Vorwort

Das Rechnen in der Physik unterscheidet sich vom Rechnen in der Mathematik, weil eine Zahl in der Physik stets mit einem Objekt oder einem Vorgang aus der realen Welt in Verbindung steht. Die Angabe einer solchen Zahl muss (zumindest im Prinzip) immer durch eine Messung überprüfbar sein. Das setzt aber die Kenntnis des Vergleichsmaßstabes voraus, mit dem diese Messung durchgeführt werden soll, also zum Beispiel bei der Längenmessung mit einem Lineal, ob die Messung in Millimetern oder Zentimetern erfolgen soll. Zur Kennzeichnung des jeweiligen Vergleichsmaßstabes verwendet man in der Physik Einheiten und bezeichnet die Kombination aus einer Zahl und einer Einheit als physikalische Größe. Dieses Buch handelt von den Konsequenzen, die sich aus der Verwendung physikalischer Größen ergeben.

Wenn man mit physikalischen Größen rechnet, rechnet man nicht nur mit Zahlen, sondern auch mit Einheiten. Für das Rechnen mit Zahlen gelten die üblichen Regeln der Mathematik, aber als Folge der Einheiten treten noch einige weitere Regeln hinzu. Diese zusätzlichen Regeln behandeln wir in Kapitel 1 über die Größenlehre. Ein wesentlicher Aspekt einer Größe ist, dass ihr Wert unabhängig von der verwendeten Einheit sein muss, d. h. wenn eine Einheit gegen eine andere Einheit ausgetauscht wird, muss man entsprechend auch den Zahlenwert ändern. Die Länge eines Bleistiftes lässt sich beispielsweise mit 15 Zentimetern oder 150 Millimetern angeben: Zahlenwert und Einheit sind jeweils verschieden, aber die Länge des Bleistifts ist in beiden Fällen gleich. Man sagt dafür auch, dass eine Größe invariant gegen einen Einheitenwechsel ist. Bei den Begriffen zur Größenlehre folgen wir weitgehend der europäischen Norm DIN EN ISO *80000-1 Größen und Einheiten Teil 1: Allgemeines*, weichen davon aber an einigen Stellen leicht ab, wo es für den Aufbau unseres Buches sinnvoller erscheint.

In der Realität stehen physikalische Größen auf vielfältige Art miteinander in Beziehung. Bei einem Gas (mit gegebener Masse und gegebener chemischer Zusammensetzung) stellt man zum Beispiel fest, dass von den drei Größen Volumen, Druck und Temperatur nur die Werte von zwei Größen frei wählbar sind, der Wert der dritten Größe stellt sich dann (eventuell nach einer gewissen Übergangszeit) von selbst ein. In der Mathematik beschreibt man solche Abhängigkeiten durch Funktionen. Allerdings handelt es sich in der Physik um Funktionen zwischen physikalischen Größen, sodass nicht alle mathematisch denkbaren Funktionen zulässig sind, sondern nur solche, die invariant gegen einen Einheitenwechsel sind. Wie sich diese Forderung bei der Planung und Auswertung von Experimenten ausnutzen lässt, beschreiben wir in den Kapiteln 2 und 3 über die klassische Dimensionsanalyse und über die Ähnlichkeitslehre. Das zentrale Ergebnis der klassischen Dimensionsanalyse lautet, dass in der Physik nur solche Funktionen zulässig sind, bei denen Argumente und Funktionswerte aus dimensionslosen Kombinationen von Größen bestehen, also Kombinationen, die reine Zahlen sind und deshalb keine Einheit benötigen. Die Formulierung mit diesen dimensionslosen Kombinationen hat den Vorteil, dass sich dadurch oft eine kleinere

https://doi.org/10.1515/9783110795745-201

Anzahl der Variablen ergibt, als wenn man die Abhängigkeit durch die ursprünglichen, dimensionsbehafteten Größen ausdrückt. Der Name Dimensionsanalyse hängt damit zusammen, dass für die Menge aller Größen, die in derselben Einheit messbar sind, auch der Name Dimension üblich ist.

Die Auswertung von Experimenten führt im Wechselspiel mit theoretischen Überlegungen zu physikalischen Gesetzen. Diese Gesetze werden in mathematischer Form als Gleichungen formuliert, in denen physikalische Größen vorkommen und die dadurch ebenfalls invariant gegen einen Einheitenwechsel sein müssen. Man kann deshalb auch das Gleichungssystem, das einen physikalischen Vorgang beschreibt, als Ausgangspunkt einer Dimensionsanalyse wählen. Diese Vorgehensweise nennen wir erweiterte Dimensionsanalyse und beschreiben ihre Einzelheiten in Kapitel 4. Dieses Kapitel bildet den zentralen Teil unseres Buches: Die erweiterte Dimensionsanalyse beseitigt einerseits Unsicherheiten bei der praktischen Anwendung der klassischen Dimensionsanalyse und kann dadurch manchmal aussagekräftigere Ergebnisse liefern, andererseits eröffnet die erweiterte Dimensionsanalyse einen Zugang zu Lösungsverfahren für bestimmte Arten von Differentialgleichungen.

Die elementaren physikalischen Gesetze für Größen wie Masse, Impuls oder Energie lassen sich mathematisch als partielle Differentialgleichungen formulieren, die zusammen mit einem Satz geeigneter Anfangs- und Randbedingungen die Veränderung der betrachteten Größen in Raum und Zeit beschreiben. Diese Anfangsrandwertprobleme sind in der Regel so kompliziert, dass sie nur durch den Einsatz von Computern lösbar sind. Für ein grundlegendes Verständnis physikalischer Vorgänge ist man aber oft auf einfachere Lösungen angewiesen, die sich durch bekannte mathematische Funktionen ausdrücken oder zumindest aus gewöhnlichen Differentialgleichungen berechnen lassen. Solche Lösungen existieren in der Regel nur für mehr oder weniger stark idealisierte Probleme, bei denen man eine bestimmte Symmetrie ausnutzen kann. Ein typisches Beispiel ist das elektrische Feld in der Umgebung einer einzelnen punktförmigen Ladung: Wenn man annimmt, dass das Feld kugelsymmetrisch ist, lässt sich die partielle Differentialgleichung auf eine gewöhnliche Differentialgleichung reduzieren, in der die einzige unabhängige Variable der radiale Abstand vom Ladungsmittelpunkt ist. Anders ausgedrückt bedeutet die Annahme der Kugelsymmetrie das Aufsuchen einer Lösung, die invariant gegen beliebige Drehungen im Raum ist. Diese Betrachtungsweise eröffnet die Möglichkeit, auch andere als geometrische Invarianzen bei der Vereinfachung von Anfangsrandwertproblemen zu nutzen. Bei physikalischen Gleichungen gehört hierzu insbesondere die Invarianz gegen einen Einheitenwechsel, und die so gefundenen Lösungen werden als ähnliche Lösungen von Randwertproblemen bezeichnet. Ob ein Randwertproblem eine ähnliche Lösung besitzt und wie man sie gegebenenfalls findet, lässt sich mithilfe der erweiterten Dimensionsanalyse klären. Die Einzelheiten besprechen wir in Kapitel 5.

In Physik und Technik verwendet man heute üblicherweise das Internationale Einheitensystem (SI). Das SI kennt sieben Basiseinheiten, die als unabhängig betrachtet werden, und eine Vielzahl von abgeleiteten Einheiten, die nach bestimmten Regeln aus den Basiseinheiten zusammengesetzt werden. Auf die SI-Basiseinheiten, deren Definition in der Vergangenheit schon mehrfach angepasst wurde, und auf wichtige abgeleitete SI-Einheiten weisen wir in Kapitel 1 hin. Die Anzahl und die Art der Basiseinheiten ist nicht durch die Naturgesetze bestimmt, das SI hat sich lediglich als zweckmäßig erwiesen und im Laufe der Zeit gegen konkurrierende Einheitensysteme durchgesetzt. Von einem übergeordneten Standpunkt aus betrachtet sind auch Einheitensysteme mit mehr oder weniger als sieben Basiseinheiten möglich. Die Frage nach der Anzahl und der Art der Basiseinheiten lässt sich mithilfe der erweiterten Dimensionsanalyse klären. Die Antwort geben wir im abschließenden Kapitel 6 über Dimensionssysteme und können dabei insbesondere auch die jüngste Anpassung der SI-Basiseinheiten aus dimensionsanalytischer Sicht erläutern.

Das vorliegende Buch ist aus Lehrveranstaltungen am ehemaligen Hermann-Föttinger-Institut für Thermo- und Fluiddynamik der Technischen Universität Berlin entstanden. In der Strömungstechnik gehört die Dimensionsanalyse zur Grundausbildung angehender Ingenieurinnen und Ingenieure, weil sich viele Fragen bis in die heutige Zeit nur experimentell, z. B. in Windkanalversuchen beantworten lassen. Entsprechend gibt es eine Vielzahl von Büchern zur Dimensionsanalyse, von denen wir aber nur einige, die uns als Ergänzung zu unserer Darstellung sinnvoll erscheinen, in das Literaturverzeichnis aufgenommen haben. Die existierenden Bücher konzentrieren sich in der Regel auf die klassische Dimensionsanalyse. Die Verbindung zwischen der Dimensionsanalyse und der Suche nach ähnlichen Lösungen von Randwertproblemen wird zwar erwähnt, viele Einzelheiten bleiben jedoch vage. An dieser Stelle können wir mit der erweiterten Dimensionsanalyse ein Verfahren präsentieren, das systematisch die Frage nach der Existenz ähnlicher Lösungen beantwortet und gleichzeitig auch den Ansatz für die Transformation der zugehörigen Differentialgleichungen liefert. Selbstverständlich lassen sich ähnliche Lösungen auch auf rein mathematischem Weg finden, der ohne den Größenbegriff auskommt und auf der Theorie der Lie-Gruppen aufbaut. Die Durchführung ist jedoch oft mit erheblichem Aufwand verbunden und setzt vertiefte mathematische Kenntnisse voraus, die üblicherweise nicht in einem ingenieurwissenschaftlichen Studium vermittelt werden. Wer sich näher für diese mathematischen Aspekte interessiert, findet im Literaturverzeichnis Hinweise auf weiterführende Lehrbücher.

Unser Buch wendet sich vorzugsweise an Studierende und Forschende technischer Fachrichtungen. Wir führen die Methoden anhand von Beispielen ein und vermeiden bei der Verallgemeinerung formale mathematische Schreibweisen, sondern geben einer Beschreibung durch Worte den Vorzug. Das Buch enthält außerdem eine Reihe von Aufgaben und ist damit auch für das Selbststudium geeignet. Der Schwierigkeitsgrad der Aufgaben variiert von Fragen zur Begriffsbestimmung über Aufgaben zum Rechnen mit Einheiten bis zur Lösung von Randwertproblemen. Zahlreiche Aufgaben stammen (ebenso wie viele Beispiele im Text) aus dem Bereich der Strömungsmechanik. Das ist durch die Entstehungsgeschichte des Buches bedingt, hängt aber auch damit zusammen, dass dimensionsanalytische Methoden in der Strömungsmechanik oft besonders erfolgreich eingesetzt wurden. Für Leserinnen und Leser, die mit der Strömungsmechanik weniger vertraut sind, haben wir den physikalischen Hintergrund jeweils ausführlich erläutert. Aus mathematischer Sicht erfordert die Lektüre des Buches vor allem Grundkenntnisse der linearen Algebra (Matrizen, Lösung linearer Gleichungssysteme), das Kapitel 5 setzt auch eine gewisse Erfahrung im Umgang mit partiellen Differentialgleichungen voraus. An zahlreichen Stellen des Buches werden Matrixumformungen benötigt. Um diese Umformungen im Detail nachvollziehen zu können, ist der Einsatz eines Computeralgebrasystems ratsam.

Die Lehrveranstaltung, auf der unser Buch beruht, geht auf Vorlesungen über klassische Dimensionsanalyse und Ähnlichkeitslehre von Professor Dr.-Ing. Rudolf Wille, dem ersten Direktor des Hermann-Föttinger-Instituts, zurück. Ohne die kritischen Fragen und die Verbesserungsvorschläge zahlreicher Studierender hätten wir dieses Buch nicht schreiben können.

Wir danken dem Verlag de Gruyter für die freundliche Aufnahme des Buches und die angenehme Zusammenarbeit.

Berlin, Kleinmachnow, im April 2022

Klaus Neemann
Heinz Schade