

0. Logik und Wahrheit

Eine weit verbreitete Meinung sagt, die Logik sei die Lehre vom Denken oder genauer vom richtigen Denken. Mit dem Denken befaßt sich jedoch die ganze Philosophie, dazu noch viele andere Wissenschaften, von der Psychologie bis zur Neurophysiologie. Da die Logik nur einen kleinen Ausschnitt des Denkens behandelt, dürfen wir sie nicht als die Lehre vom Denken ansehen. Der Aspekt des Denkens, mit dem sich die Logik befaßt, kann deutlicher umschrieben werden als die Form des Schließens.

0.1 Logik als Lehre der gültigen Formen

Was eine Form genau ist, das kann nicht exakt beschrieben werden. Doch für unsere Bedürfnisse läßt es sich mit genügender Klarheit andeuten. Wir können uns unter der Form so etwas vorstellen wie eine Schale, die mit Teig gefüllt wird, woraus im Ofen ein Kuchen entsteht. Es gibt außerhalb der Bäckerei weitere Formen, etwa zur Herstellung von Bierflaschen, Zementröhren oder Schokoladentafeln. Das Gemeinsame an solchen Formen ist: Jedes Individuum, das aus ihnen hervorgeht, hat die gleichen Eigenschaften. Sie gleichen einander wie Zwillingspaare.

So gibt es in der Sprache vergleichbare Formen von Sätzen, die miteinander verknüpft werden können. Daraus entstehen Zusammenhänge, die manchmal kaum oder überhaupt nicht beachtet werden. Eine solch einfache Form wird beispielsweise für den folgenden Schluß verwendet:

- (1) Alle Winterartikel sind ausverkauft
Alle Schlittschuhe sind Winterartikel
Also sind alle Schlittschuhe ausverkauft

Aus zwei Sätzen wird hier gefolgert, die Schlittschuhe seien ausverkauft. Wir haben das Gefühl, etwas Wahres und Selbstverständliches geschlossen zu haben. Das gilt auch für den folgenden

Schluß, bei dem wir mit der gleichen Spontaneität erkennen, daß etwas daran falsch ist:

- | | | | |
|-----|----------------------------------|---|------------|
| (2) | Alle Pferde sind weiß | } | Prämissen |
| | <u>Alle Schimmel sind Pferde</u> | | |
| | Also sind alle Schimmel weiß | | Konklusion |

Die zwei Sätze oberhalb des Striches nennen wir Prämissen. Manchmal wird der Strich weggelassen. Was unterhalb des Striches liegt, ist die Folgerung, Konklusion oder Schluß. „Schluß“ wird manchmal zweideutig verwendet, indem es zur Bezeichnung der Konklusion oder der ganzen Ableitung eingesetzt wird.

Wir sehen sofort ein, daß beim Beispiel (2) die Konklusion wieder wahr ist, denn die Schimmel sind tatsächlich weiß. Vergleichen wir vorerst noch ein drittes Beispiel:

- | | |
|-----|--|
| (3) | Alle Naturwissenschaftler sind teilnahmeberechtigt |
| | <u>Alle Biologen sind teilnahmeberechtigt</u> |
| | Also sind alle Biologen Naturwissenschaftler |

Schwierigkeiten scheint es auch hier keine zu geben, denn der gesunde Menschenverstand hält diesen Schluß für richtig. In Wirklichkeit ist er jedoch falsch. Wenn sich das nachweisen läßt, dann stimmen Gefühl und Logik nicht immer überein. Aber was soll denn hier falsch sein? Wir wollen das im Zeitlupentempo untersuchen.

Der erste Satz muß als wahr angenommen werden, er wird vermutlich auf der allgemeinen Kongreßeinladung stehen. Möglicherweise ist der zweite Satz im Rundschreiben zu finden, das der Präsident der Biologen seinen Kollegen zukommen läßt. Schließlich wissen wir schon längst, daß alle Biologen Naturwissenschaftler sind. Wo bleibt denn der Fehler?

Der Logiker würde dies alles nicht bestreiten; er will mit seinem Einwand nur besagen, der dritte Satz folge nicht aus den beiden ersten. Ob er nämlich folgt oder nicht, darüber entscheidet nicht unsere Einsicht, sondern die Form. Die Form ist hier bestimmt durch die Verteilung der drei Begriffe: Naturwissenschaftler, teilnahmeberechtigt und Biologe. Wir können die Form auf folgende Weise andeuten:

(3a)	Alle	\triangle	sind	\circ
	Alle	\square	sind	\circ
	Also alle	\square	sind	\triangle

Von einer gültigen Form verlangen wir, daß sie gültig bleibt unter jeder Einsetzung der entsprechenden Kategorie. Versuchen wir die Formen von (3a) durch folgende Worte auszutauschen:

\triangle \square \circ

Knaben, Mädchen, fröhlich

Eingesetzt erhalten wir:

- (3b) Alle Knaben sind fröhlich
Alle Mädchen sind fröhlich
 Also sind alle Mädchen Knaben

Niemand wird diesen Schluß als gültig anerkennen, weil auch in einer emanzipierten Welt ein Unterschied zwischen Mädchen und Knaben bestehen bleibt.

Wenn wir uns die Form von (3b) genauer ansehen, dann stellen wir fest: sie ist identisch mit der Form (3a), aus deren Einsetzung sie entstanden ist, und überdies mit der Form des Beispiels (3). können wir (3) und (3b) einander gegenüberstellen und daraus ersehen, daß (3) ein raffiniert gewähltes Beispiel ist, aus dem sich rein zufällig nicht der gleiche Unsinn ergibt wie aus (3b). Die Logik möchte nur jene Formen anerkennen, die immer gültig sind. Das trifft zu für jene, die im Beispiel (1) verwendet wird. Nur müssen wir dann auch das Beispiel (2) anerkennen, weil dort die gleiche Form vorliegt.

0.2 Wahrheit und Gültigkeit

Es taucht eine neue Schwierigkeit auf. Wenn wir das gleiche Formelspiel der geometrischen Figuren auf die Beispiele (1) und (2) übertragen, dann stellen wir fest, daß die beiden tatsächlich identisch sind. Nun haben wir aber (1) als richtig erkannt, während bei (2) etwas nicht stimmt. Wozu soll die Logik tauglich sein, wenn sie nicht einmal zwischen (1) und (2) zu unterscheiden vermag?

Es wurde ein wesentlicher Bestandteil bisher nicht berücksichtigt, die Wahrheit. Unter Wahrheit verstehen wir, daß das, was z. B. in den Prämissen behauptet wird, auch tatsächlich zutrifft. Für das Auffinden oder Beurteilen dieser Wahrheit ist der Logiker nicht zuständig. Er holt sich die nötige Auskunft beim entsprechenden Fachmann oder aus dem Alltagswissen. Wird dem Logiker eine Einzelinformation vorgelegt aus einem Gebiet, in dem er über kein Zusatzwissen verfügt, dann ist er unfähig zu entscheiden, ob die Angabe wahr oder falsch ist. Der Logiker vermag also nicht eine Einzelaussage zu prüfen, sondern nur die Form bei der Verknüpfung mehrerer Aussagen.

Aber ist denn überhaupt jemand an der Form interessiert? Haben wir es nicht auf die Wahrheit abgesehen? Gewiß ist die Wahrheit das einzige Ziel. Leider ist es häufig nicht auf direktem Weg erreichbar. Die Wahrheit kann nicht immer durch unmittelbare Wahrnehmung erfaßt werden, wie etwa bei der Tatsache, daß zwei Zeitungen auf meinem Pult liegen. Sehen wir uns einen Fall an, in dem die Wahrheit erschlossen werden muß.

Mein Freund behauptet, am Montag sei der Nachbar zu spät zur Arbeit gekommen. Die beiden sind jedoch in verschiedenen Betrieben tätig, also kann es sich nicht um unmittelbar geschaute Wahrheit handeln. Auf die Frage an meinen Freund, wie er zu seiner Vermutung komme, antwortet er: „Als ich am letzten Montag im hintersten Wagen des abgehenden Zuges saß, da kam der Nachbar im Eilschritt um die Häusercke und fuchtelte ärgerlich mit den Händen in der Luft herum, als er nur noch die Schlußlichter unseres Zuges sah. Da der nächste Zug erst in einer halben Stunde fährt, ein Taxi im Stoßverkehr aber mehr als eine halbe Stunde braucht, läßt sich mit dem gesunden Menschenverstand entnehmen: Also kam er mindestens eine halbe Stunde zu spät“.

Was mein Freund dem gesunden Menschenverstand zuschreibt, ist durchaus nicht sichtbar; er hat es erschlossen aus einigen Vorwissen, die er gesehen hatte, zusammen mit anderen Dingen, die er weiß.

Im Alltag wie in der Wissenschaft wird sehr oft geschlossen. Dabei hängt die Wahrheit nicht nur von dem ab, was ich gesehen habe

und was ich weiß, sondern auch von der Schlußform. Wird die Form richtig eingehalten, so sagen wir, der Schluß sei gültig oder korrekt, im andern Fall ungültig oder unkorrekt. Wir sind jedoch primär nicht an gültigen, sondern an wahren Schlüssen interessiert. Wann ist ein Schluß wahr? Dazu muß er zwei Bedingungen erfüllen: Erstens, die Prämissen müssen wahr und zweitens die Schlußform muß gültig sein. Damit kennen wir den grundlegenden Unterschied zwischen Gültigkeit und Wahrheit:

Gültigkeit: die Form ist korrekt

Wahrheit: die Prämissen sind wahr und die Form ist korrekt

Mit dieser Erkenntnis können wir nochmals auf die Beispiele (1) und (2) zurückkommen. Beide haben dieselbe gültige Form. Warum die Form gültig ist, das werden wir freilich erst im Lauf unserer Arbeit zeigen können. Was uns am Beispiel (2) stört, das hat nichts mit der Gültigkeit zu tun, sondern mit der Wahrheit der ersten Prämisse: „Alle Pferde sind weiß“ ist eine unwahre Behauptung. Für die Beurteilung der Wahrheit in den Prämissen ist die Logik nicht zuständig. Sie vermag auch nicht im nachhinein erkenntnistheoretische Irrtümer oder Fehlbeobachtungen zu korrigieren. Nur indirekt kann sie darauf aufmerksam machen, indem sie etwa zeigt, daß einem Ding widersprüchliche Eigenschaften zugeschrieben werden.

Das soll uns jedoch wieder nicht dazu verleiten, die Nützlichkeit korrekter Schlüsse zu unterschätzen. Das Beispiel (3) zeigt uns, daß der Mensch leichthin vorgibt, von Natur aus über die logisch korrekten Schlüsse zu verfügen. In Wirklichkeit durchschaut er bestenfalls die Widerspruchsfreiheit der einzelnen Sätze. Wäre uns das unfehlbare Schließen angeboren, so könnten wir uns den mühsamen Umweg einer Kontrolle über die Logik ersparen. Wie die Erfahrung lehrt, versagt jedoch das Naturtalent häufig schon in einfachsten Fällen, indem eine erwünschte Konklusion voreilig als Beweis für die Korrektheit des Schlusses angesehen wird.

Zuerst werden einige Begriffe der Mengenlehre erklärt. Wer Elementarkenntnisse auf diesem Gebiet mitbringt, der mag gleich zum 2. Kapitel übergehen und sich der Aussagenlogik zuwenden.