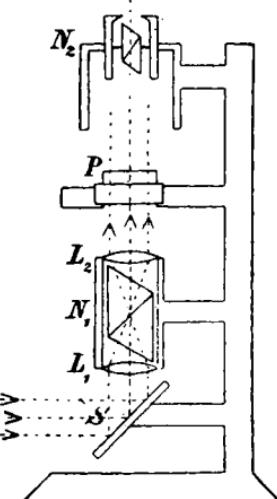


Fig. 68. Orthoskop

wir zunächst besprechen — von parallelen Lichtstrahlen rechtwinklig durchsetzt. Daher Orthoskop! Jede Stelle des Gesichtsfelds ist dann gleichwertig und muß in gleicher Helligkeit oder Färbung erscheinen. — Mikroskopisch kleine Kristalle kann man in einem Mikroskop untersuchen, das man durch Hinzufügen zweier Nicols zum Orthoskop umgestaltet hat („Polarisations-Mikroskope“, Lieferant u. a. Ernst Leitz, Wetzlar; Winkel, Göttingen).

Wir bringen in diesen Apparat eine parallel zur Achse geschnittene Platte eines einachsigen durchsichtigen Kristalls, wie wir sie in Fig. 25, dort allerdings auf den teilweise undurchsichtigen Turmalin bezogen, vor uns haben. Es kommt darauf an, den Einfluß der verschiedenen Variablen auf die Interferenzerscheinung herauszuschälen:

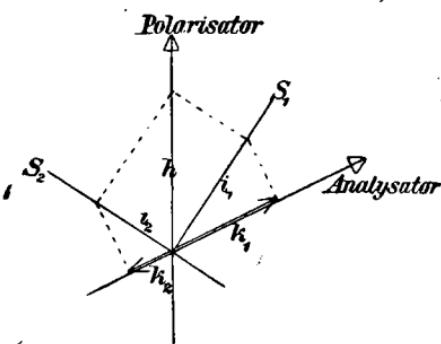


Fig. 69

wir können die Platte drehen, wir können Polarisator und Analysator drehen, wir können die Farbe des angewandten Lichts variieren. Wir beschränken uns auf die ausgeprägtesten Fälle: wir stellen zuerst die

Nicols parallel und drehen die Platte, wobei wir erstens monochromatisches, zweitens weißes Licht anwenden. Dann machen wir dasselbe bei gekreuzten Nicols. Die Art, wie wir immer verfahren, ist durch Fig. 69 gekennzeichnet. Wir zerlegen die auf die Platte auffallende lineare Schwingung von der Amplitude h in zwei Komponenten i_1 und i_2 nach den beiden in der Platte möglichen Schwingungsrichtungen S_1 parallel zur Achse und S_2 senkrecht dazu. Von i_1 wie von i_2 geht durch den Analysator nur die in dessen Schwingungsrichtung fallende Komponente k_1 bzw. k_2 hindurch. Deren Zusammenwirken wird schließlich beobachtet.

I. Nicols parallel

1. Monochromatisches Licht

Wir stellen zuerst (Fig. 70) die Platte so, daß eine ihrer Schwingungsrichtungen mit der gemeinsamen von Poli-
sator und Analysator übereinstimmt und bezeichnen das
als „Normalstellung“ der Platte. In diesem Falle
geht die ankommende Schwingung h unzerlegt durch die
Platte hindurch. Die Platte hat, wie dick sie
auch sei, überhaupt keinen Einfluß auf
die Erscheinung.

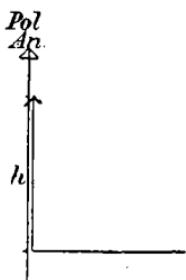


Fig. 70. Parallele Nicols.
Normalstellung

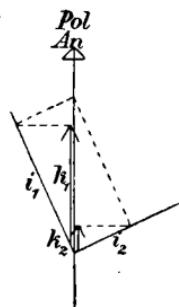
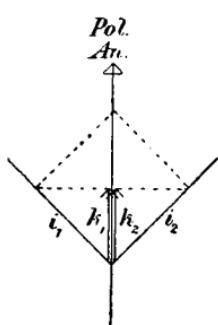


Fig. 71. Parallele Nicols.
Allgemeiner Fall

Nun drehen wir die Platte etwa bis in die Lage Fig. 71 und führen die Zerlegung nach dem Schema von Fig. 69 aus bis zu k_1 und k_2 als interferierenden Lichtverktoren. Die Summe $k_1 + k_2$ ist geometrisch genommen immer konstant gleich h . Physikalisch summiert sich aber die Wirkung von k_1 und k_2 zu einer Gesamtamplitude $k = k_1 + k_2$ nur dann, wenn beide „gleichzeitig angreifen“, d. h. bei einem Gangunterschied von $0, \lambda, 2\lambda, \dots$. Ist die Platte gerade so dick, daß sie den beiden Komponenten einen dieser Gangunterschied erteilt, so zeigt sie beim Drehen immer dieselbe Helligkeit, die auch ohne die Platte herrschen würde, natürlich bei Vernachlässigung der Reflexionen. Beträgt aber der Gangunterschied $\frac{\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2}, \dots$

so greifen k_1 und k_2 im entgegengesetzten Sinne an: wenn k_1 nach oben wirkt, wirkt k_2 nach unten. Beide setzen sich dann zu einem $k = |k_1 - k_2|$ zusammen, und in der „D i a g o n a l s t e l l u n g“ (Fig. 72), wo die Polarisorrichtung den Winkel zwischen den Schwingungsrichtungen der Platte gerade halbiert und k_1 gleich k_2 wird, heben sie sich ganz auf¹⁾. Bei einem Gangunterschied von $\frac{\lambda}{2}, 3 \frac{\lambda}{2} \dots$ wird also beim Drehen volle Helligkeit (in der Normalstellung) mit völliger Dunkelheit (in der Diagonalstellung) wechseln, und zwar wird bei einer vollen Umdrehung das Gesichtsfeld viermal hell und viermal dunkel. Beträgt der Gangunterschied weder genau ein Vielfaches einer ganzen noch einer halben Wellenlänge, so wechselt volle Helligkeit (Normalstellung) mit mäßiger Helligkeit (Min-

Fig. 72. Parallele Nicols.
Diagonalstellung

mum in der Diagonalstellung). Verschiedene Gangunterschiede kann man gleichzeitig beobachten, wenn man statt der Platte einen Kristallkeil anwendet, gewissermaßen eine Nebeneinanderstellung von verschieden dicken Platten, bei dem die Achse parallel der Keilkante, die Schwingungsrichtungen parallel und senkrecht zur Kante laufen (Fig. 73). In der Normalstellung erscheint der Keil überall gleich hell, in der Diagonalstellung zeigt er dunkle Streifen, die an den Stellen, wo der Gangunterschied ge-

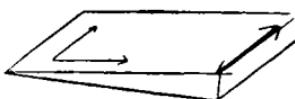


Fig. 73. Kristallkeil

man gleichzeitig beobachten, wenn man statt der Platte einen Kristallkeil anwendet, gewissermaßen eine Nebeneinanderstellung von verschieden dicken Platten, bei dem die Achse parallel der Keilkante, die Schwingungsrichtungen parallel und senkrecht zur Kante laufen (Fig. 73). In der Normalstellung erscheint der Keil überall gleich hell, in der Diagonalstellung zeigt er dunkle Streifen, die an den Stellen, wo der Gangunterschied ge-

1) Man lese in einem Lehrbuch der Physik über die Zusammensetzung zweier gleichgerichteter Schwingungen derselben Frequenz nach. Formelmäßig ist die resultierende Amplitude $k = \sqrt{k_1^2 + k_2^2 + 2k_1k_2 \cos \varphi}$, wenn φ der im Winkelmaß ausgedrückte Gangunterschied, der „Phasenunterschied“ ist. 1λ entspricht $\varphi = 360^\circ = 2\pi$.

rade $\frac{\lambda}{2}$, $3 \frac{\lambda}{2}$... beträgt, ganz schwarz sind. In den Zwischenstellungen treten graue Streifen auf.

2. Weißes Licht

In der Normalstellung hat die Platte nie einen Einfluß; in der Diagonalstellung werden diejenigen Farben ganz ausgelöscht, für die der Gangunterschied $\frac{\lambda}{2}$, $3 \frac{\lambda}{2}$... beträgt. Die andern Farben werden geschwächt, nur die nicht, für die der Gangunterschied $0, \lambda, 2\lambda \dots$ ist. Kurz: das Gesichtsfeld erscheint in einer Mischfärbung, die von der Dicke der Platte abhängt und in der die zuletzt genannten Farben überwiegen. Beim Drehen um 360° wechselt viermal Weiß (in den Normalstellungen) mit viermaliger intensiver Färbung (in den Diagonalstellungen). Ein Keil geht von Weiß (Normalstellung) zu einer Farbenskala über, die in den Diagonalstellungen am intensivsten ist und später näher untersucht werden wird.

II. Nicols gekreuzt

1. Monochromatisches Licht

Wir führen genau dieselben Operationen aus wie vorher und werden finden, daß immer da, wo bei parallelen Nicols Helligkeit herrschte, jetzt Dunkelheit herrscht und umgekehrt, und daß an Stelle irgendeiner Färbung die komplementäre tritt.

In der Normalstellung (Fig. 74), wo die Schwingungsrichtungen im Plättchen mit denen der Nicols übereinstimmen, geht h unzerlegt durch die Platte und wird vom

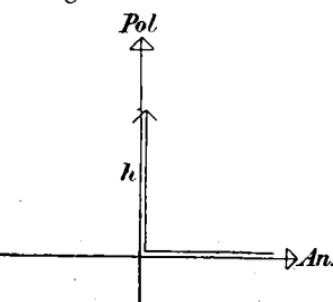


Fig. 74. Gekreuzte Nicols.
Normalstellung

Analysator vollständig ausgelöscht, genau so als ob die Platte gar nicht da wäre. Wie auch der in der Platte erreichte Gangunterschied sei: das Gesichtsfeld ist völlig dunkel. In den anderen Stellungen bilden wir wieder die beiden Komponenten nach den Schwingungsrichtungen der Platte und führen diese dann auf die Analysatorrichtung zurück. In Fig. 75 und 76 ist dies für eine Zwischenstellung und die Diagonalstellung angedeutet. Geometrisch gesprochen ist

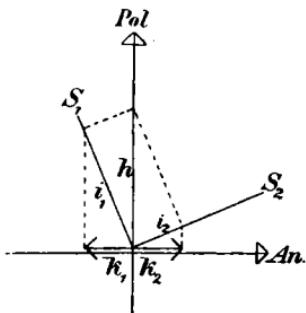


Fig. 75. Gekreuzte Nicols.
Allgemeiner Fall

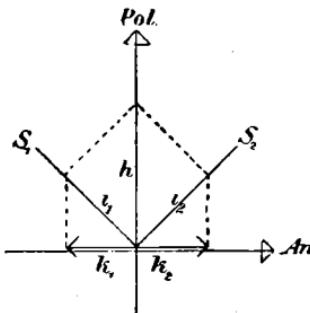


Fig. 76. Gekreuzte Nicols.
Diagonalstellung

jetzt immer die Differenz der beiden Komponenten k_1 und k_2 konstant gleich Null. Sie heben sich aber in ihrer Wirkung nur dann gerade auf, wenn sie gleichzeitig angreifen, also mit einem Gangunterschied von $0, \lambda, 2\lambda \dots$ austreten. Erteilt die Platte einen dieser Gangunterschiede, so bleibt sie beim Drehen in jeder Lage völlig dunkel. Ist aber der Gangunterschied $\frac{\lambda}{2}, 3 \frac{\lambda}{2} \dots$, so ist einer der Pfeile um 180° herumzuwerfen und k_1 und k_2 wirken in der gleichen Richtung, verstärken sich also und erzeugen eine gewisse Helligkeit, die in der Diagonalstellung, wo k_1 und k_2 ihren maximalen Wert haben, am größten ist, nämlich so wie sie ohne Platte wäre ($k_1 + k_2 = h$). Beim Drehen eines Plättchens, das einen dieser

Gangunterschiede hervorruft, wechselt demnach viermalige völlige Dunkelheit (in den Normalstellungen) mit viermaliger völliger Helligkeit (in den Diagonalstellungen), umgekehrt wie bei parallelen Nicols. Bei einem Plättchen, das weder genau den einen noch den anderen Gangunterschied bewirkt, wechselt völlige Dunkelheit (Normalstellungen) mit mäßiger Helligkeit (Maximum in den Diagonalstellungen).

Will man die unbekannten Schwingungsrichtungen eines Plättchens bestimmen, so braucht man es demnach nur zwischen gekreuzte Nicols zu bringen. In den Stellungen, wo es Dunkelheit zeigt, liegen die Schwingungsrichtungen, die man daher auch „Auslösungsrichtungen“ nennt, parallel den beiden Nicolschwingungen.

Der Keil zeigt in der Normalstellung Dunkelheit, in der Diagonalstellung schwarze Streifen an den Stellen, wo bei parallelen Nicols helle waren, und umgekehrt.

Hierbei sei auf die Bedeutung des Polarisators hingewiesen: fiele natürliches Licht mit seinen fortwährend wechselnden Schwingungsrichtungen auf die Kristallplatte, so wäre die Interferenz in einem bestimmten Moment, wo die Schwingung gerade parallel dem Analysator stattfindet, gemäß dem Sonderfall „Nicols parallel“, sehr wenig später, wo sie sich um 90° gedreht hat, gemäß dem der „gekreuzten Nicols“. Der Wechsel ist so schnell, daß das Auge keine Interferenz, sondern nur eine mittlere Helligkeit wahrnimmt.

2. Weißes Licht

In der Normalstellung bleibt die Platte dunkel. In der Diagonalstellung werden diejenigen Farben ganz ausgelöscht, bei denen der Gangunterschied $O, \lambda, 2\lambda \dots$ ist, während die voll erhalten bleiben, wo er $\frac{\lambda}{2}, 3\frac{\lambda}{2} \dots$ beträgt. Genau umgekehrt wie bei parallelen Nicols; denn dort wurden gerade die mit $\frac{\lambda}{2}, 3\frac{\lambda}{2} \dots$ ausgelöscht und die mit $O, \lambda, 2\lambda \dots$ am meisten begünstigt. Dementsprechend ist die jetzt entstehende Mischfärbung komplementär zu der vorhin beobachteten; bei der Drehung wird

das Plättchen zwischen Schwarz und einer (komplementären) Mischfärbung wechseln, die in den Diagonalstellungen am intensivsten ist. Der Keil zeigt schwarz und eine zur vorhin beobachteten komplementäre Farbenskala.

Beide Fälle (Nicols parallel und senkrecht) lassen sich gleichzeitig beobachten, wenn man den Analysator durch ein doppelbrechendes Prisma ersetzt, dessen Schwingungsrichtungen man parallel und senkrecht zu denen des Polarisators einstellt.

Bei z w e i a c h s i g e n K r i s t a l l e n kommen wenig neue Gesichtspunkte hinzu. Denn auch hier wird die einfallende Schwingung in zwei zerlegt, die senkrecht zueinander verlaufen und schließlich nach den angegebenen Regeln interferieren. Die Ähnlichkeit geht so weit, daß die meisten der beschriebenen Erscheinungen an z w e i - a c h s i g e n Kristallen vorgeführt werden, nämlich an Gips und Glimmer, die dazu geeignet sind, weil sie sich wegen ihrer natürlichen Spaltbarkeit leicht in dünne Plättchen zerlegen lassen.

Wir kennen den monosymmetrischen Gips (Fig. 2) aus Nr. 2 des § 2 und wissen, daß seine einzige Symmetrieebene parallel der Fläche b liegt. Erfahrungsgemäß fallen in diese Ebene seine optischen Achsen Bn und $B'n$, und da er auch nach dieser Ebene vollkommen spaltbar ist,

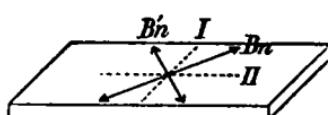


Fig. 77. Gipsplättchen

liefert er Spaltungsplättchen mit den Achsen in der Oberfläche (Fig. 77). Senkrecht hindurchgehende Wellen schwingen nach den Richtungen I und II , den Halbierenden

des Achsenwinkels und seines Außenwinkels (s. S. 52). Sie erhalten den größtmöglichen Gangunterschied im Kristall; denn man erinnere sich an die Normalenfläche (Fig. 65 in § 12): zu dieser Fortpflanzungsrichtung gehören die denkbar verschiedensten Normalengeschwindigkeiten a und c . Der Fall ist also ganz ähnlich dem einer ein-

achsigen achsenparallelen Platte. Jedoch gilt die Achsenlage der Fig. 77 streng nur für eine bestimmte Farbe; für eine andere liegen die Achsen wie die Schwingungsrichtungen etwas anders. Infolgedessen ist die Normalstellung des Plättchens für jede Farbe eine andere, und es lässt sich im weißen Licht zwischen gekreuzten Nicols nie eine Stellung finden, in der das Gesichtsfeld dunkel bleibt. Das gehört zu den Komplikationen bei Zweiachsigen, die genau genommen nur in besonderen Symmetriefällen fehlen und bei starker Dispersion oft deutlich hervortreten.

Der Glimmer ist gleichfalls monosymmetrisch. Bei der in der Fig. 78 dargestellten Form

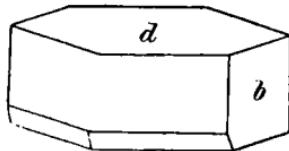


Fig. 78. Glimmer

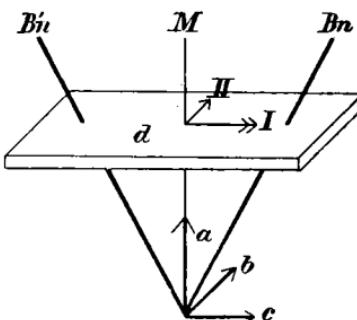


Fig. 79. Glimmerplättchen

liegt b parallel der Symmetrieebene; vollkommene Spaltbarkeit existiert nach der Fläche d , was in der Figur horizontale Plättchen ergäbe. Die erste Mittellinie steht nahezu senkrecht auf der Spaltungsfläche; die Ebene der optischen Achsen liegt bei einigen Varietäten senkrecht zur Symmetrieebene (Glimmer erster Art), bei anderen parallel dazu (Glimmer zweiter Art). Fig. 79 führt die optischen Verhältnisse in einem Spaltungsplättchen vor Augen (von Glimmer 1. Art, wenn wir die Orientierung von Fig. 78 beibehalten): die erste Mittellinie, annähernd senkrecht auf der Fläche d , die optischen Achsen Bn und $B'n$, die optischen Symmetriearchen a , b , c und die Schwingungsrichtungen I und II der beiden Wellen, die die Platte senkrecht durchsetzt haben (s. S. 52).

§ 15. Gangunterschied und Interferenzfarben

Die beiden interferierenden Wellen bekommen in der Platte einen Gangunterschied von

$$(1) \quad A = \frac{d}{\lambda} (n_2 - n_1)$$

Wellenlängen, wenn d die Dicke der Platte ist, λ die Wellenlänge des auffallenden Lichtes und n_1 und n_2 die Brechungsquotienten der beiden Wellen.

Die schnellere Welle braucht nämlich zum Durchlaufen der Platte die Zeit $= \frac{\text{Weg}}{\text{Geschwindigkeit}} = \frac{d}{C/n_1}$, die langsamere $\frac{d}{C/n_2}$. Sie kommt um $\frac{d}{C/n_2} - \frac{d}{C/n_1} = \frac{d}{C} (n_2 - n_1)$ Sekunden später an der Austrittsfläche an, und in dieser Zeit ist ihr die erste Welle im Außenraum schon um die Strecke (= Zeit mal Geschwindigkeit $\frac{d}{C} (n_2 - n_1) \cdot C = d (n_2 - n_1)$) davongelaufen, das ist in Wellenlängen gemessen $\frac{d}{\lambda} (n_2 - n_1)$, wie in (1) angegeben.

Der Gangunterschied ist also um so größer, je kleiner die Wellenlänge des angewandten Lichts und je größer die Dicke ist und die Differenz der Brechungsquotienten. Die letztere ist bei einem gegebenen Kristall am größten in den betrachteten Fällen, daß die Durchstrahlungsrichtung senkrecht zur Achse oder zur Binormalenebene ist. Wäre die Platte so geschnitten, daß die Achse geneigt zur Oberfläche läge, so müßte sie dicker sein, um den gleichen Gangunterschied hervorzubringen; läge die Achse senkrecht zur Oberfläche, so trate auch bei noch so großer Dicke kein Gangunterschied ein. Beim Kalkspat ist die Differenz der Brechungsquotienten senkrecht zur Achse so groß, daß die Platte sehr dünn sein muß — so dünn, wie man es technisch kaum erreichen kann —, um nicht einen allzu großen Gangunterschied hervorzubringen. Und allzu groß darf der Gangunterschied nicht

sein, höchstens etwa 8 Wellenlängen, damit die Farbenerscheinungen gut hervortreten. Woran liegt das?

Vergleichen wir drei verschieden dicke Plättchen, z. B. aus Quarz, in der Diagonalstellung zwischen gekreuzten Nicols, ein ganz dünnes, eins von 0,065 mm und eins von 1 mm Dicke! Bei dem dünnsten Plättchen kommt überhaupt kein merklicher Gangunterschied zustande. Keine Farbe des Spektrums wird ganz ausgelöscht, wozu ein Gangunterschied von λ nötig wäre (vgl. S. 75); jede wird nur geschwächt. Das Plättchen erscheint matt eisen- oder lavendelgrau.

Bei der 0,065 mm dicken Platte ist der Gangunterschied gleich 1 Wellenlänge für $\lambda = 589 \text{ } m\mu$, für D-Licht. Dieses wird also völlig ausgelöscht; die übrigen Farben ergeben ein prächtiges Indigo als Mischfarbe, das ein Spektrum mit einem dunklen Streifen bei $589 \text{ } m\mu$ liefert.

Bei dem 1 mm dicken Plättchen beträgt der Gangunterschied 23 Wellenlängen für $\lambda = 413 \text{ } m\mu$, 22 Wellenlängen für $429 \text{ } m\mu$, 21 Wellenlängen für $447 \text{ } m\mu$, 20 Wellenlängen für $467 \text{ } m\mu$ usw. Da alle diese Wellenlängen ausgelöscht werden, zeigt das austretende Licht spektral zerlegt eine Reihe dunkler Streifen im Spektrum, in unserem Falle zwölf zwischen 400 und $768 \text{ } m\mu$, und erfahrungsgemäß wird das unzerlegte Licht dann vom Auge als weiß empfunden, als sogen. „Weiß höherer Ordnung“, wenn über das Spektrum verteilt neun oder mehr dunkle Streifen auftreten. Dies ist der Grund, warum im allgemeinen nur dünne Platten Färbungen zeigen.

Was in der Diagonalstellung zwischen gekreuzten Nicols geschieht, wenn man die Dicke der Platte von Null anfangend zunehmen lässt, macht man sich an einer einfachen Zeichnung klar. Dunkelheit herrscht nach (1), wenn $\frac{d}{\lambda} (n_2 - n_1)$ gleich einer ganzen Zahl m ist,

$$\frac{d}{\lambda} (n_2 - n_1) = m,$$

d. h. bei Quarz oder Gips, wo $n_2 - n_1$ im Sichtbaren abgerundet $\frac{1}{100}$ beträgt (im obigen Beispiel ist mit einem genaueren Werte gerechnet worden), wenn

$$d = m \cdot 100 \lambda$$

oder bei Angabe des d in mm und des λ in μ , wenn

$$d_{mm} = m \cdot 0,1 \cdot \lambda_\mu$$

ist. Das sind in einem d - λ -Schaubild (Fig. 80) Gerade, die alle beim Nullpunkt anfangen und die bei $\lambda = 1 \mu$ für die Parameterwerte $m = 1$ (erster dunkler Streifen), $m = 2$ (zweiter dunkler Streifen) ... die Ordinaten $0,1, 0,2, \dots$ erreichen. Jede Gerade gibt für einen der Streifen den Zusammenhang von spektraler Lage und Plattendicke.

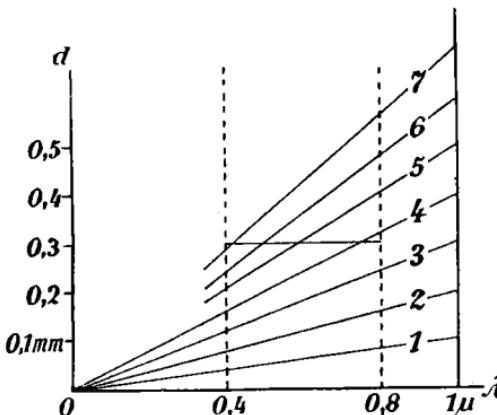


Fig. 80. Dunkle Streifen im Spektrum

Alle Streifen liegen bei ganz kleinen Dicken weit im Ultravioletten, bei kleinen Wellenlängen, und rücken bei steigender Dicke nach größeren. Der erste kommt bei $d = 0,04$ mm ins Sichtbare ($\lambda = 0,4$ bis $0,8 \mu$; in der Figur durch punktierte Linien herausgehoben), marschiert mit wachsendem d durchs Spektrum und verläßt es im Rot bei einer Plattendicke von $0,08$ mm. Bei dieser Plattendicke ist aber der zweite Streifen ($m = 2$) gerade an der violetten Grenze des Sichtbaren ange-

kommen ($d_{mm} = 2 \cdot 0,1 \cdot 0,4 = 0,08$) und rückt nun seinerseits bei steigendem d gegen das Rot vor. Aber er marschiert langsamer als der erste, denn nach der Figur braucht man eine größere Dickenänderung, um ihn durchs Spektrum zu bringen als beim ersten. Bei gleichmäßiger Dickenänderung benötigt er also längere Zeit zum Durchwandern. Und so fort: immer rücken neue Streifen herein, ehe die allzu langsam vorherigen hinaus sind, so daß die sichtbare Streifenzahl mit der Dicke wächst. Z. B. lehrt die Figur, daß bei $d = 0,3$ mm bereits vier Streifen im sichtbaren Spektrum liegen, der 4., 5., 6. und 7.

Männer betreten eine Galerie, am Anfang jeder Minute einer. Der erste durchschreitet sie in einer, der zweite in zwei, der dritte in drei Minuten usw. Wieviel Männer sind jeweils in der Galerie? Man spiele es mit Halmsteinen durch!

Man führt die Streifenwanderung objektiv vor, indem man den Kristallkeil Fig. 73 im weißen Licht in der Diagonalstellung zwischen gekreuzten Nicols an einer spaltförmigen Öffnung vorbeizieht und das austretende farbige Licht spektral zerlegt.

Unzerlegt zeigt dieses Licht bei steigender Plattendicke zwischen gekreuzten Nicols nacheinander Farbtönungen, die man nach Ähnlichkeiten in der Farbfolge in „Ordnungen“ einzuteilen pflegt:

1. Ordnung. Schwarz. Grau. Weiß. Gelb. Orange. Rot.
2. „ Purpur. Blau. Grün. Orange. Rot. Dunkelviolettrot.
3. „ Bläulichviolett. Grünblau. Grün. Grüngelb. Mattrot. Grauviolett.
4. „ Graublau. Grünblau. Hellgrün. Fleischrot.
5. „ Matt blaugrün. Matt fleischrot.

In den höheren Ordnungen kehren die mattgrünen und mattroten Töne wieder, um schließlich in das Weiß höherer Ordnung überzugehen. Alle Farben lassen sich über diese rein qualitativen Bezeichnungen hinaus nach

82 Interferenzerscheinungen im polarisierten Lichte

zwischenstaatlich vereinbarten Verfahren mit aller wünschenswerten Schärfe quantitativ in Farbton, Sättigung und Helligkeit festlegen und etwa als Kurvenzug in ein Farbendreieck einzeichnen. Die Abgrenzung der Ordnungen vollzieht man dann zweckmäßigerweise so, daß man eine jede mit dem Farbton des roten Spektralendes beginnen und enden läßt. Nur die erste beginnt mit dem genannten lichtschwachen „Eisen- oder Lavendelgrau“ des Farbtons $480 \mu\mu$. An dem Kristallkeil Fig. 73 kann man die ganze Farbenskala nebeneinander beobachten. An manchen Stellen ändern sich die Farben besonders rasch mit dem Gangunterschied; man spricht dann von „empfindlichen Farben“. Wohl am schönsten wirken die Farben der 2. Ordnung. Beliebt sind auch die farbenfreudigen Zusammenstellungen verschieden dicker Plättchen zu Treppen, Blumen, Landschaften usw.

Die überhaupt möglichen Farbtöne stimmen annähernd mit denen der Newtonschen Interferenzfarben in einem Luftkeil überein, bei gekreuzten Nicols mit denen im senkrecht reflektierten, bei parallelen Nicols mit denen im senkrecht durchgehenden Lichte. Der Gangunterschied in einer planparallelen Luftplatte d^* ist im durchgehenden Lichte $\frac{2d^*}{\lambda}$. Eine Kristallplatte hat nach (1) den gleichen Gangunterschied, wenn

$$\frac{2d^*}{\lambda} = \frac{d}{\lambda}(n_2 - n_1)$$

ist oder

$$d = \frac{2d^*}{n_2 - n_1}, \text{ d. h. bei Quarz oder}$$

Gips mit ihrem $n_2 - n_1 = \frac{1}{100}$ im Sichtbaren, wenn sie rund 200mal so dick ist wie die Luftplatte. Bei eigentümlicher Abhängigkeit des $n_2 - n_1$ von λ , beispielsweise bei A p o p h y l - l i t e n, kommen völlig abweichende Farbfolgen vor, eine interessante Frage der Farbenlehre.

Untersuchen wir nicht eine einzelne Platte, sondern eine Überlagerung mehrerer, so ergeben sich keine neuen Schwierigkeiten, solange die Schwingungsrichtungen in den einzelnen übereinstimmen. Legen wir zwei

Platten aus gleicher Substanz derart übereinander, daß die Schwingungsrichtungen der schnelleren Wellen parallel liegen, so wirken sie wie eine Platte von der Summe ihrer Dicken; sie wirken wie eine von der Differenz ihrer Dicken, wenn sie „gekreuzt“ liegen, d.h. wenn die Schwingungsrichtung der schnelleren Welle in der einen Platte übereinstimmt mit der Schwingungsrichtung der langsameren in der anderen. Denn hier macht die eine Platte den Gangunterschied zum Teil rückgängig (oder wenn beide gleich dick sind, ganz rückgängig), den die andere hervorgerufen hat.

Man kann diese Erscheinung benutzen, um die Farbeneordnung eines Kristallplättchens zu bestimmen. Man überlagert es hierzu in der Diagonalstellung zwischen gekreuzten Nicols so mit dem Kristallkeil Fig. 73, daß sich die entsprechenden Schwingungsrichtungen in Platte und Keil kreuzen. An der Stelle, wo der Keil dieselbe Dicke hat wie die Platte, wird dann ein schwarzer Streifen auftreten; denn hier kompensieren sich Plättchen- und Keilwirkung, und es tritt kein Gangunterschied ein. An der Stelle muß der Keil nach Entfernung des Plättchens dieselbe Färbung zeigen wie dieses allein, und es ist dann ein leichtes, die Ordnung festzustellen, zu der diese Färbung gehört.

Will man bestimmen, ob ein Kristall positiv oder negativ ist, so kombiniert man ihn mit einer Platte von bekannter Doppelbrechung und wählt dazu oft ein $\frac{\lambda}{4}$ - oder Viertelwellenplättchen, meist aus Glimmer, d. i. eine Kristallplatte (s. S. 21), die den beiden Wellen einen Gangunterschied von einer Viertelwellenlänge erteilt, was genau genommen natürlich nur für eine Farbe gilt, etwa für das Gelb in der Mitte des Spektrums.

Das $\frac{\lambda}{4}$ -Plättchen sei in einer Fassung befestigt, auf der die Schwingungsrichtung der langsameren Welle durch einen Pfeil markiert sei (in Fig. 79 ist es die Richtung I). Die unbekannte Platte bringen wir etwa in der Diagonalstellung zwischen gekreuzten Nicols, wobei wir eine gewisse Interferenzfarbe beobachten, und das $\frac{\lambda}{4}$ -Plättchen legen wir so darauf, daß die Pfeilrichtung mit der einen Schwingungsrichtung, S_1 der Platte koinzidiert. Wird dadurch die Ordnung der Inter-

84 Interferenzerscheinungen im polarisierten Lichte

ferenzfarbe erhöht, so wirken beide Platten im gleichen Sinne: S_1 ist also (wie die Pfeilrichtung) die Schwingungsrichtung der langsameren Welle, und umgekehrt. Um über positiv oder negativ zu entscheiden, muß man dann noch die Achsenlage in der Platte kennen.

Ist die zu untersuchende Platte so dick oder so stark doppelbrechend, daß sie das Weiß höherer Ordnung zeigt, so genügt die Änderung um $\frac{\lambda}{4}$ nicht zur Hervorbringung einer Interferenzfarbe. Man ersetzt dann das $\frac{\lambda}{4}$ -Plättchen durch den mehrfach erwähnten Kristallkeil von bekannter Lage der Schwingungsrichtungen. Erscheint das Gesichtsfeld weiter im Weiß höherer Ordnung, so stimmen die Schwingungsrichtungen der schnelleren Wellen in Platte und Keil überein; im anderen Falle treten lebhafte Interferenzfarben in der Nachbarschaft derjenigen Stelle des Keils auf, wo er den Gangunterschied in der Platte gerade kompensiert.

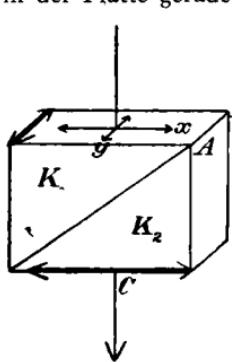


Fig. 81. Babinettscher Kompen-sator

Zur genauen Messung des Gangunterschiedes wird meist der Babinettsche Kompen-sator benutzt (1849; Fig. 81), eine Zusammensetzung zweier Quarzkeile K_1 und K_2 zu einer planparallelen Platte. Die Lage der Kristallachsen in den Keilen — im ersten parallel zur Keilkante AB , im zweiten senkrecht dazu — ist in der Figur angedeutet, ebenso die möglichen Schwingungsrichtungen x und y . Die senkrecht zur Achse schwingende ordentliche Welle ist beim Quarz als positivem Kristall die schnellere. In K_1 eilt also die nach x schwingende Welle der nach y schwingenden voraus, in K_2 bleibt

sie hinter ihr zurück, d. h. die Keile wirken in entgegengesetztem Sinne, und die in der Figur eingezzeichnete Mittelrichtung, deren Weg in K_1 ebenso lang ist wie in K_2 , wird gar keinen Gangunterschied aufweisen. Nach rechts und links nimmt der Gangunterschied seinem absoluten Wert nach stetig zu.

Bringen wir den Kompen-sator bei einfarbigem Licht in der Diagonalstellung zwischen gekreuzte Nicols, so treten an den-

jenigen Stellen dunkle Streifen auf, wo der Gangunterschied $O, \lambda \dots$ beträgt. Ich fasse die Stelle C ins Auge, wo der dem Gangunterschied O entsprechende dunkle Streifen liegt und verschiebe den Keil K_2 mikrometrisch in der Richtung x um eine an einer Trommel ablesbare Strecke. Dadurch wandern die Streifen mit, und wenn ich K_2 um N Trommelteile verschoben habe, wird der nächste dunkle Streifen, der dem Gangunterschied λ entspricht, an die Stelle C gerückt sein: N Skalenteile entsprechen also einem Gangunterschied λ .

Habe ich auf diese Weise den Kompensator geeicht, so kann ich den Gangunterschied in einer Kristallplatte bestimmen: ich lege die Platte so auf den Kompensator, daß die Schwingungsrichtungen in beiden übereinstimmen. Dadurch rückt der dem Gangunterschied O entsprechende Streifen von C fort, und ich muß K_2 beispielsweise um N_1 Skalenteile verschieben, um ihn wieder nach C zurückzubringen. Nun habe ich den Ansatz:

$$\begin{array}{lllll} N \text{ Skalenteile} & \text{entsprechen dem Gangunterschied } \lambda, \\ N_1 & " & " & " & \Delta, \\ \text{woraus das gesuchte} & & & & \end{array}$$

$$\Delta = \lambda \frac{N_1}{N}$$

folgt.

Der Kompensator von Soleil-Babinet („Babinetscher Kompensator mit Kompensationsplatte“) besteht aus 2 Quarzkeilen, die beide die Achsenlage von K_1 (Fig. 81) haben, und einer Quarzplatte der Achsenlage von K_2 . Hier erhält das ganze Gesichtsfeld den gleichen, durch Keilverschiebung messbar veränderlichen Gangunterschied.

§ 16. Einachsige Kristalle im konvergenten polarisierten Lichte

Im parallelen Lichte konnten wir nur den in einer bestimmten Richtung erreichten Gangunterschied beobachten und hätten die Platte neigen müssen, wenn wir das Licht in einer anderen Richtung hätten hindurchschicken wollen. Wenden wir aber konvergentes Licht an (Fig. 82), so haben wir gleichzeitig Normalen, die den Kristall in den verschiedensten Richtungen durchsetzt haben.

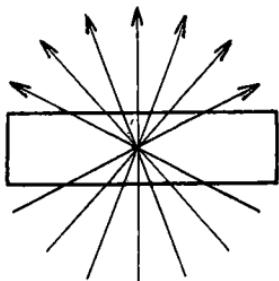


Fig. 82. Kristallplatte im konvergenten Lichte

die die Platte senkrecht zur Oberfläche durchsetzt haben, alle anderen Punkte geneigten Normalenrichtungen.

Wir gehen von einem speziellen Fall aus: wir stellen im homogenen Lichte die beiden Nicols gekreuzt und untersuchen eine senkrecht zur Achse geschliffene Platte eines einachsigen Kristalls. (Im parallelen Lichte begannen wir mit einer parallel zur Achse geschnittenen.) Ein Blick ins Konoskop zeigt dann eine Erscheinung, wie sie in Fig. 83 dargestellt ist: eine Reihe konzentrischer Ringe, die von einem schwarzen Kreuz durchschnitten sind, dessen Arme parallel und senkrecht zur Polarisatorsschwingung liegen¹⁾. Eine Drehung der Platte ändert nichts, da alle Richtungen, die den gleichen Winkel mit der Achse bilden, gleichwertig sind. Ringe und Kreuz sollen gesondert betrachtet werden.

1. Die Ringe. In der Mitte des Gesichtsfeldes treten die Normalen aus, die die Platte in Richtung der Achse wie ein isotropes Medium durchsetzt haben; hier herrscht daher bei gekreuzten Nicols Dunkelheit. Dagegen wird eine schräg zur Achse einfallende Normale in zwei gespalten. Wir vernachlässigen, daß diese beiden räum-

¹⁾ Außergewöhnlich schöne Aufnahmen zahlreicher Interferenzerscheinungen im konvergenten Lichte findet man in den Tafelwerken von H. Hauswaldt, „Interferenzerscheinungen im polarisierten Lichte“, Magdeburg 1902 und 1904.

Zum Beobachten der reizvollen Erscheinungen, die sich dann ergeben, dient das „Konoskop“, das sich von dem aus Fig. 68 bekannten Orthoskop im wesentlichen nur durch die Hinzufügung je eines Linsensystems kurzer Brennweite vor und hinter der Kristallplatte unterscheidet. Das erste läßt das parallele Licht nach einem Punkte im Platteninnern konvergieren, das zweite macht das aus der Platte austretende divergente Licht wieder parallel. Nur die Mitte des Gesichtsfelds entspricht jetzt Normalen,

lich getrennt sind und verschieden lange Wege in der Platte zurücklegen; wir nehmen an, sie liegen in derselben Bahn, freilich mit verschiedener Geschwindigkeit, und fragen nach ihrem Gangunterschied. Dieser wächst mit der Neigung gegen die Achse von Null an, ist nach § 15, Gl. (1) sofort als $\frac{d}{\lambda \cos \psi} (n_2 - n_1)$ anzugeben (ψ Brechungswinkel), weil als Weg in der Platte an Stelle

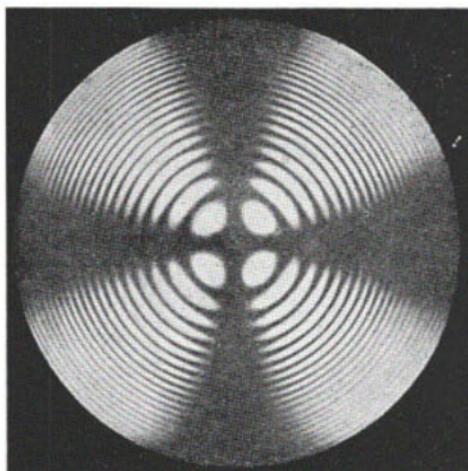


Fig. 83. Senkrecht zur Achse geschnittene Platte im konvergenten Lichte.
Nicol gekreuzt

von d einfach das größere $\frac{d}{\cos \psi}$ tritt, und hat bei einem gewissen Neigungswinkel den Wert $\frac{\lambda}{2}$ angenommen. Da Wellen vom Gangunterschied $\frac{\lambda}{2}$ (vgl. S. 75) bei gekreuzten Nicols in den Diagonalstellungen Helligkeit ergeben, wird der Kreis im Gesichtsfelde, der diesem Neigungs-

winkel entspricht, teilweise hell erscheinen: der erste helle Ring um das dunkle Zentrum. Gehen wir zu noch geneigteren Richtungen über, so wächst der Gangunterschied bis zum Werte λ . Wellen dieser Richtung ergeben bei gekreuzten Nicols Dunkelheit: auf den ersten teilweise hellen Ring folgt also ein ganz dunkler. Und so fort: alle Richtungen, wo der Gangunterschied $0, \lambda, 2\lambda \dots$ beträgt, ergeben dunkle Ringe, die dazwischenliegenden mit dem Gangunterschied $\frac{\lambda}{2}, 3\frac{\lambda}{2} \dots$ Ringe, die zum Teil hell sind.

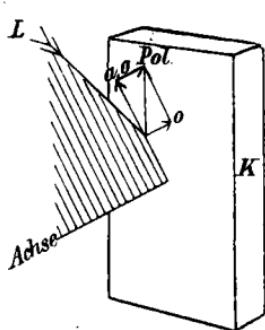


Fig. 84

2. Das Entstehen des **schwarzen Kreuzes** machen wir uns an den Fig. 84 ff. klar. K ist die Kristallplatte, die Schwingungsrichtung des Polarisators soll vertikal, die des Analysators horizontal liegen. Im allgemeinen wird die vertikale Schwingung der einfallenden Welle L (Fig. 84) in zwei zerlegt: in die a.o., die in dem schraffierten Hauptschnitt von L liegt, und in die dazu senkrechte ordentliche.

Für alle Strahlen, die den Kristall

in der Vertikalen AB treffen (Fig. 85), ist die Vertikalebene der Hauptschnitt. Das einfallende vertikal schwingende Licht geht also ohne Doppelbrechung als außerdentliches hindurch und wird von dem horizontal gestellten Analysator ausgelöscht. So erklärt sich der dunkle Kreuzarm, der parallel der Polarisatorsschwingung liegt. Für die längs der Horizontalen $A'B'$ einfallenden Strahlen dagegen (Fig. 86) ist die Horizontalebene der Hauptschnitt. Das ankommende, senkrecht dazu schwingende Licht geht mithin ungehindert als ordentliches hindurch und wird von dem senkrecht dazu stehenden Analysator vernichtet. So entsteht der parallel zum Analysator liegende Kreuzarm.

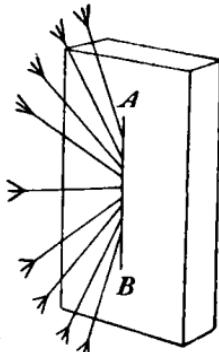


Fig. 85

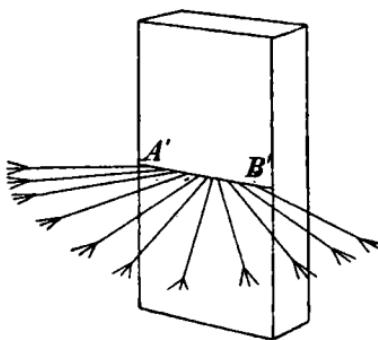


Fig. 86

Kurven, auf denen die Schwingungsrichtungen konstant sind, nennt man „Isogyren“. Bei der Beobachtung treten von allen Isogyren nur die beiden „Hauptisogryen“ hervor; die erste umfaßt die Kurven, wo die Schwingungsrichtung parallel oder senkrecht zum Analysator, die zweite die, wo sie parallel oder senkrecht zum Polarisator ist. Bei einachsigen, senkrecht zur Achse geschliffenen Kristallen besteht jede Hauptisogyre aus zwei Geraden, die durch die Spur der Achse gehen. Bei der ersten Hauptisogyre liegen sie senkrecht und parallel zur Analysator-, bei der zweiten senkrecht und parallel zur Polarisatorrichtung. Bei gekreuzten Nicols fallen beide Hauptisogryen zusammen und bilden das dunkle Kreuz.

Man kann die Interferenzfigur auch so charakterisieren: es wechseln Ringe, längs deren die Intensität konstant Null ist (Gangunterschied $O, \lambda \dots$), mit solchen ab, längs deren die Intensität zwischen Null und voller Stärke wechselt (Gangunterschied $\frac{\lambda}{2}, 3\frac{\lambda}{2} \dots$). Dies erklärt sich sofort aus unseren

Beobachtungen im parallelen Lichte. Zwischen gekreuzten Nicols erschien dort eine Platte vom Gangunterschiede $O, \lambda \dots$ in jeder Lage dunkel, eine Platte vom Gangunterschied $\frac{\lambda}{2}, 3\frac{\lambda}{2} \dots$ dunkel in den Normalstellungen, hell in den Diagonalstellungen. Und die verschiedenen Punkte ein und des selben Ringes zeigen nebeneinander das, was eine Platte

von entsprechender Dicke im parallelen Lichte beim Drehen nach einander zeigt.

Die Kreuzarme bestehen unabhängig von der Plattendicke, während die Ringe in leicht angebbarer Weise von ihr abhängen: bei einer dünnen Platte ist ein größerer Zuwachs des Neigungswinkels nötig, um den Gangunterschied um λ zu vergrößern; die Ringe werden also weiter auseinanderliegen. Und ebenso ersichtlich ist der Einfluß der Stärke der Doppelbrechung: je stärker diese, desto enger die Ringe. An dem Kreuz wird auch nichts geändert, wenn wir mit weißem anstatt mit einfarbigem Lichte beleuchten; denn das Kreuz ist nur von der Schwingungsrichtung, nicht von der Wellenlänge abhängig. Aber der Ringdurchmesser ändert sich mit der Wellenlänge. Für das kurzwellige Violett ist schon bei geringerer Neigung gegen die Achse der Gangunterschied λ und damit der erste dunkle Ring erreicht als für das langwellige Rot; es sei denn (vgl. Formel (1), Seite 78), daß $n_2 - n_1$ Besonderheiten hineinträgt. Jeder Farbe entspricht so ein besonderes Ringsystem um den gemeinsamen Mittelpunkt („Isochromaten“ = Kurven gleicher Färbung). Im weißen Licht überlagern sich alle, und es entstehen bunte Ringe um ein schwarzes Zentrum, deren Farbenfolge oft eine Ähnlichkeit mit der der Newtonschen Ringe zeigt (vgl. S. 82), bisweilen aber auch — wenn $n_2 - n_1$ sich stark mit λ ändert — wesentlich davon abweicht.

Aus § 14 wissen wir, daß das Interferenzbild ins Komplementäre übergeht, wenn wir die Nicols parallel stellen. An Stelle des dunklen Kreuzes steht dann ein helles, an Stelle der dunklen Ringe helle und umgekehrt, an Stelle der farbigen Ringe die komplementär gefärbten. Geht man durch Drehen eines Nicols aus der Senkrechttstellung in die Parallelstellung über, so dreht sich erst das dunkle Kreuz blasser werdend mit, um bei 45° zu verschwinden und dann als helles wieder hervorzutreten.

Neigen wir die Platte, so wandert das durch die Achsenrichtung bestimmte Zentrum der Ringe mitsamt dem dunklen Kreuze seitwärts und verschwindet bei einer gewissen Neigung aus dem Gesichtsfelde. Die Ringe wandern mit, werden aber aus Kreisen zu Ellipsen, bei größerer Neigung zu Parabeln, schließlich zu Hyperbeln. Anstatt die Platte zu neigen, benutzt man besser Platten, die nicht senkrecht, sondern unter einem gewissen Winkel zur Achse geschnitten sind. Eine parallel zur Achse geschchnittene Platte z. B. zeigt in der Diagonalstellung gleichseitige Hyperbeln.

Einen Überblick darüber, wie sich die Kurven gleichen Gangunterschieds mit der Plattenorientierung ändern, gewinnt man mit Hilfe der „Fläche gleichen Gangunterschieds“. Sie entsteht, wenn man von einem Punkte O aus nach jeder Richtung diejenige Strecke abträgt, die das Licht in dieser Richtung im Kristall durchlaufen muß, damit der Gangunterschied Δ einen gegebenen Wert annimmt¹⁾. Für einen einachsigen Kristall ist sie eine Rotationsfläche etwa von der Form Fig. 87; die für verschiedene Δ konstruierten Flächen sind einander ähnlich, Fig. 87 gebe z. B. die für $\Delta = \lambda$ an. OA ist die Kristallachse. In dieser Richtung ist die Fläche unendlich weit von O entfernt; denn in Richtung der Achse müssen beide Strahlen einen unendlich weiten Weg zurücklegen,

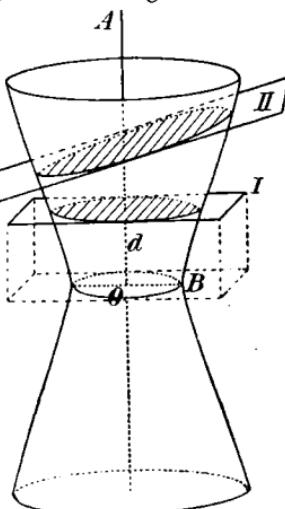


Fig. 87 Fläche gleichen Gangunterschieds von einachsigen Kristallen

¹⁾ Eine einfache mathematische Behandlung dieser Fläche, ausgehend von Gl. (1) des vorigen §, bei M. Born, Optik, Springer, Berlin 1932, S. 249 ff

um einen Gangunterschied λ zu erhalten. Senkrecht zur Achse ist der Gangunterschied λ schon nach dem Durchlaufen von OB erreicht. Hier kommt die Fläche dem Mittelpunkt am nächsten.

In diese Flächenschar lege ich die Kristallplatte, deren Kurven gleichen Gangunterschieds ich bestimmen will, gewissermaßen hinein, wie dies in der Figur punktiert angedeutet ist; d. h. ich lege durch die Flächen eine Ebene in einem Abstande von O gleich der Plattendicke d und von einer solchen Neigung, daß die Achsenrichtung in der Platte mit der Richtung OA übereinstimmt. Es läßt sich dann zeigen, daß die Kurven gleichen Gangunterschiedes, die an der Platte auftreten, unter geringen Vernachlässigungen identisch sind mit den Schnittkurven der genannten Ebene mit den Flächen. Eine Ebene I senkrecht zu OA zeigt Kreise wie eine senkrecht zur Achse geschliffene Platte; eine etwas gegen OA geneigte Ebene II Ellipsen, dieselben, wie man sie an einer unter gleicher Neigung gegen die Achse geschnittenen Platte beobachten würde, usw.

§ 17. Zweiachsige Kristalle im konvergenten polarisierten Lichte

Überwiegt im parallelen polarisierten Lichte die Ähnlichkeit zwischen ein- und zweiachsigen Kristallen (§ 14), so fällt im konvergenten der Unterschied sofort in die Augen, wie ein Blick auf das zweiachsige Interferenzbild Fig. 88 zeigt. Es röhrt von einer senkrecht zur ersten Mittellinie geschnittenen Platte her, einer Platte also von der optischen Orientierung der Fig. 79, die wir im homogenen Lichte so zwischen gekreuzte Nicols gebracht haben, daß die Achsenebene parallel zur Polarisatorschwingung liegt (*Normalstellung*). In der Interferenzfigur ist die Spur dieser Ebene durch den horizontalen dunklen Kreuzarm gekennzeichnet, und die Spur der Achsen durch die beiden Punkte, die die Pole des Systems von Lemniskatenähnlichen Kurven bilden (Lemnis-

katen sind Kurven, auf denen das Produkt der Abstände von zwei festen Punkten konstant ist). Die Lemniskaten sind die Kurven gleichen Gangunterschiedes, die bei den einachsigen Kristallen im entsprechenden Fall Kreise waren; die dunklen Kreuzarme sind Isogyren. Wie in § 16 betrachten wir beide Kurvenarten gesondert.

Die Einführung der Fläche gleichen Gangunterschieds erleichtert auch hier den Überblick.

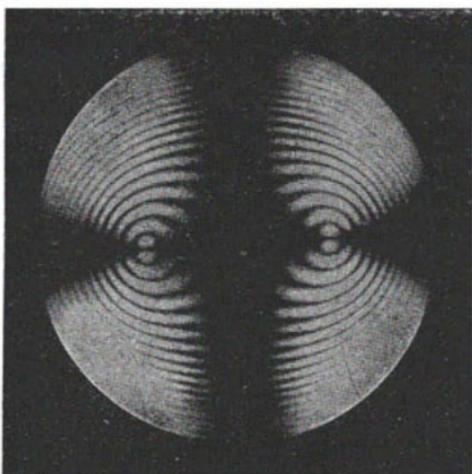


Fig. 88. Senkrecht zur ersten Mittellinie geschnittene Platte im konvergenten Licht. Nicols gekreuzt. Normalstellung

Fig. 89 gibt ein Bild von ihrer Gestalt: Die Ebene der Binormalen B_n und $B'n$ ist in die Zeichenebene gelegt; die Schnitte mit den beiden anderen optischen Symmetrieebenen, die natürlich auch die Fläche gleichen Gangunterschieds symmetrisch teilen, sind angedeutet. Die Fläche besteht in großer Entfernung vom Mittelpunkt aus zwei Kreiszylindern mit den Binormalen als Achsen, die in der Nähe von O in der angedeuteten Weise zusammenlaufen. In der Richtung senkrecht zur Binormalenebene kommt sie O am nächsten, weil in dieser Richtung die

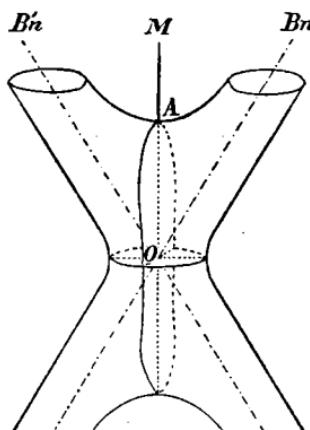


Fig. 89. Fläche gleichen Gangunterschieds von zweiachsigem Kristall

Bn Doppelbrechung am stärksten ist (vgl. S. 76). Die Flächen für verschiedene Körper und verschiedene Farben sind einander nicht ähnlich wie bei den Einachsigen, da ihre Gestalt von der Größe des Binormalenwinkels abhängt.

Die an einer beliebig geschnittenen Platte auftretenden Kurven gleichen Gangunterschieds findet man wieder angenähert (vgl. Fig. 87), wenn man die Flächen gleichen Gangunterschieds durch eine Ebene von der Orientierung der Plattenoberfläche schneidet. Man übersieht, daß

sich in dem Falle, wo die Platte senkrecht zur ersten Mittellinie geschnitten war, eine geschlossene, ovale Kurve gibt, wenn der Schnitt unterhalb von A , aber zwei getrennte Kurven um je eine Binormalenspur, wenn er oberhalb von A geführt wird. Den Übergang bildet eine Kurve von der Form einer liegenden 8. Diese verschiedenen Kurvenarten findet man in dem Interferenzbild Fig. 88 gleichzeitig vertreten, getrennte Kurven für die kleinen Gangunterschiede, eine beide Achsen spuren umschlingende für die größeren. Bei einer sehr dünnen Platte oder bei geringer Doppelbrechung kann schon die innerste Kurve beide Pole in ellipsenähnlicher Gestalt gleichzeitig umgeben.

Daß die Isogryen die Gestalt eines dunklen Kreuzes haben müssen, dessen Arme der Polarisator- und Analytorschwingung parallel liegen, läßt sich durch eine ähnliche Überlegung veranschaulichen, wie wir sie bei den Einachsigen an der Hand der Fig. 85 und 86 angestellt haben. Die Schwingungsrichtungen einer Welle z. B., die

in der Spur eines Kreuzarmes bei S austritt (Fig. 90), halbieren nach Seite 52 die Winkel zwischen den Geraden l und l' , die S mit der Spur der Binormalen Bn und $B'n$ verbinden. Das einfallende, in der Richtung der Achsen spuren schwingende Licht geht also ohne Doppelbrechung hindurch und wird vom Analysator ausgelöscht.

Drehe ich, immer zwischen gekreuzten Nicols, die Platte in ihrer Ebene, so dreht sich die Spur der Achsen und das sie umschlingende Lemniskatensystem einfach mit. Dagegen sind die Isogyren im allgemeinen Hyper-

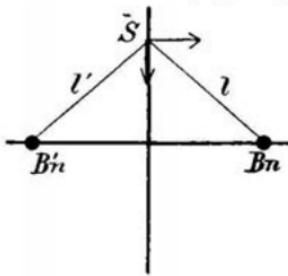


Fig. 90

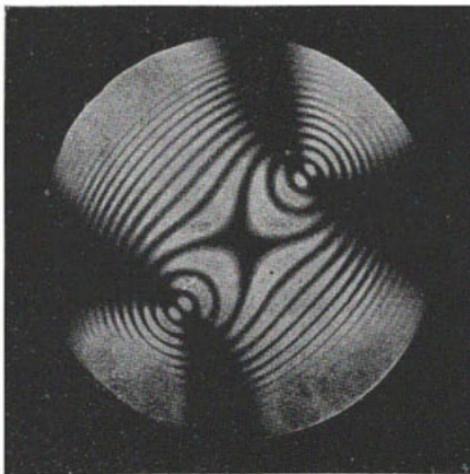


Fig. 91. Senkrecht zur ersten Mittellinie geschnittene Platte im konvergenten Licht. Nicols gekreuzt. Diagonalstellung

beln, deren Asymptoten mit der Polarisator- und Analysatorrichtung übereinstimmen, also waagerecht und senkrecht liegen, und deren Scheitel in die Spuren der

Binormalen fallen. Fig. 91 stellt die Erscheinung dar, wenn die Achsenebene den Winkel zwischen Analysator und Polarisator gerade halbiert (Diagonalestellung). Drehe ich weiter, bis sie mit der Analysatorschwingung koinzidiert, so degenerieren die Hyperbeln wieder zum Kreuz. Bei parallelen Nicols treten selbstverständlich dieselben Erscheinungen auf, nur daß Helligkeit und Dunkelheit vertauscht ist.

Von andern Plattenorientierungen erwähnen wir nur die senkrecht zu einer Binormalen, wie sie z. B. der Zucker infolge seiner natürlichen Spaltbarkeit liefert. Daß sie annähernd kreisförmige Kurven zeigen müssen, kann man aus der Fläche gleichen Gangunterschieds Fig. 89 entnehmen. In der Normalstellung ist das Interferenzbild nur von einer Isogyre durchzogen, die in die Spur der der Polarisatorschwingung parallelen Achsenebene fällt, sozusagen also dem horizontalen Kreuzarme von Fig. 88 angehört.

Welche Erscheinungen im weißen Licht auftreten, soll nur für den Fall der Lemniskaten angedeutet werden. Im weißen Licht überlagern sich die Lemniskatensysteme, die den einzelnen Farben angehören. Da sich die Lage der Achsen mit der Farbe ändert, entspricht jeder Farbe ein Lemniskatensystem um andere Pole, und im weißen Licht kann man Kurven von den eigentümlichsten Farben und Formen beobachten, die mit denen im monochromatischen Lichte bisweilen nicht mehr die geringste Ähnlichkeit haben. Auch die Isogryren liegen im Gegensatz zu den einachsigen Kristallen für verschiedene Farben verschieden.

Während sich bei *asymmetrischen* Kristallen über die gegenseitige Lage der monochromatischen Lemniskatensysteme nichts voraussagen läßt, bestehen im rhombischen und monosymmetrischen System zwischen ihnen Beziehungen (§ 10, S. 53), die der Erscheinung im weißen Lichte gewisse Symmetrien aufprägen. Aus den verschiedenen Symmetrieverhältnissen kann man das Kristallsystem, aus der Entfernung der Achsenspuren den Achsenwinkel bestimmen. Zu letzterem Zwecke sind be-

sondere „Achsenwinkelapparate“ konstruiert worden. Fig. 92 stellt einen von Wülfing angegebenen dar, den früher R. Fuess in Berlin-Steglitz anfertigte.

Wir teilen einige Winkelwerte für *D*-Licht und Zimmertemperatur mit¹⁾:

Cordierit $85^{\circ} 50'$,
 Gips (vom Mont-martre) $58^{\circ} 5'$,
 Glimmer (Muskowit) 30° — 50° je nach dem Fundort,
 Anhydrit (von Staßfurt) $43^{\circ} 41'$,
 Baryt (künstlich) $37^{\circ} 28'$,
 Aragonit $18^{\circ} 11'$.

Selbstverständlich hängen auch die Achsenwinkel von der Temperatur ab — siehe die Bemerkung gegen Ende von § 8, S. 36. An Gips pflegt man einen eindrucks-vollen Versuch vorzuführen. Bei Zimmertemperatur liegen seine Binormalen in der kristallographischen Symmetrieebene (vgl. Fig. 77); der Binormalenwinkel nimmt mit steigender Temperatur ab, ist z. B. für *D*-Licht $50^{\circ} 12'$ bei 42° C, $31^{\circ} 29'$ bei 72° C, $13^{\circ} 18'$ bei 87° C. Erwärmten wir den Kristall auf $89,67^{\circ}$ C, so ist er einachsig geworden; bei weiterer Erwärmung gehen die Binormalen wieder auseinander, jetzt aber in einer Ebene senkrecht zur kristallographischen Symmetrieebene. Im konvergenten Lichte beobachtet man demnach an einer senkrecht zur

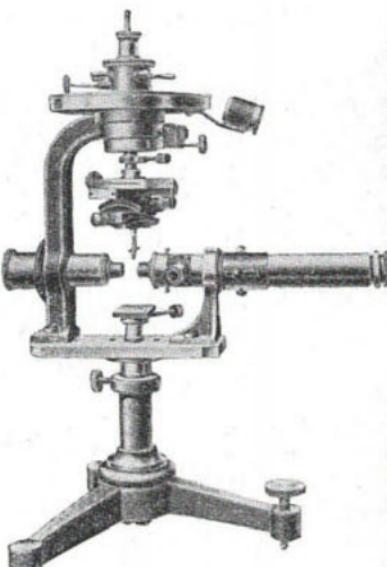


Fig. 92. Achsenwinkelapparat

¹⁾ Tabellen im Landolt-Börnstein, s. Anm. auf S. 38.

ersten Mittellinie geschnittenen Platte anfangs das bekannte Lemniskatenystem um die beiden Achsenspuren (Fig. 88). Die Achsenspuren nähern sich bei Erwärmung, um bei etwa 90°C zusammenzutreffen und sich dann senkrecht zur ursprünglichen Verbindungsleitung wieder zu trennen. Bei Abkühlung gehen alle Änderungen in umgekehrter Reihenfolge zurück.

III. Teil

Drehende und absorbierende Kristalle

§ 18. Drehende Kristalle im parallelen polarisierten Lichte

Eine senkrecht zur Achse geschnittene Platte eines einachsigen Kristalls erscheint nach § 14 im parallelen monochromatischen Lichte zwischen gekreuzten Nicols in jeder Lage dunkel, weil das Licht in Achsenrichtung unverändert hindurchgeht wie durch einen isotropen Körper. Es gibt jedoch eine Gruppe von Kristallen, unter denen der Quarz der wichtigste ist, die in Achsenrichtung

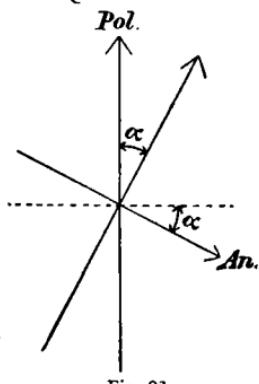


Fig. 93

durchstrahlt die Schwingungsrichtung des auffallenden Lichts um einen bestimmten Winkel drehen. Man nennt sie „natürlich drehende“¹⁾ oder „optisch aktive“ Kristalle. Eine achsen senkrechte Quarzplatte hellt also zwischen gekreuzten Nicols das Gesichtsfeld auf, wie erstmalig Arago 1812 feststellte; denn das austretende Licht schwingt nicht mehr in der Polarisatorrichtung (Fig. 93), sondern unter dem Winkel α

dagegen, und man muß den Analysator um den gleichen

¹⁾ Im Gegensatz zur „künstlichen“ Drehung, wie man sie durch ein Magnetfeld erzielen kann.