

Table des matières

1. Programmation linéaire mixte	1
1.1 Formulation	2
1.1.1 Problème linéaire en variables mixtes	2
1.1.2 Techniques de linéarisation	4
1.1.3 Techniques de réduction	10
1.2 Méthodes de coupes	12
1.2.1 Coupe sur une variable	12
1.2.2 Coupe sur le coût	14
1.2.3 Méthode de Gomory	15
1.2.4 Coupe intégrale	21
1.2.5 Coupe mixte	23
1.3 Méthodes arborescentes	31
1.3.1 Énumération implicite	31
1.3.2 Séparation	31
1.3.3 Évaluation	33
1.3.4 Stratégie d'exploration	51
1.4 Applications	58
1.4.1 Problème du voyageur de commerce	58
1.4.2 Problème d'affectation	62
1.4.3 Problème de coloration	66
1.4.4 Problème de flot	68
1.4.5 Problème du sac à dos	71
1.5 Problème quadratique	73
1.5.1 Méthode arborescente	73
1.5.2 Convexification	75
1.5.3 Problème d'affectation quadratique	80
1.6 Conclusion	81
1.6.1 Les points essentiels	81
1.6.2 Pour aller plus loin	82
2. Optimisation discrète	83
2.1 Problème combinatoire	84
2.1.1 Graphe	84

2.1.2	Parcours d'un graphe	87
2.1.3	Complexité	91
2.2	Problème de chemin	95
2.2.1	Algorithme de Ford	95
2.2.2	Algorithme de Bellman	98
2.2.3	Algorithme de Dijkstra	107
2.2.4	Algorithme A*	110
2.2.5	Algorithme de Demoucron et Floyd	124
2.3	Problème d'ordonnancement	128
2.3.1	Méthode PERT	129
2.3.2	Méthode MPM	132
2.3.3	Marges	136
2.4	Problème de flot	138
2.4.1	Algorithme de Ford-Fulkerson	138
2.4.2	Algorithme de Roy-Busacker-Gowen	144
2.5	Problème d'affectation	149
2.5.1	Problème de flot équivalent	149
2.5.2	Méthode hongroise	152
2.5.3	Justification théorique	159
2.6	Heuristiques	163
2.6.1	Problème d'empilement	164
2.6.2	Problème d'emboîtement	165
2.6.3	Problème de recouvrement	166
2.6.4	Problème de coloration	168
2.6.5	Problème du voyageur de commerce	172
2.7	Conclusion	175
2.7.1	Les points essentiels	175
2.7.2	Pour aller plus loin	175
3.	Optimisation fonctionnelle	177
3.1	Formulation	178
3.1.1	Fonctionnelle	178
3.1.2	Voisinage	178
3.1.3	Variation	179
3.1.4	Minimum	180
3.1.5	Problème standard	181
3.2	Conditions d'optimalité	184
3.2.1	Conditions nécessaires de minimum faible	184
3.2.2	Conditions suffisantes de minimum faible	196

3.2.3	Conditions nécessaires de coin	205
3.2.4	Conditions nécessaires de minimum fort	214
3.2.5	Récapitulatif	218
3.3	Contraintes	219
3.3.1	Contrainte finale	219
3.3.2	Contrainte intégrale	226
3.3.3	Contrainte courante	232
3.4	Forme canonique	234
3.4.1	Changements de variables	234
3.4.2	Variables canoniques	237
3.4.3	Équation de Hamilton-Jacobi-Bellman	241
3.4.4	Application à la mécanique	244
3.5	Système dynamique	248
3.5.1	Formulation d'état	248
3.5.2	Stabilité	250
3.5.3	Système linéaire	256
3.5.4	Problème aux deux bouts	264
3.6	Conclusion	267
3.6.1	Les points essentiels	267
3.6.2	Pour aller plus loin	267
4.	Contrôle optimal	269
4.1	Conditions d'optimalité	270
4.1.1	Problème de contrôle	270
4.1.2	Principe du minimum	272
4.1.3	Méthode variationnelle	281
4.1.4	Problème aux deux bouts	292
4.2	Contraintes	304
4.2.1	Contraintes terminales	304
4.2.2	Contraintes intérieures	311
4.2.3	Contraintes courantes	315
4.2.4	Problème linéaire quadratique	323
4.2.5	Contrôle robuste	333
4.3	Extrémales	337
4.3.1	Définitions	337
4.3.2	Extrémale anormale	338
4.3.3	Extrémale singulière	341
4.3.4	Extrémale voisine	346
4.3.5	Commande en retour d'état	352

4.3.6	Équation de Hamilton-Jacobi-Bellman	356
4.4	Conditions d'optimalité d'ordre 2	362
4.4.1	Problème de minimum auxiliaire	362
4.4.2	Conditions suffisantes de minimum	368
4.4.3	Arcs singuliers	372
4.5	Conclusion	389
4.5.1	Les points essentiels	389
4.5.2	Pour aller plus loin	390
5.	Méthodes numériques en contrôle optimal	391
5.1	Transcription	392
5.1.1	Équations différentielles	393
5.1.2	Méthodes directes et indirectes	396
5.2	Méthodes de Runge-Kutta	398
5.2.1	Formules de quadrature	398
5.2.2	Analyse d'erreur	405
5.2.3	Conditions d'ordre	411
5.2.4	Méthodes emboîtées	415
5.3	Méthodes d'Adams	418
5.3.1	Méthodes d'Adams-Bashford	419
5.3.2	Méthodes d'Adams-Moulton	420
5.4	Méthodes de collocation	423
5.4.1	Conditions de collocation	423
5.4.2	Points de collocation	424
5.4.3	Collocation de degré 3	426
5.4.4	Collocation de degré 5	429
5.5	Méthodes directes	431
5.5.1	Discrétisation	431
5.5.2	Approche variationnelle	433
5.6	Méthodes indirectes	440
5.6.1	Méthode de tir	440
5.6.2	Approche variationnelle	450
5.7	Conclusion	455
5.7.1	Les points essentiels	455
5.7.2	Pour aller plus loin	455

Index

Bibliographie