Introduction

L'optimisation mathématique est en développement constant depuis les années 1950 et l'apparition des premiers ordinateurs. Devant la variété des algorithmes et des logiciels disponibles, il est parfois difficile pour un non spécialiste de s'y retrouver. L'objectif de ce livre en deux tomes est de donner un aperçu d'ensemble du domaine. Il s'adresse aux étudiants, enseignants, ingénieurs et chercheurs désireux d'acquérir une connaissance générale sur les techniques d'optimisation mathématique.

L'optimisation vise à contrôler les entrées (variables) d'un système, d'un processus ou d'un modèle pour obtenir les sorties souhaitées (contraintes) au meilleur coût. Selon la nature des entrées à contrôler, on distingue l'optimisation continue, discrète ou fonctionnelle.

L'optimisation continue (chapitres 1 à 5 du tome I) traite des problèmes à variables réelles. Le chapitre 1 expose les conditions d'optimalité dans le cas de fonctions différentiables ainsi que le calcul numérique de dérivées. Les chapitres 2, 3 et 4 donnent un panorama des méthodes d'optimisation sans gradient, sans contraintes et avec contraintes. Le chapitre 5 est consacré à la programmation linéaire continue, avec les méthodes du simplexe et de point intérieur.

L'optimisation discrète (chapitres 1 et 2 du tome II) traite des problèmes à variables entières. Le chapitre 1 concerne la programmation linéaire en variables mixtes par les méthodes de coupes ou les méthodes arborescentes. Le chapitre 2 présente un panorama des problèmes combinatoires, leur modélisation par des graphes et les algorithmes spécialisés aux problèmes de chemin, de flot ou d'affectation.

L'optimisation fonctionnelle (chapitres 3 à 5 du tome II) traite des problèmes en dimension infinie. L'entrée à contrôler est une fonction et non plus un nombre fini de variables. Le chapitre 3 introduit les notions de fonctionnelle et de calcul des variations. Le chapitre 4 présente les problèmes de contrôle optimal et les conditions d'optimalité. Le chapitre 5 est consacré aux méthodes numériques (intégration d'équations différentielles, méthodes directes et indirectes).

Dans chaque chapitre, les développements théoriques et démonstrations se limitent à l'essentiel. Les algorithmes sont accompagnés d'exemples détaillés en vue de faciliter leur compréhension.