

Inhaltsverzeichnis

| | Seite |
|--|-----------|
| <i>Einleitung</i> | 9 |
| 1 Grundlagen | 12 |
| § 1 Mengen | 12 |
| § 2 Die Menge \mathbb{N} der natürlichen Zahlen | 16 |
| § 3 Abbildungen | 17 |
| § 4 Abzählbarkeit | 19 |
| § 5 Äquivalenzrelationen | 20 |
| 2 Gruppen | 23 |
| § 6 Das Rechnen in Gruppen | 23 |
| § 7 Darstellungen durch Transformationsgruppen | 29 |
| § 8 Untergruppen | 33 |
| § 9 Zyklische Gruppen | 37 |
| § 10 Direkte Produkte | 41 |
| § 11 Abelsche Gruppen | 45 |
| § 12 Homomorphe Bilder von Gruppen | 50 |
| § 13 Einbettung von Halbgruppen in Gruppen | 57 |
| § 14 Spezielle Ergebnisse | 60 |
| § 15 Automorphismen von Gruppen | 65 |
| § 16 Operation einer Gruppe auf einer Menge | 66 |
| § 17 Die Sylowschen Sätze | 67 |
| § 18 Beispiele von Gruppen | 70 |
| 3 Ringe | 74 |
| § 19 Algebraische Strukturen | 74 |
| § 20 Das Rechnen in Ringen | 76 |
| § 21 Homomorphe Bilder von Ringen | 84 |
| § 22 Einbettung von Integritätsbereichen in Körper | 88 |
| § 23 Der komplexe Zahlkörper \mathbb{C} | 90 |
| § 24 Endomorphismenringe abelscher Gruppen | 93 |
| § 25 Polynomringe | 94 |
| § 26 Nullstellen von Polynomen | 100 |
| § 27 Körpererweiterungen | 104 |
| § 28 Halbgruppenringe | 109 |
| § 29 Der Quaternionenschiefkörper | 111 |
| § 30 Duale Zahlen | 115 |
| § 31 Angeordnete Ringe | 115 |
| § 32 Der Körper \mathbb{R} der reellen Zahlen | 118 |
| § 33 Bewertete Körper | 125 |
| § 34 Symmetrische Polynome | 127 |

| | Seite |
|--|------------|
| 4 Ideale | 130 |
| § 35 Rechenregeln | 130 |
| § 36 Teilbarkeit | 134 |
| § 37 GAUSSsche Ringe, Hauptidealringe, Euklidische Ringe | 139 |
| § 38 Der Ring $\mathbb{Z}[i]$ | 144 |
| § 39 Partialbruchzerlegung in $K(x)$ | 147 |
| § 40 Primideale | 149 |
| § 41 Maximale Ideale | 150 |
| § 42 Der Satz von GAUSS | 154 |
| § 43 Irreduzibilitätskriterien | 157 |
| § 44 Teilbarkeitssätze in Polynomringen | 160 |
| § 45 Kreisteilungspolynome | 161 |
| § 46 NÖTHERsche Ringe | 165 |
| § 47 Der HILBERTsche Basissatz | 166 |
| 5 Vektorräume | 169 |
| § 48 Das Rechnen in Vektorräumen | 169 |
| § 49 Teilräume | 170 |
| § 50 Der Basissatz | 172 |
| § 51 Homomorphismen von Vektorräumen | 175 |
| § 52 Die Gradformel | 177 |
| 6 Körpertheorie | 179 |
| § 53 Einfache Körpererweiterungen | 179 |
| § 54 Endliche Körpererweiterungen | 181 |
| § 55 Der Satz von FROBENIUS | 183 |
| § 56 Konstruktionen mit Zirkel und Lineal | 186 |
| § 57 Nullstellen von Idealen | 192 |
| § 58 Zerfällungskörper | 193 |
| § 59 Endliche Körper | 198 |
| § 60 Endliche Schiefkörper | 200 |
| § 61 Die Sätze vom primitiven Element | 201 |
| § 62 Inseparable Polynome | 204 |
| 7 Galoisstheorie | 206 |
| § 63 Isomorphismen von Körpern | 206 |
| § 64 Automorphismen von Körpern | 209 |
| § 65 Normale Körpererweiterungen | 210 |
| § 66 Der Hauptsatz der Galoisstheorie | 213 |
| § 67 Ein Beispiel | 216 |
| § 68 Automorphismen von $GF(p^n)$ | 219 |
| § 69 Kreisteilungskörper | 220 |
| § 70 Die Konstruktion des regelmäßigen Siebzehnecks | 223 |
| 8 Auflösbare Polynome | 226 |

| | | |
|-----------------------------------|--|-----|
| § 71 | Polynome ersten bis vierten Grades | 226 |
| § 72 | Auflösbare Gruppen | 228 |
| § 73 | Der Satz von ABEL | 230 |
| <i>Anhang</i> | | 237 |
| Das Rechnen mit komplexen Zahlen | | 237 |
| <i>Lösungen der Aufgaben</i> | | 241 |
| <i>Bezeichnungen</i> | | 266 |
| <i>Literatur</i> | | 267 |
| <i>Namen- und Sachverzeichnis</i> | | 268 |